

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA**



**DIME/TEC**

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica, Gestionale e dei  
Trasporti

Sezione di Termo-Energetica e Condizionamento Ambientale

**Dottorato in Ingegneria  
Meccanica Energetica e Gestionale  
Curriculum Fisica Tecnica**

**XXXI Ciclo**

**Ing. Alessandra Diana**

**Indagine numerica sulle caratteristiche  
termofluidodinamiche di un tetto ventilato**

**Tutor: Prof. Ing. Vincenzo Bianco**

## **Sommario**

<b>CAPITOLO 1 .....</b>	<b>6</b>
1.1 Premessa.....	7
1.2 Classificazione e schemi di funzionamento termoigrometrico .....	9
1.2.1 Copertura non isolata e non ventilata .....	9
1.2.2 Copertura non isolata ventilata .....	10
1.2.3 Copertura isolata non ventilata (Tetto caldo).....	10
1.2.4 Copertura isolata ventilata (Tetto freddo).....	12
1.3 L'isolamento termico.....	14
1.4 Comfort e risparmio energetico durante il periodo invernale.....	18
1.5 Comfort e risparmio energetico durante il periodo estivo .....	19
Bibliografia .....	21
<b>CAPITOLO 2 .....</b>	<b>22</b>
1.1 Introduzione agli studi sui tetti ventilati .....	23
Bibliografia .....	43
<b>CAPITOLO 3 .....</b>	<b>46</b>
3.1 Il calore e la temperatura: breve introduzione storica .....	47
3.2 Il calore come trasferimento di energia .....	49
3.3 Temperatura, calore ed energia interna .....	51
3.4 Il calore specifico .....	51
3.5 Generalità sulle modalità di scambio termico .....	52
3.6 La Convezione.....	53
3.6.1 Equazioni di bilancio per la convezione .....	56

3.6.2 Equazioni di conservazione della massa .....	59
3.6.3 Equazioni di bilancio per la quantità di moto .....	60
3.6.4 Equazione di conservazione dell'energia totale.....	65
3.6.5 L'approssimazione di Boussinesq.....	70
3.3.6 Approccio adimensionale .....	73
3.6.7 Numeri caratteristici e loro significato fisico .....	76
3.7 L'irraggiamento.....	80
3.7.1 Leggi dell'irraggiamento per il corpo nero.....	84
3.7.2 Scambio termico per irraggiamento.....	86
3.7.3 Irraggiamento solare .....	90
Bibliografia .....	95
CAPITOLO 4 .....	96
4.1 Introduzione alla C.F.D. e cenni storici .....	97
4.2 CFD (Computational Fluid Dynamics).....	98
4.3 Le principali tecniche di discretizzazione .....	100
4.4 Generazione della griglia di calcolo.....	102
4.5 Proprietà di una soluzione numerica .....	105
4.6 Il Metodo ai volumi finiti .....	108
4.7 Soluzione di un problema utilizzando tecniche CFD .....	114
4.8 I codici FLUENT e GAMBIT. ....	116
4.9 Scelta del modello di turbolenza.....	120
4.9.1 Standard k- $\epsilon$ Model.....	121
4.9.2 Standard k- $\omega$ Model.....	122
4.9.3 Shear-Stress Transport (SST) k- $\omega$ Model .....	123
4.10 Scelta del modello di turbolenza nei lavori numerici. ....	124
4.11 Il modello radiativo .....	126

4.11.1 Modello radiativo delle ordinate discrete (DO) .....	128
4.11.2 Vantaggi e limiti del modello DO .....	131
4.11.3 Modello per il coefficiente d'assorbimento .....	131
4.11.4 Modello radiativo del trasferimento discreto (DTRM) .....	134
4.11.5 Modello radiativo P-1 .....	135
4.11.6 Modello radiativo Rosseland .....	137
4.12 Scelta del modello radiativo .....	138
Bibliografia .....	139
CAPITOLO 5 .....	140
5.1 Introduzione .....	141
5.2 Schematizzazione del modello .....	142
5.3 Scelta del modello .....	143
5.3.1 Realizzazione della geometria e della mesh .....	143
5.3.2 Caratterizzazione delle linee di contorno e delle aree .....	151
5.4 Impostazione dei dati nel solutore .....	151
5.5 Verifica del modello .....	159
5.6 Analisi della mesh .....	164
Bibliografia .....	167
CAPITOLO 6 .....	168
6.1 Introduzione .....	169
6.2 Analisi numerica .....	171
6.2.1 Portata Massica .....	179
6.2.2 Temperatura lungo la linea d'asse dell'intercapedine .....	184
6.2.3 Temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine .....	186
6.2.4 Temperatura lungo le superfici trasversali .....	188

<b>6.2.5 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine .....</b>	<b>193</b>
<b>6.2.6 Velocità lungo le superfici trasversali .....</b>	<b>196</b>
<b>6.2.7 Numero di Nusselt .....</b>	<b>201</b>
<b>6.2.8 Campo di pressione .....</b>	<b>204</b>
<b>6.3 Analisi numerica in condizioni estive ed invernali .....</b>	<b>219</b>
<b>6.4 Regime Invernale.....</b>	<b>222</b>
<b>6.4.1 Temperatura lungo le sezioni longitudinali .....</b>	<b>223</b>
<b>6.4.2 Temperatura lungo le superfici trasversali.....</b>	<b>224</b>
<b>6.4.3 Campo di temperatura .....</b>	<b>226</b>
<b>6.4.4 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine .....</b>	<b>230</b>
<b>6.4.5 Velocità lungo le superfici trasversali .....</b>	<b>231</b>
<b>6.4.6 Linee di flusso della velocità .....</b>	<b>233</b>
<b>6.4.7 Numero di Nusselt .....</b>	<b>237</b>
<b>6.4.8 Pressione lungo la linea d'asse dell'intercapedine.....</b>	<b>238</b>
<b>6.4.9 Campo di pressione .....</b>	<b>239</b>
<b>6.5 Regime Estivo .....</b>	<b>243</b>
<b>6.5.1 Temperatura lungo le sezioni longitudinali .....</b>	<b>244</b>
<b>6.5.2 Temperatura lungo le superfici trasversali.....</b>	<b>245</b>
<b>6.5.3 Campo di temperatura .....</b>	<b>248</b>
<b>6.5.4 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine .....</b>	<b>253</b>
<b>6.5.5 Velocità lungo le superfici trasversali .....</b>	<b>254</b>
<b>6.5.6 Linee di flusso della velocità .....</b>	<b>256</b>
<b>6.5.7 Numero di Nusselt .....</b>	<b>262</b>
<b>6.5.8 Campo di pressione .....</b>	<b>263</b>

<b>6.6 Confronto tra il regime estivo ed invernale .....</b>	<b>268</b>
<b>6.6.1 Temperatura lungo la linea d'asse dell'intercapedine .....</b>	<b>268</b>
<b>6.6.2 Temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine .....</b>	<b>269</b>
<b>6.6.3 Temperatura lungo le superfici longitudinali .....</b>	<b>270</b>
<b>6.6.4 Temperatura lungo le superfici trasversali dell'intercapedine .....</b>	<b>271</b>
<b>6.6.5 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine .....</b>	<b>271</b>
<b>6.6.6 Velocità lungo le superfici trasversali dell'intercapedine .....</b>	<b>272</b>
<b>6.6.7 Vettori Velocità .....</b>	<b>273</b>
<b>6.6.8 Numero di Nusselt .....</b>	<b>274</b>
<b>6.6.9 Caratteristiche termofluidodinamiche .....</b>	<b>275</b>
<b>6.7 Pubblicazione dei risultati .....</b>	<b>277</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>278</b>
<b>CAPITOLO 7 .....</b>	<b>280</b>
<b>7.1 Conclusioni .....</b>	<b>281</b>

# **CAPITOLO 1**

## **I TETTI VENTILATI**

## 1.1 Premessa

Uno dei problemi principali nella realizzazione e ristrutturazione di un edificio è la copertura finale. Le soluzioni tecniche utilizzate, soprattutto dal punto di vista dell'isolamento termico, sono molteplici e spaziano dall'utilizzo di differenti materiali al loro diverso assemblaggio. Il tetto ventilato costituisce un particolare modo di organizzare i componenti della copertura, garantendo *l'isolamento termico ottimale* e riparando l'abitazione dai fenomeni atmosferici, i quali nei periodi estivi ed invernali la mettono a dura prova. Una copertura viene considerata ventilata quando nella successione degli strati funzionali della stessa viene inserito uno strato costituito da una intercapedine di ventilazione collocata tra l'isolamento termico e il rivestimento di copertura. In questo modo è possibile sfruttare la massa termica dell'elemento strutturale, oltre a proteggerlo dall'esposizione ad elevati sbalzi di temperatura. Tale intercapedine deve avere un adeguato spessore in rapporto allo sviluppo complessivo della copertura ed essere messa in diretto contatto con l'ambiente esterno. Particolare riguardo va posto alle stratigrafie limitrofe all'intercapedine stessa, che non dovranno avere punti di contatto tra loro. Dal punto di vista architettonico la copertura ventilata si presenta come un sistema edilizio complesso, finalizzato a fornire determinate prestazioni, in relazione alle azioni esterne a cui è sottoposta (impermeabilità all'acqua, isolamento termico, resistenza al vento, ecc.) con un proprio funzionamento dal punto di vista termoigrometrico, statico, idraulico, ecc. Essa è costituita da una serie di elementi e strati (Figura 1.1), ognuno con precise funzioni, tra i quali, durante la vita utile, si creano interazioni di tipo fisico e chimico che occorre conoscere e delle quali è necessario tener conto nelle fasi di progettazione e realizzazione. Dal punto di vista funzionale, si possono individuare una serie di elementi e strati, che, fornendo ciascuno specifiche prestazioni, concorrono a realizzare la copertura stessa e a determinarne il comportamento globale.

La norma UNI 8089 "*Terminologia funzionale delle coperture*" [1] elenca tali elementi e strati, che vengono definiti in relazione alle funzioni svolte e suddivisi in elementi primari (elemento di tenuta, elemento termoisolante, elemento portante) ed elementi e strati complementari (elementi di collegamento, di supporto, strato di barriera al vapore, strato di ventilazione).



La ventilazione permette il miglioramento del funzionamento dinamico delle soluzioni di copertura ed in particolare è consigliata quando si ha la necessità o l'obiettivo di:

- asportare parte dell'energia termica dovuta all'irradiazione solare e incidente sulla copertura. Tale effetto risulta essere particolarmente benefico durante la stagione estiva;
- trasferire verso l'esterno il vapore acqueo contenuto all'interno degli ambienti sottostanti la copertura. In questo modo, è possibile evitarne la condensa e il ristagno in corrispondenza dell'isolante o della struttura, determinando così una maggiore durata ed efficienza del componente edilizio. Tale effetto risulta essere particolarmente benefico durante la stagione invernale.



Figura 1.1: Esempio di tetto ventilato: 1) tegole coppi + tegole alla romana; 2) listelli per tegole 3 x 5 mm; 3) controlistelli per ventilazione sottotegola 4 x 6 mm; 4) guaina sottotegolata Klover Permo Light; 5) coibentazione termica: pannelli in fibra di legno extraporosi 2 x 3 mm; 6) caldanetta ca. 2 cm; 7) tavole in cotto “mezzane” 25 mm.

## 1.2 Classificazione e schemi di funzionamento termoigrometrico

La presenza o meno di alcuni degli elementi o strati funzionali della copertura porta ad un diverso tipo di funzionamento della stessa.

Ai fini della progettazione di una copertura discontinua si possono individuare 4 schemi di funzionamento, dal punto di vista termoigrometrico, ai quali è possibile ricondurre la maggior parte delle tipologie attuali [2, 3]:

1. Copertura non isolata e non ventilata
2. Copertura non isolata ventilata
3. Copertura isolata non ventilata (Tetto Caldo)
4. Copertura isolata ventilata (Tetto Freddo)

### 1.2.1 Copertura non isolata e non ventilata

È il tipo di copertura più semplice, dove non sono previsti né l'elemento termoisolante, né lo strato di ventilazione, come mostrato in Figura 1.2. Questa copertura risulta di impiego limitato ai casi in cui non è richiesto un isolamento termico del sistema (ad esempio: tettoie, edifici agricoli, coperture di ambienti non riscaldati, ecc.).

Gli elementi o strati presenti sono: elemento portante (continuo o discontinuo), elemento di supporto, elemento di tenuta.

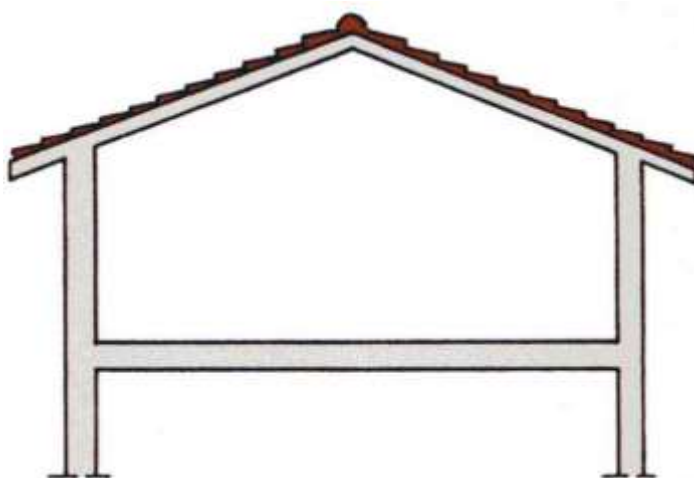


Figura 1.2: Copertura non isolata e non ventilata.

### 1.2.2 Copertura non isolata ventilata

Rispetto alla precedente, esiste in più uno strato di ventilazione (Figura 1.3), al di sotto dell'elemento di tenuta, che ha lo scopo di migliorare il comportamento complessivo della copertura, specialmente in clima estivo, ove la ventilazione riduce gli effetti del riscaldamento dovuto all'irraggiamento solare. Può essere utilizzata nell'edilizia agricola.

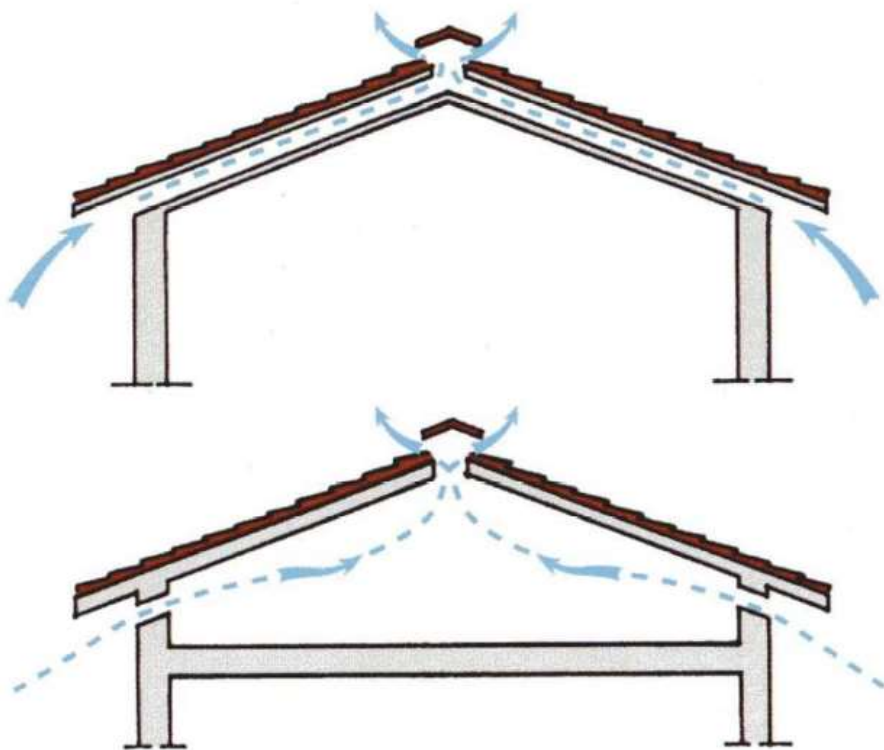


Figura 3.3: Copertura non isolata ventilata.

### 1.2.3 Copertura isolata non ventilata (Tetto caldo)

In questo tipo di copertura esiste l'elemento termoisolante, ma non lo strato di ventilazione, come mostrato in Figura 1.4. L'elemento termoisolante è generalmente disposto lungo la falda inclinata e lo spazio del sottotetto è quindi utilizzabile. In Figura 1.5 sono mostrati i particolari costruttivi.



Figura 1.4: Copertura isolata non ventilata.

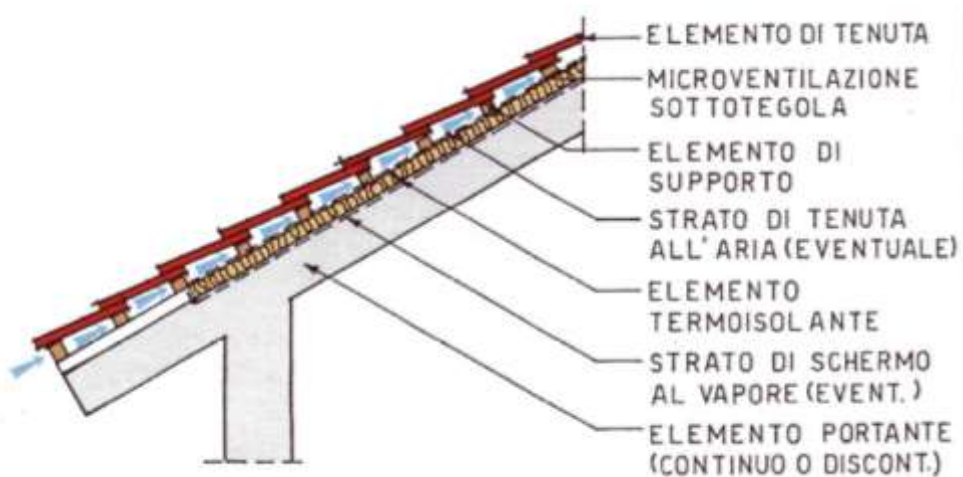


Figura 1.5: Particolari costruttivi per una copertura isolata non ventilata.

### 1.2.4 Copertura isolata ventilata (Tetto freddo)

Questo tipo di copertura è quello che, dal punto di vista termoigrometrico, offre le migliori garanzie di buon funzionamento. Lo strato di ventilazione all'estradosso dell'elemento termoisolante evita la formazione di condensazioni del vapor d'acqua all'interno degli strati. È possibile anche creare un'intercapedine ventilata, a spessore costante, lungo la falda, rendendo utilizzabile lo spazio sottotetto (Figura 1.6).

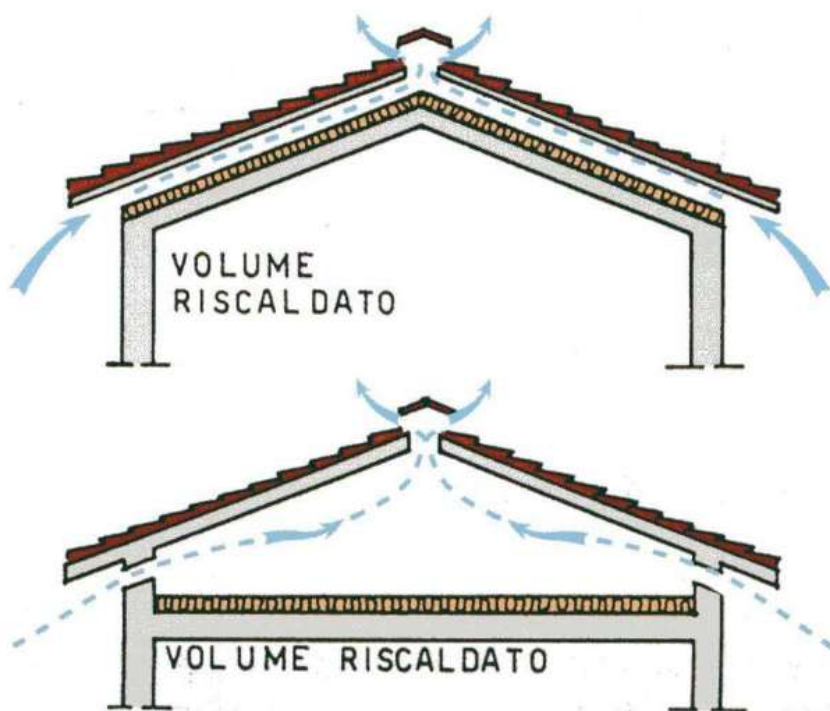


Figura 1.6: Copertura isolata ventilate.

Nelle Figure 1.7 e 1.8 sono mostrati i particolari costruttivi di un tipico tetto ventilato, senza e con sottotetto rispettivamente.

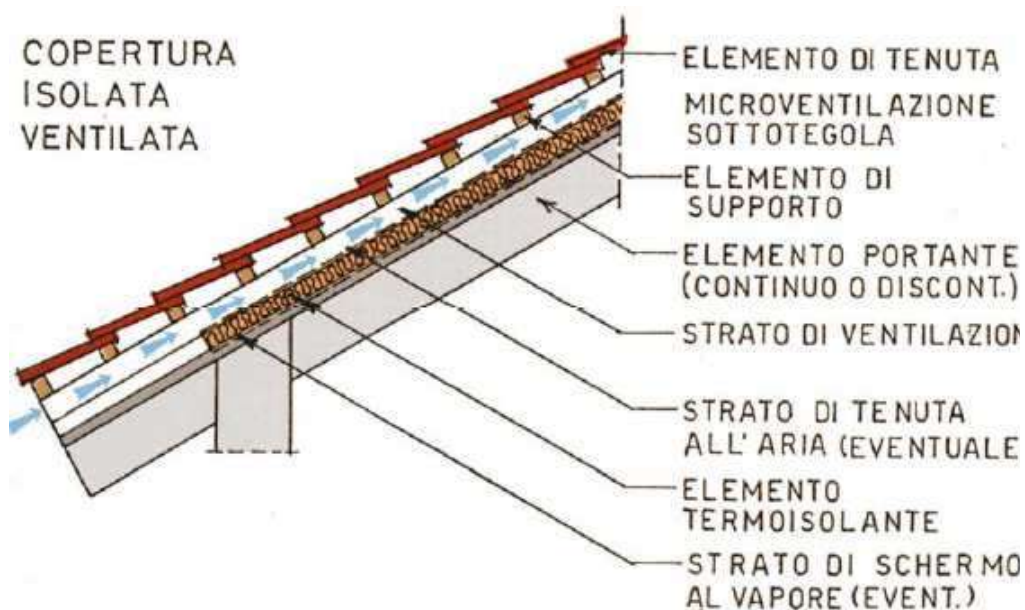


Figura 1.7: Particolari costruttivi per una copertura isolata ventilata senza sottotetto.

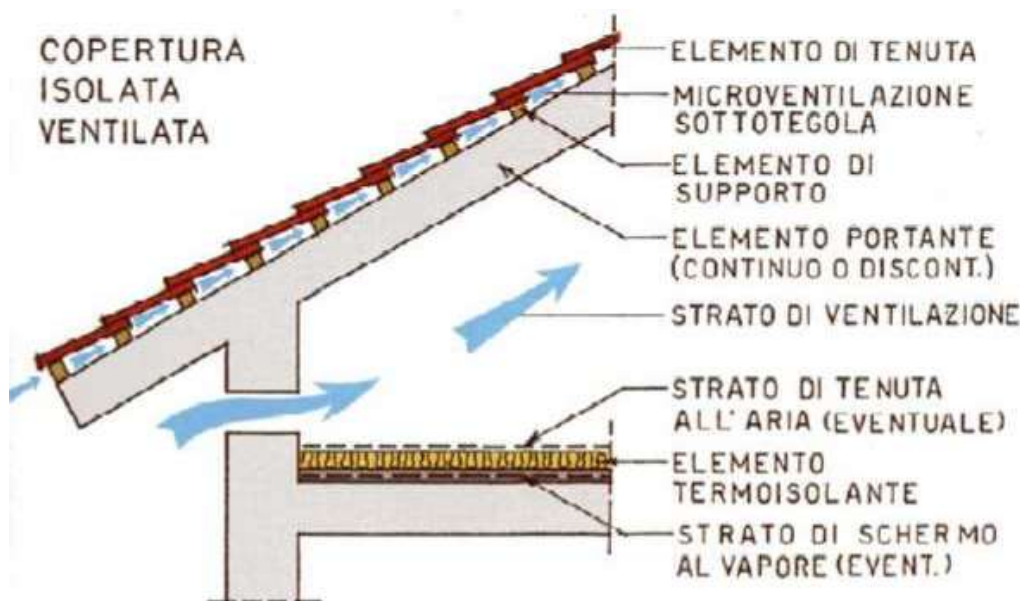


Figura 1.8: Particolari costruttivi per una copertura isolata ventilata con sottotetto.



### 1.3 L'isolamento termico

Con il termine “isolamento termico” si fa riferimento a tutta una serie di disposizioni riguardanti il “rivestimento” dell'edificio al fine di ottenere una temperatura confortevole per l'uomo.

Il passaggio di calore può avvenire in modi differenti:

- per conduzione nei materiali solidi;
- per convezione nelle sostanze liquide e gassose;
- per irraggiamento in quelle permeabili alle radiazioni.

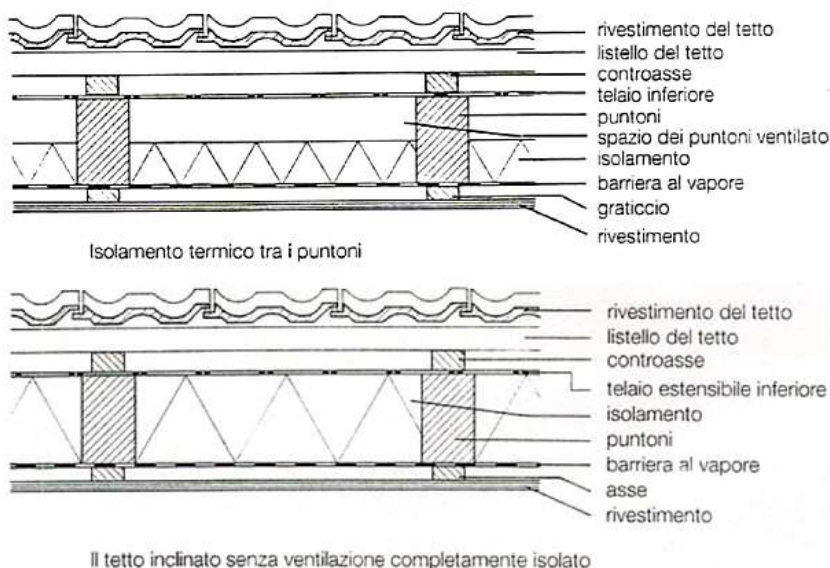


Figura 1.9: Isolamento termico interno alla struttura portante.

Il valore  $\lambda$  viene definito in fisica tecnica come coefficiente di conducibilità termica, espresso in W/mK, ed esprime la capacità di un materiale di lasciar passare il calore. Tanto minore è il valore, tanto meno il materiale conduce calore, cioè tanto meglio il materiale "isola".

L'aria statica possiede una capacità di conduzione termica molto bassa, per questo i materiali che contengono molta aria hanno una penetrazione di calore scarsa; per cui, più è poroso il materiale e più sarà ridotta la sua capacità di conduzione termica (da tempo si utilizzano anche materiali porosi sintetici, le cui cellule non contengono aria ma gas, come ad esempio poliuretano).

Lo strato isolante può essere inserito all'interno della struttura portante (Figure 1.9 e 1.10), sopra di essa (Figure 1.11 e 1.12) o anche al di sotto (Figura 1.13).

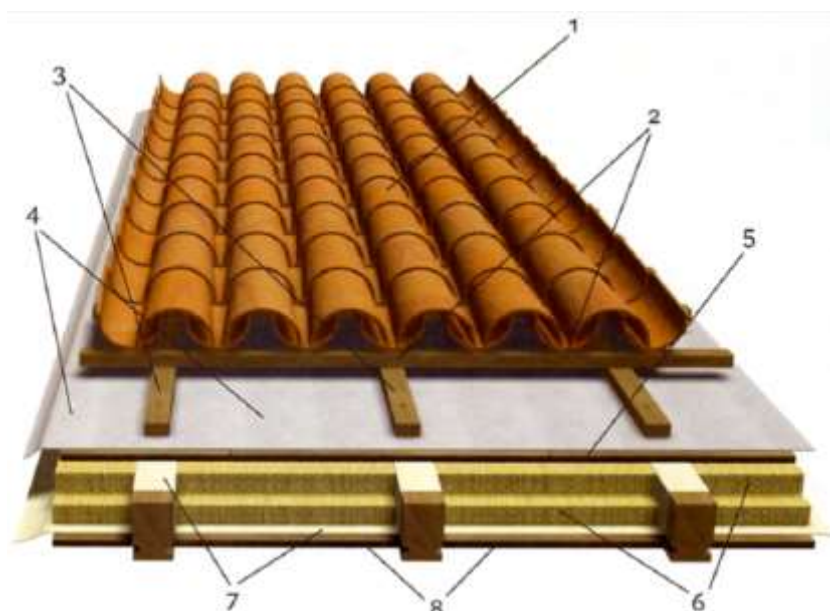


Figura 1.10: Configurazione tetto ventilato con isolamento termico interno alla struttura portante: 1) manto di copertura; 2) listelli per copertura; 3) controlistelli per ventilazione sottotegola; 4) guaina sottotegola traspirante; 5) assito grezzo: supporti per guaina; 6) coibentazione termica; 7) guaina freno al vapore/tenuta all'aria; 8) rivestimento interno: perline.

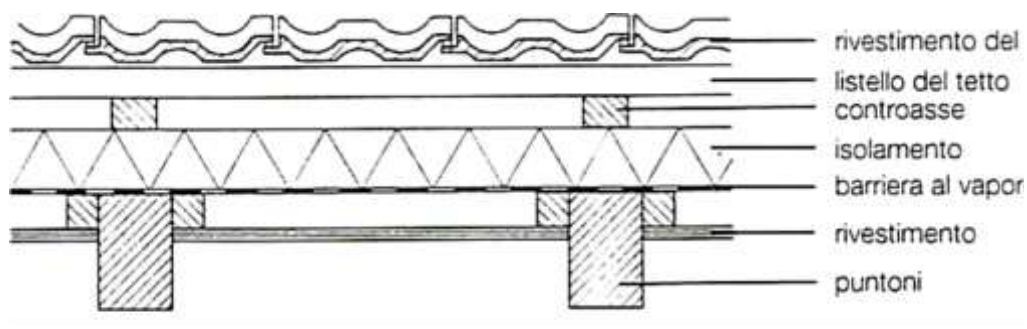
L'isolamento all'interno della struttura portante offre i seguenti vantaggi:

- uso razionale degli spazi tra gli elementi della struttura portante, se si desidera rivestirla;
- soluzione ideale per l'isolamento di tetti preesistenti.

L'isolamento sopra la struttura portante offre i seguenti vantaggi:

- Facilità d'esecuzione;
- Assenza del ponte termico attraverso la struttura portante;
- Maggior rapidità di montaggio dello strato isolante;
- Visibilità della struttura portante.





Isolamento termico al di sopra dei puntoni

Figura 1.11: Isolamento termico sopra alla struttura portante.

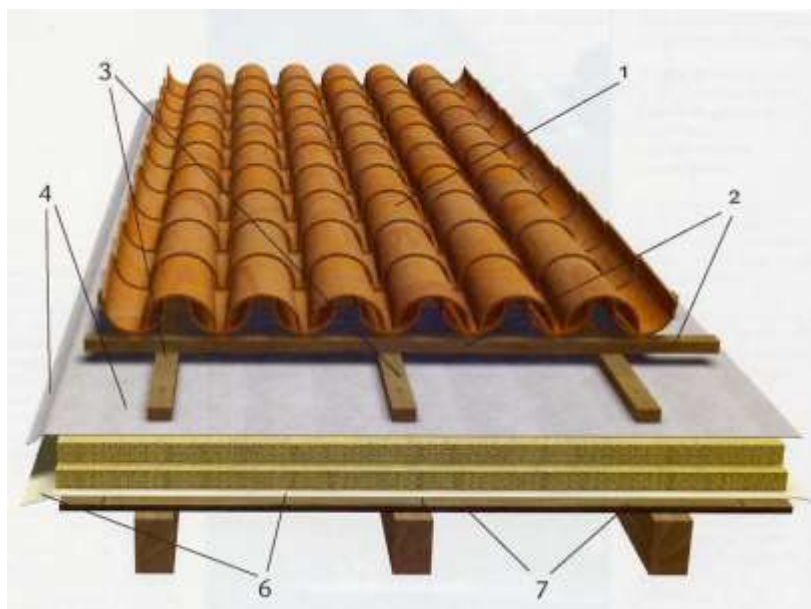


Figura 1.12: Configurazione tetto ventilato con isolamento termico sopra la struttura portante: 1) manto di copertura; 2) listelli per copertura; 3) controlistelli per ventilazione sottotegola; 4) guaina sottotegola traspirante; 5) coibentazione termica; 6) guaina freno al vapore/tenuta all'aria; 7) rivestimento interno: perline.

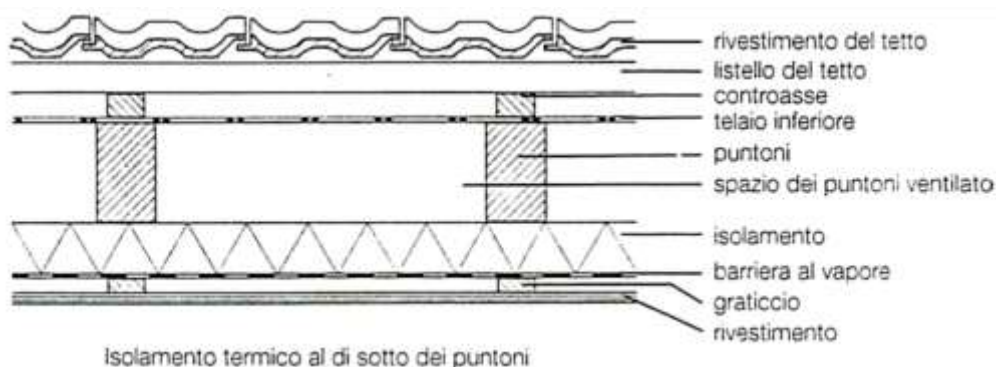


Figura 1.13: Isolamento termico sotto alla struttura portante.

Quando parliamo di isolamento termico del tetto, intendiamo di solito la protezione dal freddo in inverno, dimenticando che occorre anche una protezione dal caldo in estate.

Le condizioni termoigrometriche variano nel tempo, durante le ventiquattro ore e nelle diverse stagioni dell'anno. I dati climatici locali influenzano diversamente le superfici dell'involucro a seconda dell'orientamento e dell'inclinazione. Comfort e risparmio energetico sono esigenze che il progetto del tetto deve rispettare, tenendo conto delle stagioni e del mutare delle condizioni climatiche. Oggigiorno, all'interno di una progettazione ecosostenibile, il problema estivo non è meno rilevante di quello invernale ed entrambi si accentuano con l'uso, sempre più frequente, dello spazio sottotetto come luogo abitativo.

Poiché le condizioni di comfort devono essere raggiunte risparmiando energia, sia per motivi economici che di limitazione dell'inquinamento ambientale, le dispersioni termiche attraverso il tetto, in periodo invernale, devono essere contenute e il flusso termico entrante, in periodo estivo, deve essere il più possibile ridotto, così da limitare il contributo dell'impianto di riscaldamento e il ricorso a impianti di climatizzazione (Figura 1.14).



Figura 1.14: Tetti con isolamento scarso, per i quali la dispersione di calore fa sciogliere rapidamente la neve.

## 1.4 Comfort e risparmio energetico durante il periodo invernale

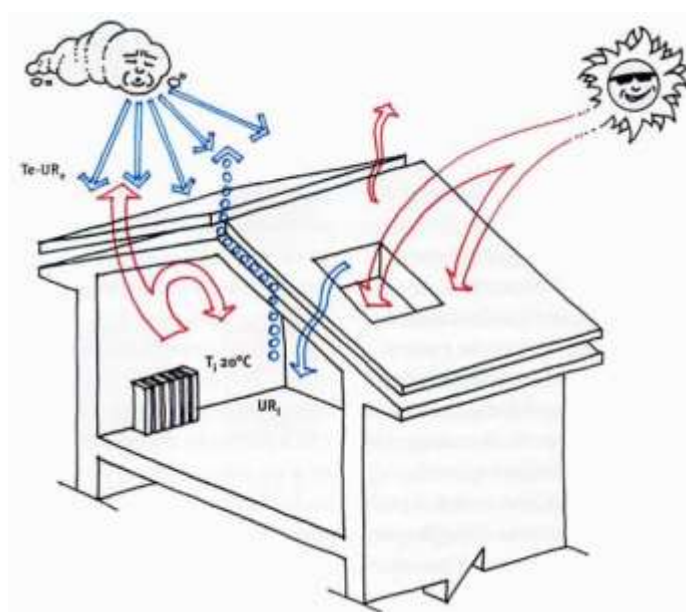


Figura 1.15: Interazione fra ambiente esterno ed interno, attraverso la copertura, nel periodo di riscaldamento.

Nel periodo invernale, il risparmio energetico era regolato dalla Legge n°10 del 9 gennaio 1991 [4], che adottava il criterio del contenimento del fabbisogno energetico del sistema edificio-impianto: l'edificio disperde calore per trasmissione attraverso l'involucro e per ventilazione, in relazione alle condizioni

climatiche, ma acquista calore per apporti gratuiti sia interni, sia dovuti all'irraggiamento solare, in relazione alla sua inerzia termica (Figura 1.15).

Attualmente è in vigore il D.Lgs. 192/05: “Attuazione della direttiva 2002/91/CE relativa al rendimento energetico nell'edilizia” [5].

## PRINCIPI GENERALI

*Art. 1: Finalità. Il presente decreto stabilisce i criteri, le condizioni e le modalità per migliorare le prestazioni energetiche degli edifici al fine di favorire lo sviluppo, la valorizzazione e l'integrazione delle fonti rinnovabili e la diversificazione energetica, contribuire a conseguire gli obiettivi nazionali di limitazione delle emissioni di gas a effetto serra posti dal protocollo di Kyoto, promuovere la competitività dei comparti più avanzati attraverso lo sviluppo tecnologico.*

Tale decreto è stato poi abrogato dal D.Lgs. 311/06. Pubblicato in G. U. sul supplemento ordinario 26/2007, è entrato in vigore il 2 febbraio 2007 ed è intitolato “Disposizioni correttive ed integrative al decreto legislativo 19/8/05 n. 192, recante attuazione della direttiva 2002/91/CE, relativa al rendimento energetico in edilizia” [6].

## 1.5 Comfort e risparmio energetico durante il periodo estivo

Durante il periodo estivo, il flusso termico che entra all'interno dalla copertura è dovuto alla maggiore temperatura dell'aria esterna e all'irraggiamento solare sul tetto, funzione della latitudine, della esposizione e della inclinazione delle falde (Figura 1.16).

Un buon isolamento dal freddo in inverno non sarà necessariamente una protezione efficace dal caldo in estate. Soprattutto nell'Italia centrale e meridionale, date le intense radiazioni solari, dobbiamo prevedere temperature molto elevate dei tetti, che possono portare in copertura anche ad una temperatura di 90°C.

Per impedire che questo calore arrivi ai vani sottostanti, si devono scegliere materiali e strati di rivestimento adatti per ottenere una protezione efficace. Rilevazioni effettuate hanno dimostrato che esiste un rapporto diretto tra la protezione dal caldo in estate e lo sfasamento di temperatura  $\phi$  del componente

edile: quanto maggiore é lo sfasamento di temperatura, tanto maggiore è la protezione dal calore estivo.

Con lo sfasamento di temperatura  $\phi$  si intende il tempo in ore necessario per far sì che un aumento di temperatura sul lato esterno di un componente edile si trasmetta al lato interno.

Dalla letteratura si è visto che, per avere una protezione ragionevole dal caldo in estate, è necessario uno sfasamento di temperatura di almeno 8 ore. Per ottenere questo, è importante usare isolanti adeguati con alta inerzia termica oppure completare l'isolante con strati contenenti materiali ad alta densità.

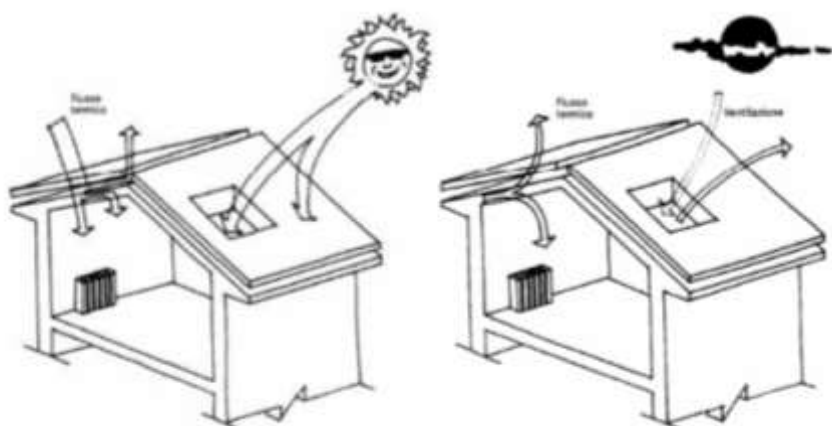


Figura 1.16: Interazione fra ambiente esterno ed interno, attraverso la copertura, nel periodo di raffrescamento (giorno e notte).

## **Bibliografia**

- [1] Norma UNI 8089:2012: Edilizia - Coperture e relativi elementi funzionali - Terminologia funzionale.
- [2] L. Venturi, Coperture Ventilate, appunti del corso di “Elementi di Tecnologia dell’Architettura”, Università di Bologna, A.A. 2007/2008
- [3] A. Stanzi, M. D’Orazio, C. Di Perna, A. Carbonari, “Le coperture ventilate: da una sperimentazione i criteri per il dimensionamento”, Dipartimento di Architettura, Costruzioni, Strutture, Università Politecnica delle Marche
- [4] Legge 9 gennaio 1991, n. 10 “Norme per l’attuazione del Piano energetico nazionale in materia di uso razionale dell’energia, di risparmio energetico e di sviluppo delle fonti rinnovabili di energia”.
- [5] Decreto Legislativo 192/05: “Attuazione della direttiva 2002/91/CE relativa al rendimento energetico nell'edilizia”.
- [6] D.Lgs. 311/06: “Disposizioni correttive ed integrative al decreto legislativo 19/8/05 n. 192, recante attuazione della direttiva 2002/91/CE, relativa al rendimento energetico in edilizia”.

## **CAPITOLO 2**

### **STATO DELL'ARTE**

## 1.1 Introduzione agli studi sui tetti ventilati

In un'epoca di forte interesse all'uso di risorse naturali non rinnovabili, si presta grande attenzione al loro utilizzo in ogni campo. Nella realizzazione di nuovi edifici, che rispondano al meglio a specifiche esigenze di basso consumo, è necessario progettare adeguatamente ogni dettaglio che li costituisca: tetto, facciate, superfici vetrate, ecc. Ogni componente, se ben realizzato, contribuisce al risparmio energetico considerevolmente. In particolare, per quanto riguarda la copertura degli edifici, l'utilizzo di tetti ventilati comporta notevoli benefici. Strutturalmente, questo tipo di tetti è costituito da una serie di materiali, opportunamente scelti ed intervallati da un canale, in cui l'aria è libera di fluire. L'interesse applicativo per questa fenomenologia, legata soprattutto alla configurazione geometrica, alla correlazione numerico-sperimentale ed al confronto tra tetti ventilati e non, ha suscitato, nel corso degli ultimi anni, un notevole interesse da parte degli studiosi. Faremo, ora, una breve disamina degli studi condotti su questo argomento, analizzando articoli relativi alle coperture.

Tra i primi studi si ricordano quelli di Tobiasson et al. [1], che nel 1994 a New York, verificarono che l'utilizzo di una ventilazione naturale permetteva di evitare la formazione di ghiaccio sui tetti, mentre

Silberstein e Hens [2], nel 1996 in Francia, analizzavano le prestazioni termiche ed igrometriche di cavità aerate all'interno di tetti e pareti, dimostrando sperimentalmente come la ventilazione diminuisse l'umidità dovuta alla condensa.

Ancora in Francia, Serres et al. [3], nel 1997, determinarono il contributo al risparmio energetico di ogni componente di un edificio sotto osservazione e indicarono l'importanza specifica dei differenti tipi di scambio termico che avvengono in un tetto ventilato.

Ciampi et al. [4] hanno analizzato la riduzione del carico termico estivo con l'uso di tetti ventilati sia in regime turbolento che laminare (grazie alla microventilazione, ovvero con cavità abbastanza strette da avere al loro interno un flusso laminare). Il risparmio energetico rispetto ad un tetto non ventilato superava il 30%.

L'analisi energetica del tetto ventilato è stata effettuata calcolando il risparmio energetico adimensionale  $S$  così definito:

$$S = (Q_0 - Q)/Q_0 \quad (2.1)$$



S varia tra 0 e 1; valori negativi indicano che l'uso del tetto ventilato non è vantaggioso, valori superiori a 1 indicano che Q è minore di 0, il che implica che la ventilazione è tale da estrarre l'aria fresca dalla stanza sottostante il tetto.

Schematizzando il tetto ventilato con una cavità delimitata da due lastre e considerando due configurazioni, ricavarono i valori delle resistenze termiche:

$$R_{tnv} = R_a + R_B + r_e + r_i + R_{cd} \quad (2.2)$$

$$R_{e0} = R_A + r_e + R_{cd}/2 \quad (2.3)$$

dove:  $R_{tnv}$  è la resistenza termica totale del tetto ventilato considerando il dotto aerato chiuso;  $R_a$  è  $R_b$  le resistenze delle 2 falde del tetto;  $r_e$  e  $r_i$  le resistenze termiche delle superfici esterne ed interne;  $R_{cd}$  la resistenza al flusso termico lungo il condotto chiuso;  $R_{e0}$  la resistenza tra il piano di mezzeria del condotto chiuso e l'ambiente esterno.

Dallo studio effettuato, oltre ad un considerevole risparmio energetico, è stato verificato l'effetto di alcuni parametri. La percentuale di energia risparmiata aumenta al crescere dello spessore dell'intercapedine e dell'angolo di inclinazione del tetto. Anche l'uso di materiale isolante aiuta le prestazioni del tetto ventilato, ma risulta più efficace quando esso viene posizionato sulla superficie inferiore della falda. La presenza di elementi di supporto delle tegole o considerare condotti troppo lunghi inficia le prestazioni del tetto in estate. In inverno, dal punto di vista energetico, la ventilazione è risultata invece sconsigliata, per cui sarebbe meglio tenere il condotto chiuso.

Testando un tetto ventilato in scala reale durante il periodo estivo ed invernale, Dimoudi et al. [5, 6] hanno esaminato parametri chiave, come lo spessore dello strato di ventilazione e la presenza o meno di una barriera radiante, verificando un incremento delle prestazioni rispetto ad un tetto dalla struttura convenzionale. In particolare, l'uso della barriera radiante in estate è risultato favorevole durante le ore del giorno, ma non nelle ore notturne, anche se il bilancio energetico entro le 24 ore è stato comunque positivo. Lo spessore dell'intercapedine ha interagito attivamente con le condizioni dell'ambiente e la sua efficacia è risultata dipendente dalla presenza o meno della barriera. In regime invernale, si è osservato che un piccolo spessore dell'intercapedine è migliore in assenza di barriera, mentre se lo spessore è maggiore, l'uso della barriera è risultato

favorevole, sia di giorno che di notte. Sebbene l'uso di un tetto ventilato sia apparso confrontabile a quello di un tetto convenzionale, si è comunque rivelato utile per la protezione termica del tetto. Yeo et al. [7] analizzarono l'influenza dei parametri costruttivi, ovvero l'inclinazione della falda del tetto, lo spessore e la forma della cavità aerata, il profilo dei pannelli, e della radiazione solare incidente sul tetto, verificando in via sperimentale la diminuzione del carico termico accumulato e del conseguente risparmio in termini di raffrescamento. D'Orazio et al. [8], analizzarono 5 tetti ventilati a diversa sezione trasversale del canale aerato, ma per eliminare l'incertezza dei risultati dovuta alla possibile presenza di insetti e piccoli animali, combinarono l'uso di uno strato di ventilazione con elementi di protezione delle sezioni di ingresso e di uscita dell'aria. Spiga et al. [9], con studi teorici e test sperimentali su stalle, determinarono i profili di temperatura all'interno del condotto e della stanza e calcolarono lo spessore ottimale del canale di ventilazione, a flusso termico assegnato e considerando un flusso di moto laminare in convezione forzata. Villi et al. [10] considerando tre spessori del canale di ventilazione (3 cm, 5 cm e 10 cm), compararono il funzionamento del tetto ventilato a quello di un normale tetto nelle stesse condizioni ambientali e ricavarono le informazioni fondamentali delle prestazioni termiche elaborando un adeguato modello computazionale fluidodinamico, ricavando però una certa discrepanza di risultati.

La combinazione di superfici ombreggianti e del calore rimosso dall'aria, che fluisce nella cavità di ventilazione del tetto, riduce notevolmente il flusso termico trasmesso alla struttura a causa della radiazione solare; Gagliano et al. [11], posizionando uno strato di materiale isolante a diverse distanze dal canale aerato, con il software di simulazione Fluent, studiarono il sistema, in modo da meglio comprenderne il comportamento termo-fluido dinamico e verificarono che la ventilazione poteva ridurre il carico termico fino al 50% in periodo estivo.

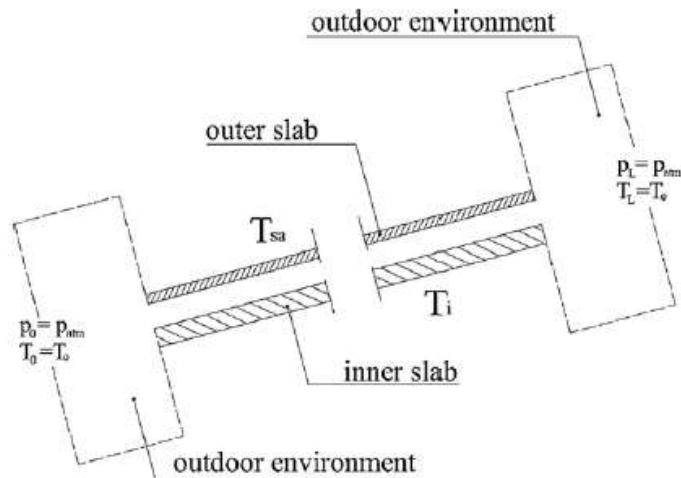


Figura 2.1 - Gagliano et al.: Modello di analisi e condizioni al contorno.

Il modello utilizzato è bidimensionale, come mostrato in Figura 2.1, e, oltre all'intercapedine, comprende due porzioni di ambiente esterno, racchiuse da superfici fittizie, al fine di considerare gli effetti dell'aria esterna all'ingresso e all'uscita del canale. In particolare, tra le condizioni al contorno imposte, è stato considerato il valore  $T_{sa}$ , ovvero la temperatura dell'aria esterna dovuta al sole, calcolato con la formula:

$$T_{sa} = T_0 + \frac{\alpha l}{h_e} \quad (2.4)$$

dove:  $T_0$  è la temperatura esterna all'ombra;  $\alpha$  è il coefficiente di assorbimento solare della superficie esterna,  $l$  è la radiazione solare totale incidente sulla superficie,  $h_e$  è il coefficiente di scambio termico e comprende l'effetto dell'irraggiamento e della convezione sulla superficie esterna. Gli studi effettuati hanno dimostrato che le prestazioni migliori sono raggiunte quando lo strato isolante è posto al di sotto del canale e che la ventilazione è una tecnica non invasiva per migliorare notevolmente le prestazioni energetiche di un edificio.

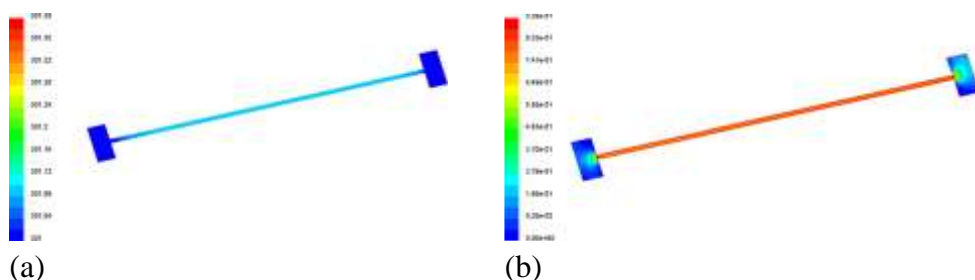


Figura 2.2 – Gagliano et al: Andamento della temperatura nel canale; a) lo strato isolante è posizionato sotto il canale aerato; b) lo strato isolante è posizionato sopra il canale aerato.

Infatti, osservando la Figura 2.2(a) si nota che la temperatura dell'aria all'interno della cavità aumenta di circa 5 K rispetto a quella esterna l'incremento di temperatura nella cavità.

Puerta Lopez e Casanova, nel loro studio [12], hanno descritto i vari stadi per progettare degli elementi, realizzati con una particolare ceramica rossa, installati per creare una ventilazione nei tetti con tegole di porcellana rossa, e, grazie ad opportune simulazioni, hanno testato la loro efficacia con l'uso combinato di altri materiali ausiliari utilizzati nell'installazione.

Zheng e Zhang [13] hanno testato 4 tipi di coperture di stanze ventilate in maniera naturale, al fine di valutarne le prestazioni in periodo estivo. In particolare, un tetto verde leggero ha presentato le migliori prestazioni isolanti quando la temperatura esterna era particolarmente alta, mentre è stato rilevato che il flusso termico della superficie interna di un tetto ventilato era il più sensibile alla radiazione solare media ed aveva le peggiori prestazioni per attenuare le fluttuazioni della temperatura esterna. Yew et al. [14] hanno studiato le prestazioni di 4 tetti a diversa configurazione e hanno rilevato che il tetto comprendente una copertura di isolamento termico integrata con una serie di tubi di alluminio, che agisce come una cavità per il movimento dell'aria, ha mostrato una significativa riduzione della temperatura (fino a 13 °C) rispetto ad un tetto convenzionale: ciò è stato ottenuto grazie all'azione combinata della bassa conducibilità termica della vernice isolante e alla capacità dell'alluminio di trasferire calore efficientemente. Come mostrato in Figura 2.3, il meccanismo di scambio termico sfrutta la differenza di temperatura tra l'ambiente, che è più fresco, e il tubo di alluminio all'interno del tetto, innescando così la convezione naturale.

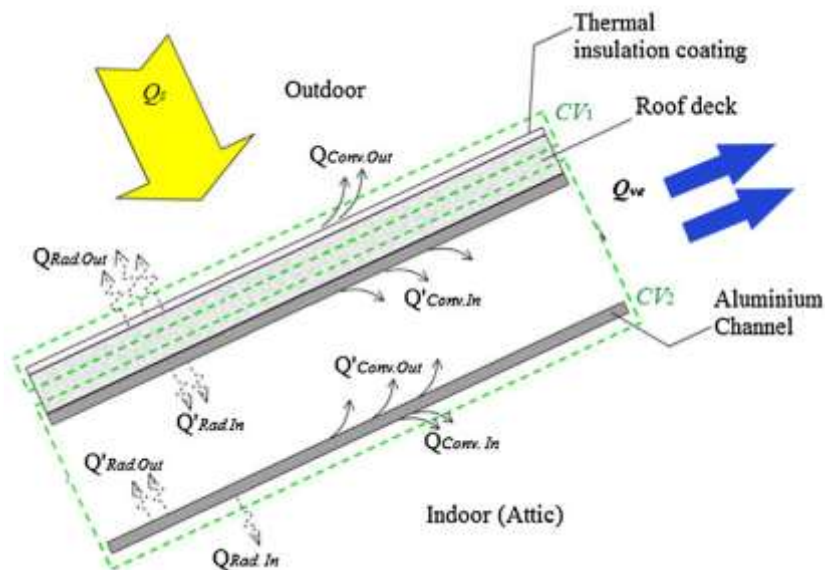


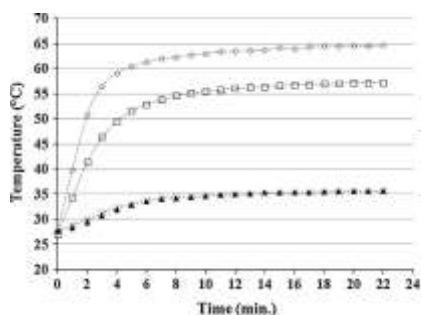
Figura 2.3 – Yew et al.: Meccanismo di scambio termico del sistema integrato.

La prestazione termica è stata valutata calcolando due quantità, lo scambio termico tra l'ambiente e la copertura isolante e la pedana del tetto e lo scambio termico tra la pedana e il canale di alluminio con l'interno, tramite le formule:

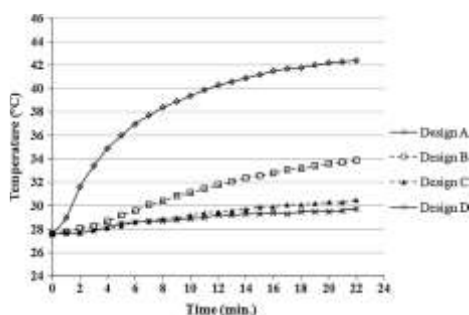
$$Q_S = Q_{Rad,Out} + Q_{Conv,Out} + Q_{Cond} \quad (2.5)$$

$$Q_{Cond} = Q_{Rad,In} + Q_{Conv,In} + Q_{ve} \quad (2.6)$$

dove  $Q_S$  è il calore dalle lampade alogene,  $Q_{Rad,Out}$  è il calore radiativo dalla superficie superiore del tetto,  $Q_{Conv,Out}$  è il calore convettivo dalla superficie superiore del tetto,  $Q_{Cond}$  è il calore conduttivo nella pedana del tetto,  $Q_{Rad,In}$  è il calore radiativo verso superficie interna del tetto,  $Q_{Conv,In}$  è il calore convettivo verso superficie interna del tetto,  $Q_{ve}$  è il calore per ventilazione al di fuori del tetto. Usando 4 modelli su scala ridotta, sono state considerate 4 configurazioni: il Design A, con normale verniciatura; il Design B, con copertura isolante, senza cavità aerata; il Design C, con copertura isolante e cavità aerata chiusa; il Design D, con copertura isolante e cavità aerata aperta.



(a)



(b)

Figura 2.4 – Yew et al.: a) Confronto delle Temperature del tetto e del tubo di alluminio sulla superficie inferiore; b) Confronto delle Temperature del sottotetto.

Il Design D ha mostrato la temperatura più bassa nel sottotetto, grazie all'effetto combinato della riflessione del calore e del rigetto dell'aria calda, come mostrato in Figura 2.4.

Banionis et al. [15] hanno studiato sperimentalmente l'apporto di una copertura termoriflettente ad un tetto ventilato. In particolare, hanno verificato che, installando la copertura sullo strato termoisolante di un tetto metallico con un canale di ventilazione, il flusso termico giornaliero medio si riduceva del 25% circa rispetto ad un normale tetto ventilato nel periodo estivo. Anche il flusso termico trasmesso ai locali interni nelle ore giornaliere risultava ridotto del 24% circa. Posizionando, invece, la copertura tra due canali aerati del tetto, il flusso termico diminuisce di circa un terzo, con una considerevole diminuzione del calore trasferito ai locali.

Angelakoglou et al. [16] hanno studiato quattro tipi di tetto piano: un tetto zavorrato a ghiaia, un tetto verde, un tetto ventilato e una controsoffittatura coibentata. Le 4 configurazioni sono riportate in Figura 2.5. In generale, è stato riscontrato che il risparmio energetico era pressoché lo stesso con tutti e quattro i sistemi, ma le cose erano ben diverse se si consideravano zone climatiche, periodi di tempo e caratteristiche spaziali differenti. In particolare, il tetto ventilato ha presentato il più alto carico ambientale, il tetto zavorrato la miglior prestazione ambientale, mentre gli altri due tipi simili profili ambientali (Figura 2.6).

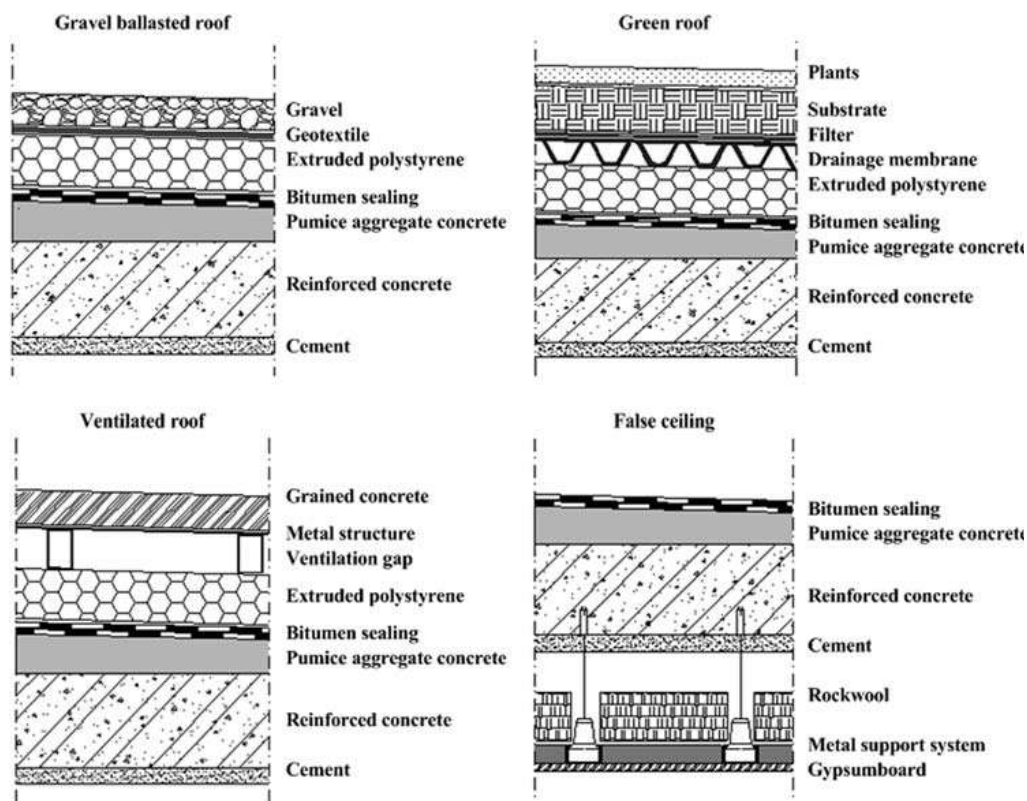


Figura 2.5 - Angelakoglou et al.: Schema delle sezioni dei quattro tipi di tetto analizzati.

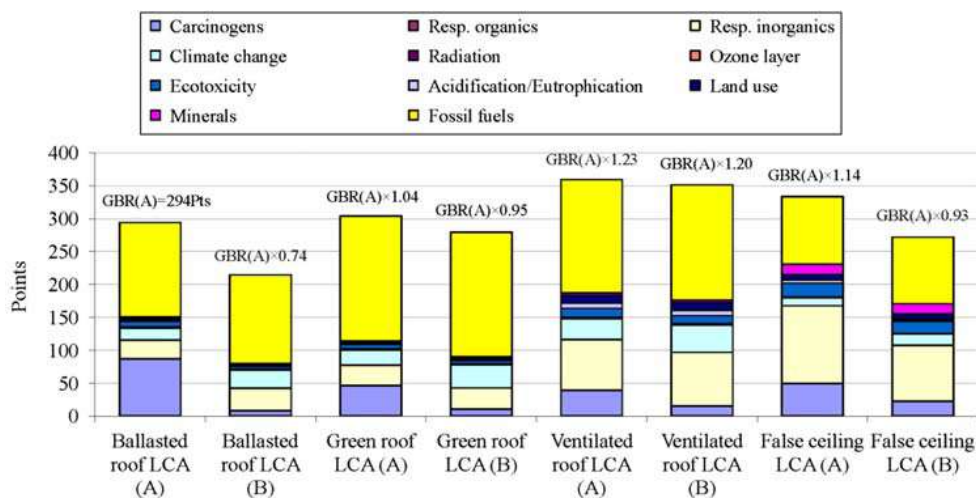


Figure 2.6 - Angelakoglou et al.: Carico ambientale totale sull'intero ciclo di vita del sistema.

Bartoš e Pěňčík [17] hanno studiato, grazie al software Ansys, i tetti a doppio rivestimento, particolarmente adatti in zone a clima umido. per il design del tetto, hanno prestato particolare attenzione allo spessore della cavità aerata (Figura 2.7). Dai risultati ottenuti, hanno verificato che la forma delle linee di flusso della velocità non è influenzata dal valore della velocità di ingresso. In particolare, in Figura 2.8 si mostrano i risultati per  $v = 19$  m/s.

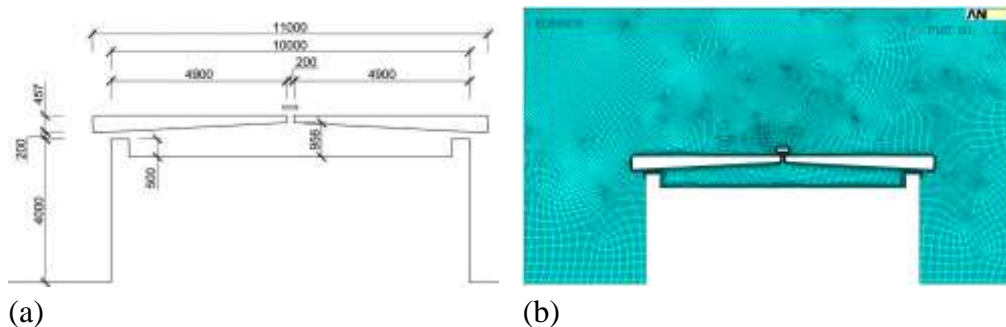


Figura 2.7 - Bartoš e Pěňčík: (a) Modello geometrico e (b) Dominio computazionale.

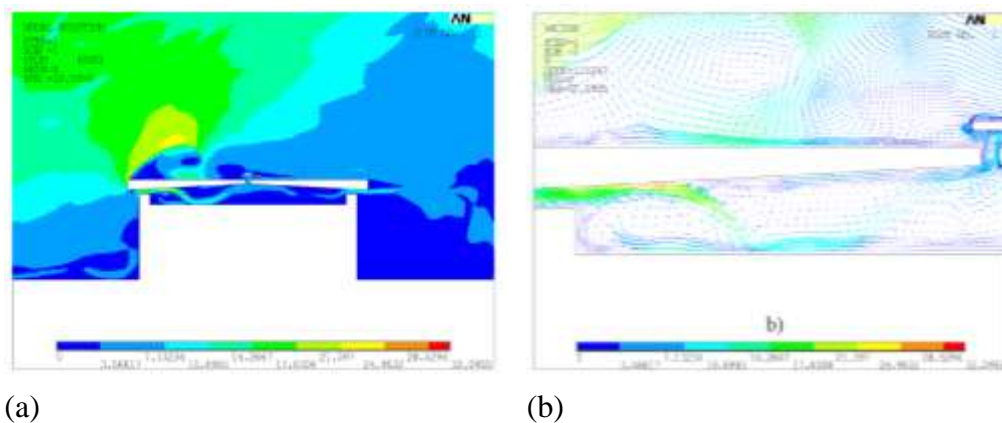


Figura 2.8 - Bartoš e Pěňčík: Andamento del flusso d'ara (a) e delle linee di flusso (b) per velocità iniziale  $v_x = 19$  m/s.

La forma è influenzata solo dalla geometria del sottotetto e dalla superficie superiore del rivestimento e, in particolare, i migliori risultati sono stati ottenuti livellando il bordo inferiore delle aperture di ventilazione con il bordo superiore



del rivestimento, poiché si è ottenuto un miglior flusso di aria umida nella cavità aerata.

Tong et al. [18] hanno applicato il metodo Complex Fast Fourier Transform per prevedere il comportamento di due tetti multistrato, uno non ventilato e uno ventilato, verificando poi i risultati analizzando due tetti a dimensione naturale durante una giornata tipo a Singapore. L'uso di un tetto ventilato ha permesso una notevole riduzione del carico termico in tutte le condizioni analizzate rispetto ad un tetto non ventilato.

Amornleetrakul et al. [19] hanno studiato le prestazioni di un nuovo tipo di tegola per tetti ventilati considerando gli effetti su piccoli edifici. Durante le ore più fresche del giorno, è stata riscontrata una temperatura interna prossima a quella dell'ambiente, ma nelle ore più calde, la ventilazione delle tegole ha permesso l'assorbimento di carico termico notevolmente minore rispetto a quello verificatosi usando tegole corrugate.

Barozzi e Pollastro [20] hanno condotto uno studio sui tetti freddi, in condizioni estive ed invernali, per studiarne le prestazioni energetiche e il loro contributo a mitigare l'effetto urbano del calore. Utilizzando delle camere di prova, hanno paragonato i tetti freddi ai tetti ventilati e ai tetti caldi. Sebbene il tetto freddo, in estate, sia risultato migliore per quanto riguarda la riduzione della temperatura della superficie, il risparmio energetico per il raffrescamento estivo è stato paragonabile a quello dei tetti ventilati.

Li et al. [21] hanno indagato numericamente gli effetti di alcuni parametri sulle prestazioni termiche dei tetti ventilati per edifici residenziali: lo spessore dello strato di ventilazione, l'inclinazione della falda del tetto, sezione della superficie di scarico e coefficiente di assorbimento della superficie del tetto. L'uso di uno strato di ventilazione ha permesso di avere un forte ritardo per l'innalzamento della temperatura interna all'ambiente; lo spessore del canale non ha avuto notevoli effetti sul riscaldamento del tetto durante il picco massimo, ma con un valore di 10 cm è stata assicurata un'adeguata velocità dell'aria all'interno dell'intercapedine. L'inclinazione della falda e la sezione di uscita dell'aria hanno giocato un ruolo fondamentale, poiché al loro aumentare, diminuiscono la temperatura media e il flusso termico sulla superficie superiore del tetto. Il coefficiente di assorbimento della superficie superiore del tetto ha avuto deboli effetti sulla temperatura media e sul flusso termico, se paragonato ad altre condizioni.

Per mantenere una temperatura interna confortevole in periodi caldi, in genere si utilizzano ventole o sistemi di condizionamento, ma ciò comporta delle spese, per l'installazione, il funzionamento e la manutenzione di questi strumenti. Roslan et al. [22] hanno mirato il proprio studio a trovare strategie alternative a ciò, puntando a sistemi passivi, quali tetti ventilati e freddi. Con essi è possibile, infatti, raggiungere il comfort termico riducendo il calore proveniente dall'esterno ed eliminando l'aria calda interna minimizzando le energie di consumo. La soluzione ottimale sarebbe quella di unire al tetto ventilato altri sistemi passivi, ma hanno stabilito che comunque l'efficacia del risultato dipende da diversi fattori: il tipo e l'orientazione dell'edificio, le condizioni climatiche, la topografia del territorio.

Zhang et al. [23] hanno effettuato una serie di studi per analizzare il prezzo adeguato di un tetto ventilato provvisto di vernice fredda: l'efficacia di questo sistema ha comportato un notevole risparmio di energia e un conseguente tempo recupero dei costi piuttosto breve rispetto alla sua vita di funzionamento.

Bortoloni et al. [24] hanno confrontato le prestazioni di un tetto spiovente ventilato con copertura di tegole a quelle di un tetto non ventilato. Hanno analizzato numericamente un dominio bidimensionale tenendo conto della permeabilità all'aria della copertura, inserendo parametri di vento, temperatura e irraggiamento solare adatti a simulare condizioni estive a diverse ore del giorno. Lo schema del dominio è riportato in Figura 2.9.

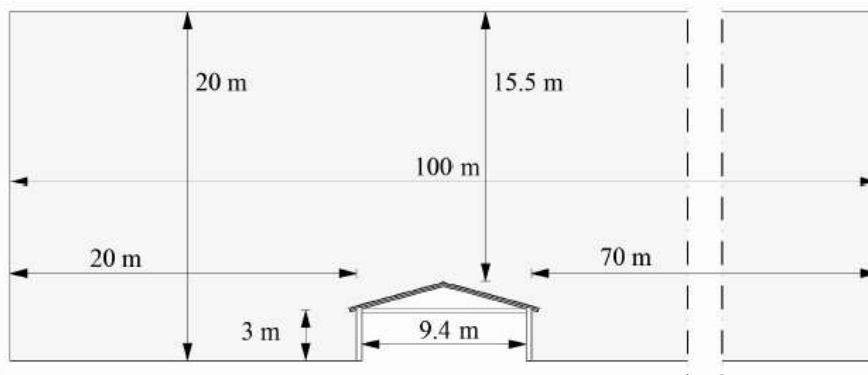


Figura 2.9 - Bortoloni et al.: Schema del dominio in 2-D.

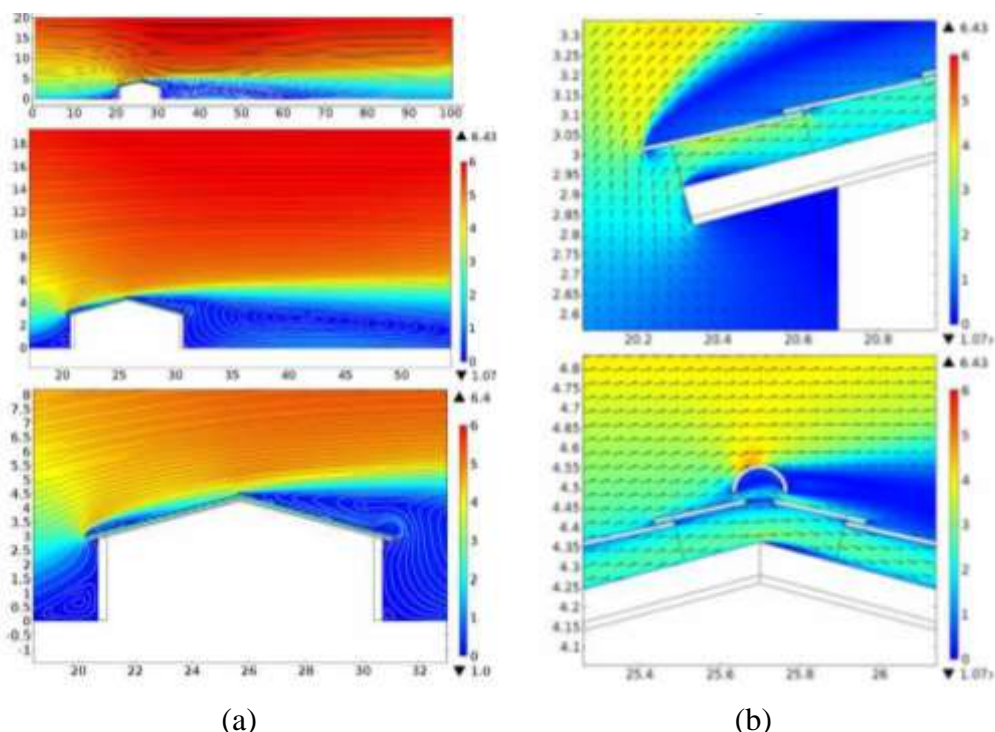


Figura 2.10 - Bortoloni et al.: (a) Velocità dell'aria (m/s) nel dominio di calcolo; (b) Velocità dell'aria (m/s) nella sezione di ingresso e al coppo.

I risultati, riportati in Figura 2.10, hanno dimostrato che la spaziatura delle tegole è una soluzione efficace per ridurre l'assorbimento di calore e, quindi, per raggiungere migliori condizioni all'interno dell'ambiente. L'efficienza della ventilazione è strettamente legata alle condizioni esterne del vento e alle forze di galleggiamento dovuti al riscaldamento delle tegole.

Bortoloni et al. [25] hanno effettuato uno studio su due tetti ventilati, con un nuovo tipo di tegola paragonato alla tegola standard portoghese (Figura 2.11). La nuova tegola è stata ideata per garantire una maggiore permeabilità alla copertura, al fine di ottenere una ventilazione al di sopra del rivestimento, così come proposto dal progetto europeo LIFE HEROTILE, in cui tegole con nuovi profili ad incastro sono state progettate, prodotte e vengono testate in condizioni di funzionamento reale. Il funzionamento e i parametri sotto osservazione sono stati analizzati sperimentalmente, utilizzando un apposito modello in scala e considerando due condizioni: durante il primo periodo, gli aggetti sono rimasti aperti; nel secondo periodo, gli aggetti sono stati chiusi per osservare solo la

permeabilità all'aria delle tegole. Dai risultati, come mostrato nella Figura 2.12 e nella Figura 2.13, è stato osservato che la ventilazione al di sopra del rivestimento è strettamente collegata alle condizioni del vento e la tegola HERO ha ottenuto le migliori prestazioni: una notevole riduzione di assorbimento di calore nei periodi caldi e un conseguente risparmio di energia per il condizionamento.

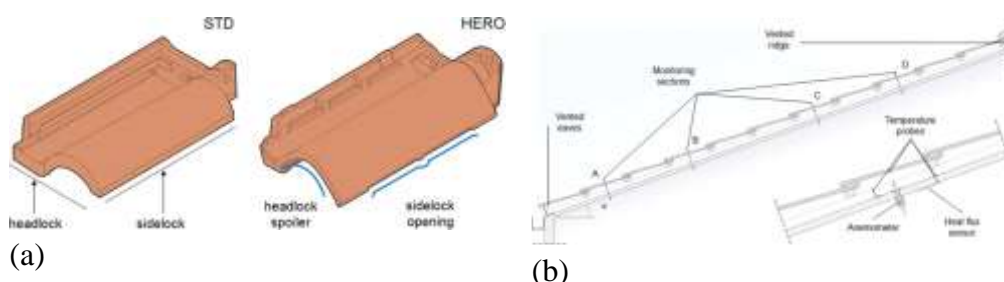


Figura 2.11 - Bortoloni et al.: (a) Confronto tra la tegola standard Portoghese (STD) e la tegola di nuovo design (HERO); (b) sezione longitudinale del tetto in una camera di prova con sezioni di monitoraggio.

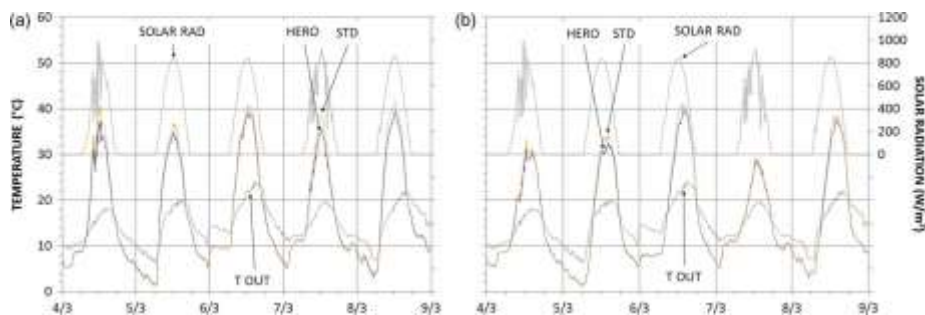


Figura 2.12 - Bortoloni et al.: Temperatura dell'aria per la falda a est (a) e a ovest (b) in relazione alla temperatura esterna e alla radiazione solare (primo periodo).

In zone con clima particolarmente caldo, i tetti spioventi ricoperti di tegole possono ridurre il calore trasferito attraverso il tetto, grazie allo strato di ventilazione tra le tegole e lo strato di copertura (che è formato dalla disposizione delle assi). Questo è il fenomeno di ventilazione al di sopra del rivestimento (ASV) e dipende dall'aria che entra ed esce dalla gronda, il coppo e gli spazi tra

le tegole. Questo fenomeno può essere accentuato utilizzando nuovi tipi di tegole, con maggiore permeabilità all'aria. Bottarelli e Bortoloni [26] hanno effettuato uno studio su due nuove forme di tegola Marseillaise in diverse condizioni di flusso esterno: la P1, modello base, e la P2, modello migliorato (Figura 2.14).

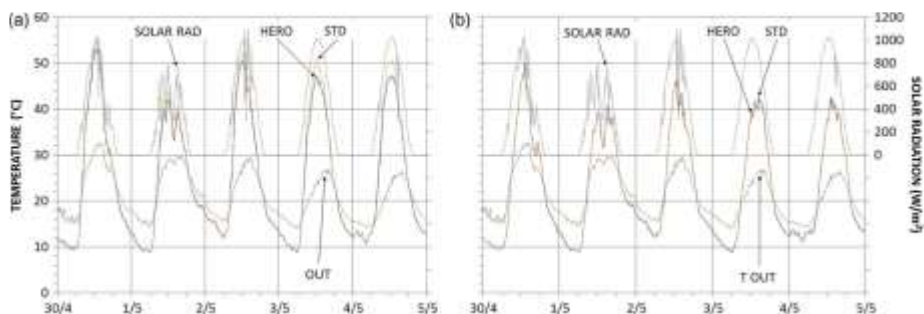


Figura 2.13 - Bortoloni et al.: Temperatura dell'aria per la falda a est (a) e a ovest (b) in relazione alla temperatura esterna e alla radiazione solare (secondo periodo).

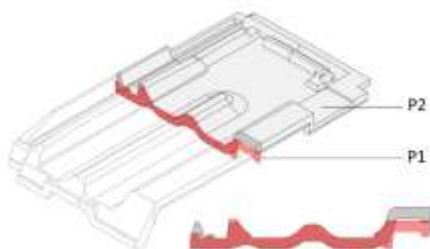


Figura 2.14 - Bottarelli e Bortoloni: Tegola Marseillaise, P1 modello base e P2 modello migliorato.

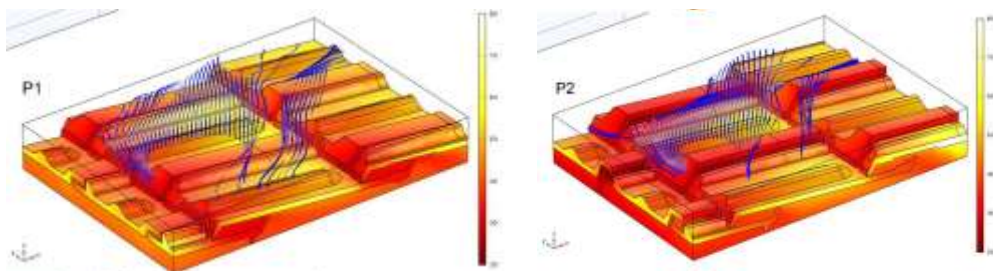


Figura 2.15 - Bottarelli e Bortoloni: Campo di temperatura e linee di flusso dell'aria sulla sezione delle tegole

Il secondo modello ha permesso un aumento di permeabilità del 100% e riscontrare le differenze tra i due tipi è stato più semplice con velocità dell'aria più basse. Con il modello P2 è aumentato il flusso d'aria attraverso la serie di tegole, con una conseguente diminuzione del carico termico assorbito. I risultati sono mostrati in Figura 2.15.

Tetto ventilato, verniciatura fredda e isolamento termico sono alcune delle tecniche ridurre il carico di condizionamento degli edifici in estate nelle zone tropicali e hanno costi differenti. Tong e Li [27] hanno effettuato un'analisi dei costi per le varie tecnologie, confrontando il carico termico di un tetto in calcestruzzo a quello di diverse tecniche di copertura, utilizzando il metodo Complex Fast Fourier Transform (CFFT): vernice fredda, schiuma di polistirene espanso, barriera radiante, tetto con ventilazione naturale e forzata. Il tetto classico con semplice verniciatura fredda ha mostrato il più breve periodo di recupero dell'investimento. L'uso combinato di una barriera radiante su un tetto a ventilazione naturale ha permesso il maggior risparmio energetico su lungo periodo. Rispetto ad un tetto a ventilazione forzata, le tecniche passive sono risultate migliori sia per le prestazioni che per il risparmio economico.

Djibouti è un paese dell'Africa sud-sahariana in cui l'alto tasso di crescita delle zone urbane pone l'accento sull'inadeguatezza delle tecniche di costruzione di edifici sostenibili. Omar et al. [28] ne hanno preso spunto per effettuare uno studio fluidodinamico sui benefici che può addurre l'uso di un tetto ventilato. Il dominio computazionale ha rappresentato due elementi piani separati da un'intercapedine di ventilazione, dove l'aria è libera di fluire (Figura 2.16), e questa configurazione è stata paragonata ad una seconda, in cui è stato aggiunto uno strato di materiale isolante sulla lastra più interna dell'intercapedine.

Dopo aver analizzato le caratteristiche termofluido-dinamiche del modello, la prestazione termica è stata calcolata grazie ad un indicatore di performance  $E_s$ , al fine di paragonare i due tetti ventilati considerati ad un tetto standard:

$$E_s = \frac{Q_{1or2}}{Q_0} \quad (2.7)$$

dove  $Q_0$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  sono i flussi termici che entrano nell'edificio riferiti, rispettivamente, al tetto standard, al tetto ventilato non isolato e al tetto ventilato isolato.

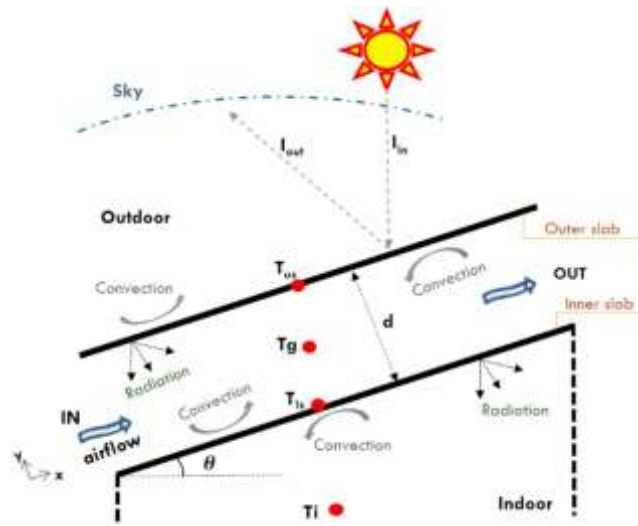


Figura 2.16 - Omar et al.: Rappresentazione schematica del tetto ventilato.

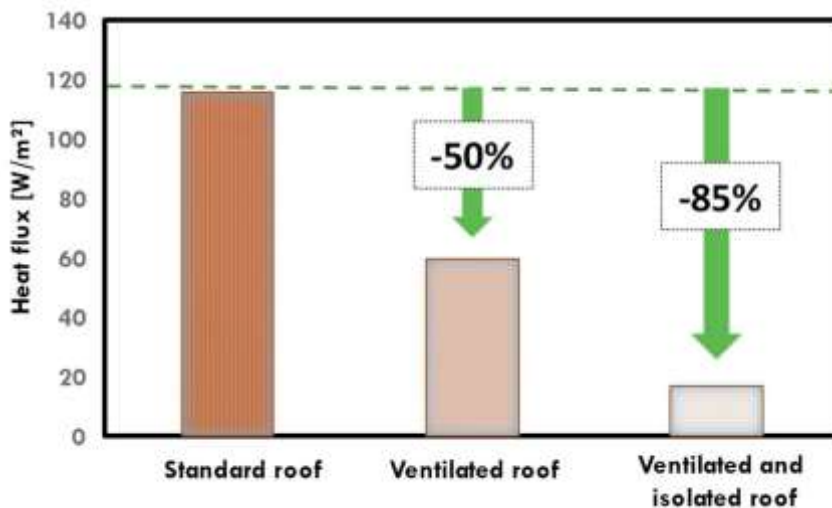


Figura 2.17 - Omar et al.: Flusso termico entrante per un tetto standard, un tetto ventilato, un tetto ventilato e isolato.

Dai risultati, riportati in Figura 2.17, è stato osservato che l'uso di un tetto ventilato riduce di circa il 50% il flusso termico entrante e se si considera anche l'apporto di uno strato isolante, i benefici sono ancora più considerevoli.

Manca et al. [29] hanno effettuato uno studio numerico sul prototipo di un tetto ventilato per uso residenziale, al fine di analizzarne il comportamento termofluidodinamico in funzione di alcuni parametri geometrici, come l'inclinazione della falda, lo spessore del canale di ventilazione e l'altezza del coppo (Figura 2.18).

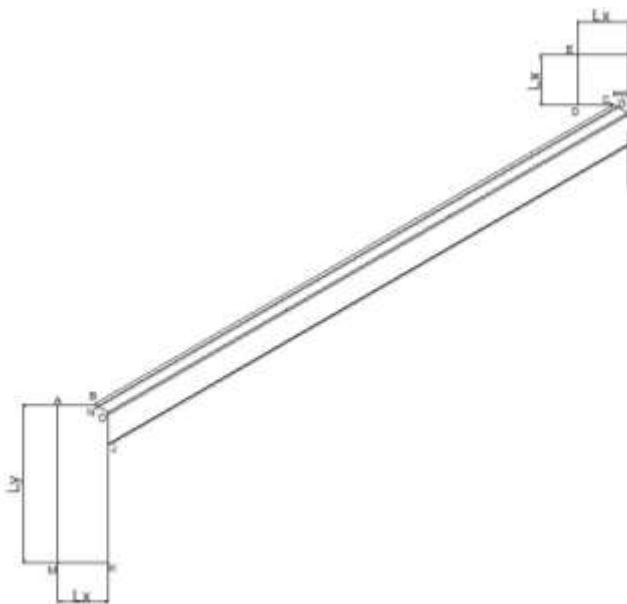


Figura 2.18 – Manca et al.: Dominio computazionale

Il modello utilizzato è bidimensionale e il dominio computazionale comprende, oltre al canale di ventilazione, un serbatoio di ingresso e di uscita, al fine di analizzare le condizioni di flusso lontano dalle sezioni di ingresso e di uscita del canale. Per le analisi, è stato considerato un flusso termico uniformemente applicato su tutta la lunghezza del canale, tenendo conto dell'apporto radiativo:

$$q_r(x) = (1 - \varepsilon)q_{in}(x) + \varepsilon\sigma T_w^4(x) \quad (2.8)$$

$$q_{in}(x) = \int_{s \cdot n > 0} I_{in} \cdot s \cdot nd\Omega \quad (2.9)$$

È stato verificato che una variazione dell'apertura del canale comporta un sostanziale cambiamento del comportamento fluidodinamico. Minore è la



distanza tra le pareti del canale, più accentuata è la curvatura delle linee di flusso all'imbocco, ovvero si ha una vera e propria strozzatura che comporta un aumento della velocità nella sezione di uscita del canale. Un aumento di inclinazione della falda, a parità degli altri parametri, ha determinato benefici in termini di maggiori portata massica e velocità dell'aria: di conseguenza, questo effetto camino è accentuato, portando una riduzione di temperatura nel canale. La variazione di altezza del coppo, invece, non ha influenzato significativamente i risultati. Infine, il lavoro ha riportato un confronto tra la configurazione ventilata con altri tre tipi di tetto: non ventilato, isolato e non ventilato, non isolato e non ventilato. Il tetto isolato non ventilato ha presentato i valori più bassi di temperatura e di scambio termico verso l'ambiente interno, ma il tetto ventilato è l'ideale per ridurre i costi di manutenzione ed installazione ed elimina i problemi di condensa. I risultati sono mostrati in Figura 2.19.

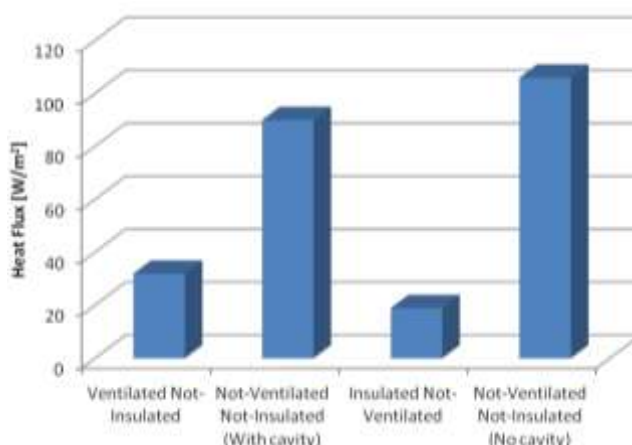


Figura 2.19 – Manca et al.: Flussi entranti per le tipologie di tetto studiate.

Tong e Li [30] hanno sviluppato un modello teorico (Figura 2.20) per prevedere il flusso termico trasferito attraverso un tetto naturale ventilato, considerando convezione e irraggiamento. Per validare questi risultati, sono stati effettuati anche esperimenti di laboratorio ed è stata ritrovata una buona corrispondenza di risultati. Il sistema sperimentale è mostrato in Figura 2.21. Sono stati considerati dei parametri chiave per le analisi: la riflessione solare della superficie esterna del tetto, l'emittenza infrarossa della superficie della cavità, la resistenza termica delle lastre superiore ed inferiore, l'inclinazione del tetto e lo spessore della cavità.

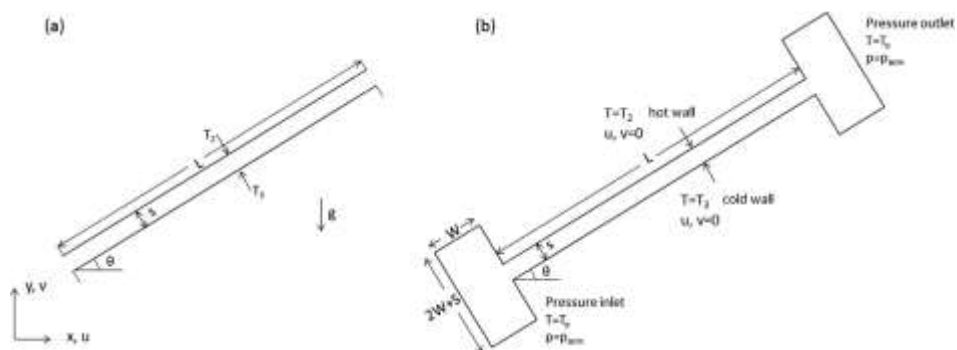


Figura 2.20 – Tong e Li: (a) Geometria e coordinate del sistema; (b) Dominio computazionale e condizioni al contorno.

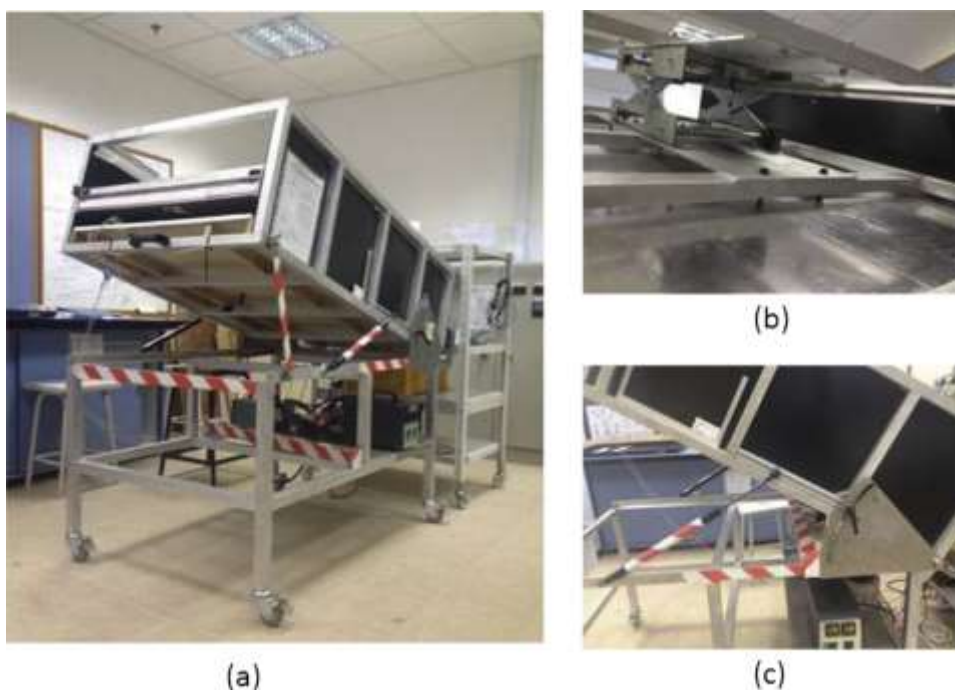


Figura 2.21 – Tong e Li: Sezione sperimentale, (b) Sollevamento “a forbice” e (c) Cilindro dell’aria.

D’Orazio et al. [31] hanno considerato l’uso di tetti ventilati con uno strato di materiale isolante e riflettente nelle zone del sud Europa. Hanno utilizzato una sezione sperimentale ad Ancona nel periodo estivo e hanno confrontato il

funzionamento con e senza isolante. È stato verificato che il contributo di un isolante riflettente è meno efficace negli edifici con un alto livello di insolazione, come imposto per le coperture degli edifici dalle direttive europee.

## Bibliografía

- [1] W. Tobiasson, J. Buska, A. Gretores, “Ventilating attics to minimize icings at eaves”, *Energy and Buildings*, vol. 21, pp. 229-234, 1994.
- [2] A. Silberstein, Hens, “Effects of Air and Moisture Flows on the Thermal Performance of Insulations in Ventilated Roofs and Walls” *Journal of Building Physics*, vol. 19, pp.367-385, 1996.
- [3] L. Serres, A. Trombe, J. H. Conilh, “Study of Coupled Energy Saving Systems Sensitivity Factor Analysis”, *Building and Environment*, Vol. 32. No. 2, pp. 137-148, 1997.
- [4] M. Ciampi, F. Leccese, G. Tuoni, “Energy analysis of ventilated and microventilated roofs”, *Solar Energy* 79 (2005) 183–192.
- [5] A. Dimoudi, A. Androutsopoulos, S. Lykoudis, “Summer performance of a ventilated roof component”, *Energy and Buildings* 38 (2006) 610–617.
- [6] A. Dimoudia, S. Lykoudisb, A. Androutsopoulos, “Thermal performance of an innovative roof component”, *Renewable Energy* 31 (2006) 2257–2271.
- [7] S. Lee, S.H. Park, M.S. Yeo, K.W. Kim, “An experimental study on airflow in the cavity of a ventilated roof”, *Building and Environment*, vol. 44, pp. 1431–1439, 2009.
- [8] M. D’Orazio, C. Di Perna, P. Principi, A. Stazi, “Effects of roof tile permeability on the thermal performance of ventilated roofs: Analysis of annual performance”, *Energy and Buildings*, vol. 40, pp. 911–916, 2008.
- [9] P. Liberati, M. Spiga, P. Zappavigna, “Optimization of ventilated roofs for livestock housing”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 36, pp. 432–437, 2009.
- [10] G. Villi, W. Pasut, M. De Carli, “CFD modelling and thermal performance analysis of a wooden ventilated roof structure”, *Build Simul*, vol. 2, pp. 215–228, 2009.
- [11] A. Gagliano, F. Patania, F. Nocera, A. Ferlito, A. Galesi, “Thermal performance of ventilated roofs during summer period”, *Energy and Buildings*, vol. 49, pp. 611–618, 2012.
- [12] Alberto Puerta López, Andrés Casanova Ramón-Borja, “Sistema para la instalación de cubiertas y fachadas cerámicas autoventiladas denominado: SKIN-KER®”, *Boletín de la sociedad española de Cerámica y Vidrio*, Nota técnica, 2012.

- [13] Shu Kui Zheng, Jie Zhang, “Thermal characteristics comparison for several roofs of naturally ventilated rooms” *Applied Mechanics and Materials*, vols. 170-173, pp. 2681-2685, 2012.
- [14] M.C. Yew, N.H. Ramli Sulong, W.T. Chong, S.C. Poh, B.C. Ang, K.H. Tan, “Integration of thermal insulation coating and moving-air-cavity in a cool roof system for attic temperature reduction”, *Energy Conversion and Management*, vol. 75, pp. 241–248, 2013.
- [15] Karolis Banionis, Edmundas Monstvilas, Vytautas Stankevicius, Raimondas Bliudžius, Kestutis Miškinis, “Impact Of Heat Reflective Coatings On Heat Flows Through The Ventilated Roof With Steel Coatings” *Journal Of Civil Engineering And Management*, Vol. 18 (4), pp. 505–511, 2012.
- [16] Komninou Angelakoglou, Marios Dimitriou and Georgios Gaidajis, “Comparative evaluation of flat roof thermal systems in Greece”, *International Journal of Sustainable Building Technology and Urban Development*, Vol. 4, No. 3, pp. 243–257, 2013.
- [17] Tomáš Bartoš, Jan Pěňčík, “Parametric Study of Air Flow Shape in Saddleback Double-Cladding Ventilated Roof on Input Velocity”, *Advanced Materials Research*, Vol. 871, pp. 45-49, 2014.
- [18] Shanshan Tonga, Hua Lia, Kishor T. Zingrea, Man Pun Wan, Victor W.-C. Chang, Swee Khian Wong, Winston Boo Thian Toh, Irene Yen Leng Lee, “Thermal performance of concrete-based roofs in tropical climate”, *Energy and Buildings*, Vol. 76, pp. 392–401, 2014.
- [19] Onvalee Amornleetrakul, Withaya Puangsombut, Jongjit Hirunlabh, “Field investigation of the small house with the Ventilated Roof Tiles”, *Advanced Materials Research*, Vol. 931-932, pp. 1233-1237, 2014.
- [20] Benedetta Barozzi, M. Cristina Pollastro, “Assessment of the Impact of Cool Roofs in Temperate Climates through a Comparative Experimental Campaign in Outdoor Test Cells”, *Buildings*, Vol. 6, pp. 52-70, 2016.
- [21] Dong Li, Yumeng Zheng, Changyu Liu, Hanbing Qi, Xiaoyan Liu, “Numerical analysis on thermal performance of naturally ventilated roofs with different influencing parameters”, *Sustainable Cities and Society*, Vol. 22, pp. 86–93, 2016.
- [22] Qairuniza Roslan, Siti Halipah Ibrahim, Rohaida Affandi, Mohd Nasrun Mohd Nawi, Azhaili Baharun, “A literature review on the improvement strategies of passive design for the roofing system of the modern house in a hot and humid climate region”, *Frontiers of Architectural Research*, Vol. 5, pp. 126–133, 2016.
- [23] Zhijun Zhang, Shanshan Tong, Haibo Yu, “Life Cycle Analysis of Cool Roof in Tropical Areas”, *Procedia Engineering*, Vol. 169, pp. 392 – 399, 2016.

- [24] M. Bortoloni, M. Bottarelli, S. Piva, “Summer Thermal Performance of Ventilated Roofs with Tiled Coverings”, *Journal of Physics: Conf. Series*, Vol. 796, pp. 12-23, 2017.
- [25] Michele Bottarelli, Marco Bortoloni, Giuseppe Dino, “Experimental analysis of an innovative tile covering for ventilated pitched roofs”, *International Journal of Low-Carbon Technologies*, Vol. 13 (1), pp. 6–14, 2018.
- [26] Michele Bottarelli, Marco Bortoloni, “On the heat transfer through roof tile coverings”, *International Journal of Heat and Technology*, Vol. 31 (1), pp. S316-s321, 2017.
- [27] Shanshan Tong, Hua Li, “Life-cycle cost analysis of roofing technologies in tropical areas”, *Energy and Buildings*, Vol. 151, pp. 283–292, 2017.
- [28] Abdou Idris Omar, Joseph Virgone, Etienne Vergnault, Damien David, Abdoukader Ibrahim Idriss, “Energy saving potential with a double-skin roof ventiled by natural convection in Djibouti”, *Energy Procedia*, Vol. 140, pp. 361, 2017.
- [29] Oronzio Manca, Antonio Mangiacapra, Salvatore Marino, Sergio Nardini, “Numerical Investigation on Thermal Behaviors of an Inclined Ventilated Roof”, *Proceedings of the ASME 2014 12th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, June 25-27, Copenhagen, Denmark, 2014.
- [30] Shanshan Tong, Hua Li, “An efficient model development and experimental study for the heat transfer in naturally ventilated inclined roofs”, *Building and Environment*, Vol. 81, pp. 296-308, 2014.
- [31] Marco D’Orazio, Costanzo Di Perna, Elisa Di Giuseppe, Matteo Morodo, “Thermal performance of an insulated roof with reflective insulation: Field tests under hot climatic conditions”, *Journal of Building Physics*, Vol. 36 (3), pp. 229-246, 2013.

## **CAPITOLO 3**

# **SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO**

### 3.1 Il calore e la temperatura: breve introduzione storica

Gran parte di ciò che sappiamo del calore affonda le sue radici nel diciannovesimo secolo, ma le riflessioni su che cosa sia realmente il calore risalgono a molto tempo prima [1, 2, 3]. Le popolazioni primitive sapevano bene che, sfregando insieme due bastoncini di legno, si produceva calore e successivamente fuoco, ma collegare l'idea degli atomi a questo "calore" era al di là perfino dell'ingegno straordinario degli antichi greci: il filosofo greco Anassimandro (610-546 a.C.) immaginò una *"massa informe che era al contempo fonte e destinazione di tutte le cose materiali"*. Il nome che egli diede a questa impercettibile sostanza fu *"apeiron"* che, tradotto, significa infinito.

Nelle applicazioni comuni si parla spesso di "flusso di calore": flusso di calore dal fornello alla macchina del caffè, dal Sole alla Terra, dal corpo di una persona al termometro per misurare la temperatura corporea, e i fenomeni termici sono da sempre noti e utilizzati nella metallurgia, per esempio per la costruzione di armi e di utensili; per questo, nel corso dei secoli, l'umanità ha accumulato moltissime conoscenze empiriche.

Naturalmente l'uomo sa distinguere le sensazioni di caldo e di freddo; inoltre ogni operazione chimica implica uno sviluppo o un assorbimento di calore: per esempio il fuoco, chimicamente, è prodotto nei processi di ossidazione. Per dare conto delle sensazioni di caldo e di freddo si erano già costruiti i primi termometri, a cura dell'Accademia del Cimento; ma c'era parecchia confusione su quale grandezza fisica fosse, in realtà, misurata dal termometro.

Nel XVII secolo si iniziò a studiare scientificamente i fenomeni termici, ma fu difficile capire quali grandezze fisiche dovevano prendersi in considerazione. Per esempio, Galileo Galilei supponeva che il calore fosse la conseguenza di una moltitudine di *"corpicelli minimi o ignei"* che si muovevano ad alta velocità. Nel XVII secolo, le idee teoriche sul calore erano dominate dalla cosiddetta "Teoria del flogisto", dal greco "combustibile". Fu proposta da J.J. Becher (1635-1682), un medico tedesco che lavorava tra alchimia e chimica, e perfezionata da un altro medico tedesco, G.E. Stahl (1660-1734): in che cosa consisteva? Si postulava l'esistenza di una "sostanza", il flogisto, che si liberava sia quando veniva bruciato materiale organico, sia trattando materiali con il calore in aria libera; questa operazione trasformava i metalli in materiali deflogisticati, che noi oggi chiamiamo ossidi. Si sapeva che gli ossidi avevano un peso superiore rispetto ai metalli di origine; questo era un problema: se gli ossidi si formavano per la



fuoriuscita del flogisto, come era possibile che il prodotto avesse un peso superiore? Si doveva ammettere che il flogisto avesse un “peso negativo”. La teoria del flogisto dovette soccombere a causa dell’opera di A.L. Lavoisier (1743-1794): attraverso l’uso sistematico della bilancia analitica nello studio delle reazioni chimiche, egli dimostrò che i processi di combustione e ossidazione coinvolgono l’ossigeno dell’aria e non una fuoriuscita del flogisto.

Ma che cosa era il calore? A questa domanda non si era data ancora risposta.

Secondo alcuni il calore era una sostanza, il “calorico”, dotata o no di peso, secondo altri il calore era una specie di moto, probabilmente una vibrazione.

La prima ipotesi è dovuta a Lavoisier: per spiegare i fenomeni termici si doveva pur ammettere l’esistenza di una sostanza, il calorico appunto, straordinariamente elastico, indistruttibile ed estremamente sottile, per poter penetrare nei corpi quando venivano scaldati o fuoriuscirne quando venivano raffreddati; inoltre doveva anche essere privo di peso, al fine di dare conto dei dati sperimentali nei fenomeni di riscaldamento o di raffreddamento.

La seconda ipotesi era già diffusa da molto tempo; per esempio R. Boyle (1627-1691) affermava che: *“Se un chiodo abbastanza grande viene infisso con un martello entro una tavola di legno, lo si dovrà colpire molte volte prima che esso divenga caldo: ma una volta che sarà entrato del tutto nell’asse lasciando fuori solo la testa, così da non poter penetrare ancora più a fondo, pochi colpi saranno sufficienti a dargli un notevole calore.”*.

Possiamo citare, ancora, il filosofo J. Locke: *“Il calore è la rapidissima agitazione di parti invisibili dell’oggetto che produce in noi quella sensazione per cui diciamo che l’oggetto è caldo. Per cui ciò che alle nostre sensazioni è calore, per l’oggetto non è altro che moto”*.

La teoria del calorico non riusciva a spiegare alcuni fenomeni: per fondere il ghiaccio lo si deve scaldare e si osserva che durante il passaggio dalla fase solida a quella liquida la temperatura resta costante. Ci si chiedeva dove andasse a finire il calore fornito durante il passaggio di fase. Era anche noto che un corpo si scalda per attrito. Ci si chiedeva da dove provenisse quel calore.

B. Thomson (1753-1814), osservando il calore sviluppato durante il processo di alesatura dei cannoni con la produzione di trucioli roventi, concluse che: *“La sorgente del calore generato per attrito appariva manifestamente inesauribile ... Una cosa che un corpo isolato, o un sistema di corpi, può continuare a fornire senza limitazione non può essere una sostanza materiale”*. In fin dei conti, Thomson pensava che il calorico non poteva essere una sostanza materiale,

quindi l'unica causa possibile per dare conto del calore osservato nell'attrito era il movimento. Bisogna specificare che il pensiero di Thomson si rifaceva ad una idea presente nelle riflessioni sui fenomeni gassosi.

Bernoulli (1700-1782) introdusse un modello cinetico molecolare per spiegare il moto dei fluidi gassosi: i gas sono un insieme di particelle microscopiche perfettamente elastiche, in moto caotico e quindi sottoposte alle azioni meccaniche di urti.

Thomson riteneva che il calore fosse causato dal moto di quelle particelle materiali, la variazione di temperatura dipendesse dalla velocità delle particelle e la trasmissione del calore dall'azione meccanica degli urti reciproci. Dobbiamo dire che il lavoro di Thomson non servì ad accantonare la teoria del calorico, che invece continuò a coesistere con la teoria cinetica fino alla metà del XIX secolo. Infatti la teoria del calorico spiegava, attraverso il concetto di calore latente, i fenomeni fisici in cui il calore sembrava scomparire. Ma che cosa sarebbe l'ipotesi del calore latente? Il fluido calorico immagazzinato nei corpi si troverebbe nascosto (appunto latente) e si renderebbe "visibile" in determinate condizioni (per esempio con l'attrito).

H. Davy (1778-1829), con un semplicissimo esperimento (è possibile fondere due pezzi di ghiaccio attraverso l'azione di sfregamento reciproco), fece accantonare definitivamente la teoria del calorico. Infatti era già noto che il calore specifico dell'acqua è maggiore di quello del ghiaccio, quindi il calorico si sarebbe generato dal nulla; questa affermazione era in contraddizione con il concetto di calorico stesso.

### **3.2 Il calore come trasferimento di energia**

Sebbene la teoria del calorico sia stata abbandonata da lungo tempo, ritroviamo, nella letteratura, teorie o termini che la richiamano, quali l'espressione "flusso di calore". Basti pensare che l'unità di misura per il calore, ancora oggi utilizzata nel SI, prende il nome dalla teoria del calorico. È chiamata infatti *caloria* (cal) ed è definita come la quantità di calore necessaria per far salire la temperatura di un grammo d'acqua di un grado Celsius, da 14,5°C a 15,5°C. Si sono scelte queste due temperature, con un solo grado di differenza, dal momento che questa quantità varia di poco al variare della temperatura iniziale. La differenza, infatti, che è minore del 1% per temperature comprese nell'intervallo 0°C e 100°C, può essere trascurata nella maggior parte dei casi.

Spesso a guisa della caloria si usa la kilocaloria (kcal), pari a 1000 calorie. Così 1kcal è il calore necessario a far crescere di un grado Celsius, da 14,5°C a 15,5°C, la temperatura di 1kg di acqua. La kilocaloria è chiamata anche grande caloria (Cal) e in tal caso la caloria, per distinguerla, si dice piccola caloria. Anche il valore energetico dei cibi, di norma, viene misurato in grandi calorie.

Joule eseguì molti esperimenti che si dimostrarono determinanti per stabilire la concezione attuale del calore: *il calore, come il lavoro, rappresenta un trasferimento di energia.*

Gli studiosi giunsero ad interpretare il calore non come una sostanza e nemmeno come una forma differente di energia, ma piuttosto come quella parte di energia che si trasferisce da un corpo ad un altro: quando del calore fluisce da un oggetto caldo ad uno più freddo, dell'energia viene trasferita dall'oggetto caldo a quello freddo. Si è arrivati alla seguente definizione: *il calore è l'energia trasferita da un corpo ad un altro a causa di una differenza di temperatura.* Nel SI l'unità di misura del calore è, come per ogni altra forma di energia, il joule. Nondimeno, sono spesso usate le calorie e le kilocalorie. Oggi la caloria è definita in termini di joule, piuttosto che attraverso le proprietà dell'acqua. La definizione utilizzata nel SI è  $1\text{ cal} = 4,184\text{ J}$  che è detta *caloria termochimica*. La *teoria cinetica* da un supporto enorme all'idea del calore come trasferimento di energia. Esaminando il processo di riscaldamento dell'acqua contenuta in una pentola posta su un fornello, in accordo con la tale teoria, l'energia cinetica media delle molecole aumenta con la temperatura; infatti, le molecole del fornello hanno una energia cinetica maggiore di quelle dell'acqua calda o della pentola. Così quando le molecole del fornello ad alta energia urtano quelle a bassa energia della pentola, trasferiscono parte della loro energia alle molecole della pentola, queste acquistano energia cinetica (mentre quelle del fornello la perdono). Tali molecole a più alta energia a loro volta, attraverso gli urti, ne trasferiscono parte a quelle a più bassa energia dell'acqua. Di conseguenza, la temperatura dell'acqua e della pentola aumenta. In questo modo si vede come il calore non è altro che un trasferimento di energia.

### 3.3 Temperatura, calore ed energia interna

Introduciamo ora il concetto di energia interna: *la somma totale di tutta l'energia di ogni molecola in un oggetto è detta energia termica o energia interna*. A volte si è soliti indicare con il termine *contenuto di calore* di un corpo l'energia interna, ma questo può portare a confondere tale entità con il calore stesso. Il calore, come abbiamo visto, non è l'energia che contiene un corpo, ma piuttosto indica la quantità di energia trasferita da un corpo caldo ad uno freddo.

Usando la teoria cinetica possiamo rendere più chiara la distinzione tra temperatura, calore ed energia interna. La *temperatura* è una misura dell'energia cinetica media di ciascuna molecola. L'*energia termica o interna*, invece, indica la quantità totale di energia di tutte le molecole dell'oggetto. Per esempio, due lingotti di ferro incandescenti di ugual massa possono avere la stessa temperatura, ma tutti e due insieme hanno il doppio dell'energia interna di ciascuno di loro.

Si noti che la direzione del flusso di calore tra due oggetti dipende dalla loro temperatura e non da quanta energia interna ciascuno dei due possiede. Infatti se mettiamo a contatto, cioè mescoliamo, 50g d'acqua a 30°C e 200g d'acqua a 25°C, il calore fluirà dall'acqua a 30°C a quella a 25°C anche se l'energia interna di quest'ultima è molto maggiore.

### 3.4 Il calore specifico

Il calore specifico è definito come “*la quantità di calore necessaria per variare la temperatura di un sistema è proporzionale alla massa  $m$  del sistema e alla variazione di temperatura*”. Ciò era noto sin dal XVIII secolo e può essere espresso dall'equazione:

$$Q = mc\Delta T \quad (3.1)$$

dove  $c$  è una grandezza caratteristica per ogni materiale detta *calore specifico*. Per l'acqua a 15°C alla pressione costante di 1 atm,  $c=1,00$  kcal/kg°C. Il valore di  $c$  dipende in certa misura anche dalla temperatura, ma per variazioni di temperatura non troppo grandi si può ritenere costante.

Il calore specifico dipende in parte anche dal tipo di processo usato per riscaldare la sostanza. Supponiamo che il processo avvenga a  $p = \text{cost}$ , in tal caso  $c$  è detto *calore specifico a pressione costante*,  $c_p$ . Allo stesso modo se il processo avviene a  $v = \text{cost}$  si parla di *calore specifico a volume costante*,  $c_v$ . La differenza tra  $c_p$  e  $c_v$  è di solito, per solidi e liquidi, dell'ordine di qualche per cento, per i gas invece tale differenza è molto più elevata, eccetto che nel caso dei gas perfetti.

### 3.5 Generalità sulle modalità di scambio termico

Lo studio degli scambi termici assume particolare rilevanza per la definizione delle condizioni di benessere di un individuo all'interno di un ambiente, poiché sono influenzate dalla quantità di energia scambiata per: irraggiamento, convezione e, in misura minore, per conduzione. La trasmissione del calore è inoltre fondamentale per quantificare il fabbisogno di energia opportuna per garantire la climatizzazione degli edifici, costituendo pertanto, una modalità di valutazione della qualità dell'ambiente costruito, al fine di contenere i consumi energetici. La presenza di specifiche normative, che obbligano i progettisti a non superare determinati limiti per il fabbisogno energetico, conferma l'importanza di acquisire le conoscenze basilari della trasmissione del calore. Quest'ultima è complementare all'analisi termodinamica e completa quindi la conoscenza del fenomeno fisico [4, 5, 6]; infatti con l'analisi termodinamica si possono descrivere solo sistemi all'equilibrio e quindi ci è consentito stabilire la direzione del fenomeno (II Principio della Termodinamica) e le quantità di calore e lavoro (energia) necessarie per portare un sistema da uno stato fisico di equilibrio, ad un'altro, ma non ci è consentito stabilire né la velocità con la quale il fenomeno di scambio termico si realizza, né la distribuzione della temperatura nel sistema.

Occorrono pertanto delle leggi supplementari mediante le quali sia possibile descrivere i meccanismi basilari di trasmissione del calore, in grado di prevedere la velocità di trasmissione dell'energia cercata. In effetti, ogni edificio, unitamente agli impianti ad esso asserviti, può essere considerato come un unico sistema termodinamico e come tale essere descritto dal punto di vista termofisico: il *sistema edificio-impianto*, cui si applicano le leggi della termodinamica e della trasmissione del calore, al fine di valutarne il

comportamento relativamente ai consumi energetici correlati al contesto climatico ambientale, ed alle condizioni di benessere o meno, ottenute al suo interno, con i consumi suddetti.

Premesso che per trasmissione di calore si intende il passaggio di energia termica in un sistema dove sussiste uno squilibrio termico interno, o quando tale squilibrio sussiste tra sistema e contorno, la trattazione dell'argomento è incentrata sulla capacità di applicare una raccolta di equazioni che sono per lo più empiriche, limitando la trattazione teorica ai concetti essenziali per la comprensione fisica del fenomeno. L'energia termica si trasmette in tre modi:

- Conduzione
- Convezione
- Irraggiamento

In questo lavoro, si è fatto riferimento, in particolare, ai fenomeni conduttivi e ad alcune applicazioni dell'irraggiamento.

### **3.6 La Convezione.**

La convezione è il più importante meccanismo di scambio di energia tra una superficie solida ed un mezzo fluido; essa si ha quando un corpo entra in contatto con un fluido a temperatura diversa, rendendone dinamicamente instabile l'equilibrio. Un fluido riscaldato si espande, abbassa la sua densità e tende perciò a galleggiare. Viceversa, se raffreddato, aumenta di densità e tende a scendere. Se la differenza di temperatura e la distanza tra le sorgenti di riscaldamento e raffreddamento sono abbastanza grandi, si forma un sistema di celle convettive, nelle quali la massa del fluido compresa tra la sorgente di calore e la regione dove si produce il raffreddamento entra in un ciclo continuo [7].

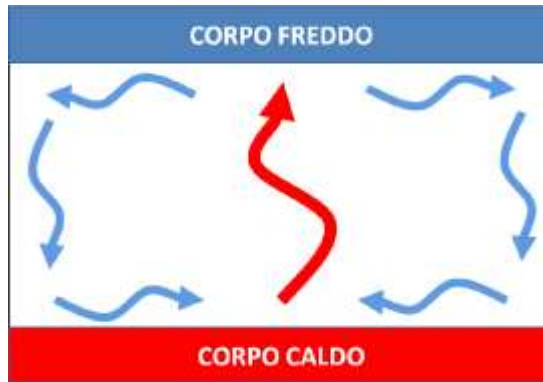


Figura 3.1: Rappresentazione schematica di una cella convettiva.

La convezione, quindi, è un fenomeno di scambio termico caratterizzato dalla propagazione del calore attraverso il trasporto macroscopico di materia il cui moto è conseguenza della variazione di densità dovuta al gradiente termico instauratosi. Questa costituisce la tipologia di trasporto di calore più sfruttata nelle applicazioni (basti pensare alle caldaie o agli impianti di riscaldamento centralizzati) e può essere naturale, forzata o mista.

La convezione *naturale* è il caso sopra descritto: il moto è generato univocamente dalla variazione di densità delle porzioni di fluido in prossimità della sorgente di calore. Nel caso della convezione *forzata*, invece, le correnti fluide sono provocate artificialmente ed è, quindi, necessario applicare un lavoro esterno per ottenere il trasporto di calore; generalmente, la convezione forzata avviene in contemporanea alla convezione natural. È quest'ultimo il caso della convezione mista.

Spesso le forze responsabili della convezione naturale si riducono alla sola gravità, ad eccezione dei casi in cui non possono essere trascurate le altre forze, come la tensione superficiale, il campo elettromagnetico e la forza centrifuga.

Il moto naturale del fluido, generato solo da forze di galleggiamento (buoyant forces), rappresenta la conversione di energia potenziale in energia cinetica.

Affinché il fenomeno avvenga, però, non è sufficiente la semplice nascita di uno strato instabile in seguito al riscaldamento della superficie. Infatti, si è osservato sperimentalmente che per innescare moti convettivi naturali bisogna raggiungere determinati valori di soglia.

Una prima osservazione fatta da Lord Rayleigh nel 1916 fornì la giusta spiegazione a questo fenomeno. Egli stabilì che la resistenza viscosa e lo scambio termico per conduzione ed eventualmente per irraggiamento, erano le cause

principali che contrastavano il fenomeno convettivo: infatti, mentre lo scambio termico diffusivo tende ad annullare il gradiente termico, che è l'origine del flusso convettivo, la resistenza viscosa, se maggiore della forza di galleggiamento, impedisce il moto. Di conseguenza, Lord Rayleigh mostrò che, per l'esistenza di un flusso convettivo, è necessario un gradiente termico tale da determinare, su un elemento fluido, una spinta verso l'alto capace di vincere gli effetti dissipativi della resistenza viscosa e dello scambio termico diffusivo.

Dal punto di vista energetico si può dire allora che l'energia potenziale gravitazionale, "liberata" dal moto del fluido, deve essere maggiore dell'energia dissipata per viscosità e per diffusion affinché ci sia convezione. Dal punto di vista fisico, invece, può essere utile il numero adimensionale di Rayleigh, che mette in relazione i fattori che favoriscono la formazione della cella convettiva con quelli che la inibiscono. Esso è dato dal rapporto tra la forza di galleggiamento e la forza viscosa.

$$Ra = \frac{\text{Forze di Galleggiamento}}{\text{Forze Viscose}} \quad (3.2)$$

L'espressione del numero di Rayleigh si ottiene considerando il caso in cui il campo di forze di massa si riduce al solo campo gravitazionale. La forza di galleggiamento, proporzionale alla differenza di densità ed al volume dell'elemento fluido, è:

$$F_g = \Delta\rho g L^3 \quad (3.3)$$

con g accelerazione di gravità ed L lunghezza di riferimento.

Per la definizione di coefficiente di comprimibilità isobarica  $\beta$ , supponendo che l'andamento della densità con la temperatura sia lineare, la variazione di  $\rho$ , dovuta ad una variazione di temperature  $\Delta T$ , sarà:

$$\Delta\rho = \beta\rho\Delta T \quad (3.4)$$

Sostituendo la (3.3) nella (3.4), si ottiene:

$$F_g = g\beta\rho\Delta T L^3 \quad (3.5)$$



per quanto riguarda le forze viscosi, considerando la legge di Newton:

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3.6)$$

dove  $\tau$  è lo sforzo viscoso mentre  $\mu$  è la viscosità dinamica.

Si può scrivere la forza viscosa nel seguente modo:

$$F_v \propto \mu \frac{v}{L} L^2 \quad (3.7)$$

Introducendo ora la diffusività termica  $a = \nu L$ , in termini di ordini di grandezza, si ha:

$$F_v \propto \mu \frac{a}{L^2} L^2 \quad (3.8)$$

Dal rapporto tra la (3.7) e la (3.8) si definisce l'espressione del numero di Rayleigh:

$$Ra = \frac{F_g}{F_v} = \frac{g \beta \rho \Delta T L^3}{\mu a} \quad (3.9)$$

Esso mette in evidenza che la convezione ha luogo solo quando il numero di Rayleigh supera un certo valore critico  $Ra_c$ , dipendente dalle configurazioni esaminate.

### 3.6.1 Equazioni di bilancio per la convezione

La formulazione generale della convezione, poiché implica un moto di fluidi, viene trattata mediante una combinazione di principi generali e relazioni costitutive, con l'aggiunta di una relazione termodinamica che esprime l'ipotesi limitativa di equilibrio locale.

I principi generali consistono nell'affermazione di una legge naturale (derivata induttivamente mediante opportune osservazioni sperimentali) ed hanno la caratteristica di applicarsi indipendentemente dal mezzo continuo in esame. Le

relazioni costitutive esplicitano, invece, quelle leggi naturali che dipendono dal mezzo continuo e che, quindi, caratterizzano le proprietà particolari di esso.

Tra i principi generali, quelli che ci interessano maggiormente per il nostro lavoro sono:

- a) conservazione della massa;
- b) bilancio della quantità di moto;
- c) conservazione dell'energia totale.

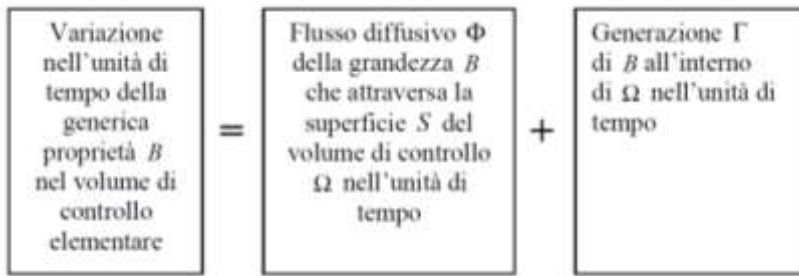
Si osserva che tali principi andranno applicati ad un volume di controllo elementare, ma di dimensioni tali da poterlo considerare infinitesimo su scala macroscopica e al contempo contenente un numero di particelle tale da poterlo considerare un continuo, di modo che non si possa distinguere il moto caotico delle particelle. Quanto detto non assume un aspetto puramente formale: infatti, detto  $\lambda$  il cammino libero medio molecolare ed  $L$  una grandezza caratteristica del problema in esame, affinché il fluido possa considerarsi un continuo deve aversi che il numero di Knudsen espresso dalla relazione:

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (3.10)$$

sia tale che  $Kn < 1$ .

Alla fine, si otterranno cinque equazioni scalari (una per ciascuno dei principi di conservazione (a) e (c) che sono di natura scalare, e tre dal bilancio della quantità di moto (b) di natura vettoriale). Queste cinque equazioni, nel caso di un sistema termodinamicamente semplice, consentono la determinazione dello stato termofluidodinamico del sistema, caratterizzato dal campo di moto (identificativo, ad esempio, delle tre componenti  $u$ ,  $v$ ,  $w$  della velocità in un riferimento cartesiano ortogonale) e da una coppia di parametri intensivi (ad esempio  $p$  e  $T$ ).

La derivazione di una generica equazione di bilancio si può ottenere da un'equazione formale generale del tipo:



in termini simbolici:

$$\frac{DB}{Dt} = \Phi + \Gamma \quad (3.11)$$

in cui, per  $\Gamma=0$ , si ottiene la generica equazione di conservazione.

L'equazione sopra citata può essere scritta come:

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega} \rho \cdot b \cdot d\Omega = - \int_S \hat{n} \cdot \bar{\varphi} \cdot dS + \int_{\Omega} \gamma''' \cdot d\Omega \quad (3.12)$$

in cui:

$\rho$ = densità del fluido

$b$ = proprietà  $B$  per unità di massa

$\bar{\varphi}$ =flusso per unità di area

$\gamma'''$  = generazione per unità di volume

Applicando al primo membro il Secondo Teorema del Trasporto di *Reynolds* si ottiene l'equazione di bilancio della proprietà  $B$  nel volume di controllo  $\Omega$ , in forma integrale:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot b) \cdot d\Omega + \int_S \hat{n} \cdot (\rho \cdot \bar{V} \cdot b) \cdot dS = - \int_S \hat{n} \cdot \bar{\varphi} \cdot dS + \int_{\Omega} \gamma''' \cdot d\Omega \quad (3.13)$$

Convertendo gli integrali di superficie in integrali di volume, mediante il Teorema della Divergenza di *Gauss* e, quindi, eliminando tutti gli integrali di volume per la genericità del volume di controllo  $\Omega$ , si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot b) + \bar{\nabla} \cdot (\rho \cdot \bar{V} \cdot b) = -\bar{\nabla} \cdot \bar{\varphi} + \gamma''' \quad (3.14)$$

che rappresenta la generica equazione di bilancio di una proprietà B, scritta in termini differenziali.

Si può esplicitare una di queste equazioni generiche, a seconda che si desideri una forma differenziale o integrale, per una qualsiasi grandezza B di cui valga il principio generale di bilancio.

### 3.6.2 Equazioni di conservazione della massa

In questo caso, seguendo la simbologia del paragrafo precedente, sarà:

$$B = m \quad (3.15)$$

$$b = 1 \quad (3.16)$$

$$\bar{\varphi} = 0 \quad (3.17)$$

$$\gamma''' = 0 \quad (3.18)$$

A partire dall'equazione (3.14) si ottiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \cdot \bar{V}) = 0 \quad (3.19)$$

ovvero:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0 \quad (3.20)$$

che rappresenta l'equazione della conservazione della massa in forma differenziale, detta anche equazione di continuità.

Nel caso particolare di flusso stazionario,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , si ha:

$$\bar{\nabla} \cdot (\rho \cdot \bar{V}) = 0 \quad (3.21)$$

Per il caso di flusso incomprimibile, invece, essendo  $\frac{D\rho}{Dt} = 0$ :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0 \quad (3.22)$$

La forma integrale dell'equazione di continuità si può ottenere semplicemente dall'equazione:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot b) \cdot d\Omega + \int_S \hat{n} \cdot (\rho \cdot \bar{V} \cdot b) \cdot dS = - \int_S \hat{n} \cdot \bar{\varphi} \cdot dS + \int_{\Omega} \gamma''' \cdot d\Omega \quad (3.23)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot d\Omega + \int_S \hat{n} \cdot (\rho \cdot \bar{V}) \cdot dS = 0 \quad (3.24)$$

### 3.6.3 Equazioni di bilancio per la quantità di moto

Per quanto riguarda il bilancio della quantità di moto  $m \cdot \bar{V}$  dovremo porre nelle equazioni generali:

$$B = m \cdot \bar{V} \quad (3.25)$$

$$b = \bar{V} \quad (3.26)$$

$$\bar{\varphi} = -\bar{\sigma} \quad (3.27)$$

$$\gamma''' = \rho \cdot \bar{f} \quad (3.28)$$

Le grandezze che prima erano scalari diventano vettoriali e quelle che erano vettoriali diventano tensoriali.

Prima di effettuare queste sostituzioni dobbiamo chiarire il significato di alcuni simboli introdotti. Con  $\bar{\sigma}$  abbiamo indicato il tensore degli sforzi, che può essere messo in relazione con il tensore di velocità di deformazione mediante una relazione costitutiva.

Consideriamo un modello di fluido in cui lo sforzo, ad eccezione della pressione isotropa  $p_I$ , sia proporzionale alla velocità di deformazione. Tale relazione costitutiva sarà, in tal caso:

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \mu \cdot S_{ij} + \lambda \cdot S_{kk} \cdot \delta_{ij} = 2 \cdot \mu \cdot s_{ij} + (\kappa \cdot S_{kk} - p_I) \cdot \delta_{ij} \quad (3.29)$$

in cui abbiamo introdotto i seguenti simboli:

- $S_{ij} = (\bar{\nabla} \cdot \bar{V})^s = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$ : la parte simmetrica del tensore gradient di velocità, rappresenta la velocità di deformazione;
- $S_{kk} = \frac{1}{3} \left( \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right) = \frac{1}{3} \bar{\nabla} \cdot \bar{V}$ : invariante cubico del tensore velocità di deformazione, detto anche parte isotropa della velocità di deformazione, ovvero velocità di dilatazione;
- $s_{ij} = (\bar{\nabla} \cdot \bar{V})_0^s = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial V_k}{\partial x_k}$ : parte a traccia nulla (parte deviatorica) del tensore velocità di deformazione, rappresenta la velocità di distorsione;
- $\mu$ : viscosità dinamica;
- $\lambda$ : coefficient di seconda viscosità;
- $\kappa$ : coefficient di viscosità di volume;
- $\delta_{ij}$ : delta di Kronecker.

L'ultima equazione si può semplificare nel caso di fluido incomprimibile in quanto  $\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 3 \cdot S_{kk} = 0$ . Si ottiene lo stesso risultato se si assume valida l'ipotesi di *Stokes*, che impone  $\kappa=0$ ; questa ipotesi è consistente con l'assunzione di equilibrio locale, che implica inoltre  $p_I=p$ , dove con  $p$  intendiamo la pressione termodinamica, definita come valor medio degli sforzi normali di compressione:

$$p = -\frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk} \quad (3.30)$$

Con tali ipotesi si ottiene allora:

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \mu \cdot S_{ij} - p \cdot \delta_{ij} \quad (3.31)$$

ovvero, in notazione tensoriale:

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{\tau}} - p \cdot \bar{\bar{I}} \quad (3.32)$$

dove  $\bar{\bar{\tau}}$  rappresenta la parte viscosa (deviatorica) del tensore dello sforzo:

$$\bar{\bar{\tau}} = 2 \cdot \mu \cdot (\bar{\nabla} \cdot \bar{V})_0^s \quad (3.33)$$

Abbiamo così chiarito il significato del tensore  $\bar{\bar{\sigma}}$ ; con  $\bar{f}$  si è invece indicato il vettore rappresentativo delle forze di massa per unità di massa agenti sul sistema. Procedendo infine alle sostituzioni prospettate, si otterrà la seguente forma differenziale dell'equazione di bilancio della quantità di moto:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \bar{V}) + \bar{\nabla} \cdot (\rho \cdot \bar{V} \cdot \bar{V}) = \bar{\nabla} \cdot \bar{\bar{\sigma}} + \rho \cdot \bar{f} \quad (3.34)$$

che, tenendo presente la definizione di derivata sostanziale (o materiale) e tenendo conto della conservazione della massa, si può riscrivere come:

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \bar{\nabla} \cdot \bar{\bar{\sigma}} + \rho \cdot \bar{f} \quad (3.35)$$

ovvero, per la definizione di  $\bar{\bar{\sigma}}$ :

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \rho \cdot \bar{f} - \bar{\nabla} \cdot p + \bar{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} \quad (3.36)$$

L'equazione appena citata è una relazione vettoriale; esplicitandone le tre componenti in un riferimento cartesiano ortogonale:

$$\rho \cdot \frac{Du}{Dt} = \rho \cdot f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (3.37)$$

$$\rho \cdot \frac{Dv}{Dt} = \rho \cdot f_x - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (3.38)$$

$$\rho \cdot \frac{Dw}{Dt} = \rho \cdot f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (3.39)$$

Sostituendo in queste equazioni le

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \mu \cdot S_{ij} - p \cdot \delta_{ij}$$

con l'ipotesi di Stokes, dopo qualche rielaborazione si ottengono le:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\mu \bar{\nabla} \bar{V})}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (3.40)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho f_y - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\mu \bar{\nabla} \bar{V})}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (3.41)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho f_z - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\mu \bar{\nabla} \bar{V})}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (3.42)$$

che sono dette equazioni di *Navier-Stokes*.

Nel caso particolare di flusso incomprimibile e con proprietà costanti, riordinando i termini viscosi al secondo membro, si può scrivere:

$$\rho \cdot \frac{Du}{Dt} = \rho \cdot f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.43)$$

$$\rho \cdot \frac{Dv}{Dt} = \rho \cdot f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3.44)$$



$$\rho \cdot \frac{Du}{Dt} = \rho \cdot f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.45)$$

ovvero, in forma vettoriale:

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \rho \cdot \bar{f} - \bar{\nabla} p + \mu \nabla^2 \bar{V} \quad (3.46)$$

Un caso particolare delle equazioni di *Navier-Stokes* si ottiene quando non si tiene conto della viscosità del fluido (flusso non viscoso); in questo caso, il tensore dello sforzo si riduce a  $\bar{\sigma} = p \cdot \bar{I}$  e la (3.35) a:

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \rho \cdot \bar{f} - \bar{\nabla} \cdot p \quad (3.47)$$

ovvero:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \bar{V}) + \bar{\nabla}(\rho \cdot \bar{V} \cdot \bar{V}) = \rho \cdot \bar{f} - \bar{\nabla} \cdot p \quad (3.48)$$

che rappresenta, in forma vettoriale, le cosiddette equazioni di *Eulero*.

Un'espressione in forma integrale del bilancio della quantità di moto è:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \bar{V}) \cdot d\Omega + \int_S (\hat{n} \cdot \rho \cdot \bar{V}) \cdot \bar{V} \cdot dS = \int_S \hat{n} \cdot \bar{\sigma} \cdot dS + \int_{\Omega} \rho \cdot \bar{f} \cdot d\Omega \quad (3.49)$$

ovvero, ricordando l'equazione di bilancio ed applicando l'equazione di continuità, nonché il teorema di *Gauss*:

$$\int_{\Omega} \rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} \cdot d\Omega = \int_S \hat{n} \cdot \bar{\sigma} \cdot dS + \int_{\Omega} \rho \cdot \bar{f} \cdot d\Omega \quad (3.50)$$

Appare opportuno notare, una volta ricavate le equazioni di bilancio della quantità di moto mediante semplici passaggi matematici a partire da un'equazione formale generale di bilancio di una proprietà, che tali equazioni non rappresentano altro che il risultato dell'applicazione della Seconda Legge di

*Newton* (*massa · accelerazione = forza*) ad un volume di controllo che soddisfa i requisiti indicati nel primo paragrafo di questo capitolo. Il secondo membro della (3.50), infatti, rappresenta la risultante di tutte le forze agenti sul sistema: rispettivamente forze di massa e forze superficiali dovute al tensore dello sforzo nelle sue due parti (idrostatica e viscosa).

### 3.6.4 Equazione di conservazione dell'energia totale

Per scrivere rigorosamente tale equazione si dovrebbero considerare tutte le possibili forme di energia, comprendendo, quindi, oltre l'energia termica e quella meccanica (che sono le forme che ci interessano maggiormente) anche l'energia elettromagnetica, l'energia chimica e l'energia nucleare eventualmente presenti nel sistema. Per evitare ciò si preferisce in genere riferirsi alle sole energie meccanica e termica, aggiungendo un termine di generazione ( $\gamma'''$ ) che tenga conto degli effetti di tutte le ulteriori forme di energia. A rigore, dunque, sarebbe più corretto parlare di bilancio dell'energia termomeccanica.

Con queste premesse, andiamo a sostituire nell'equazione (3.14) le seguenti posizioni:

$$b = u + \frac{V^2}{2} \quad (3.51)$$

$$\bar{\varphi} = \bar{q} - \bar{\sigma} \cdot \bar{V} \quad (3.52)$$

$$\gamma''' = \rho \cdot \bar{f} \cdot \bar{V} + u''' \quad (3.53)$$

avendo indicato con:

- $u$ : energia interna;
- $\bar{q}$ : flusso termico diffusivo;
- $\bar{\sigma} \cdot \bar{V}$ : flusso di energia meccanica (per unità di tempo) dovuto al tensore degli sforzi;
- $\rho \cdot \bar{f} \cdot \bar{V}$ : energia termica per unità di tempo (Potenza meccanica) entrante nel volume di controllo ad opera del campo di forze di massa;

- $u'''$  : generazione di energia interna, compresi tutti i contributi di origine elettromagnetica, nucleare e chimica.

Otterremo allora:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( u + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \bar{V} \left[ \rho \cdot \bar{V} \left( u + \frac{V^2}{2} \right) \right] = -\bar{\nabla} \bar{q} + \bar{\nabla} (\bar{\bar{\sigma}} \cdot \bar{V}) + \rho \cdot \bar{f} \cdot \bar{V} + u''' \quad (3.54)$$

che, con i soliti passaggi, potremo scrivere come:

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( u + \frac{V^2}{2} \right) = -\bar{\nabla} \bar{q} + \bar{\nabla} (\bar{\bar{\sigma}} \cdot \bar{V}) + \rho \cdot \bar{f} \cdot \bar{V} + u''' \quad (3.55)$$

A questo punto, limitandoci a considerare il bilancio dell'energia termica, che possiamo ottenere dall'equazione precedente tenendo presente il bilancio dell'energia meccanica, dopo qualche passaggio si ottiene:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\bar{\nabla} \cdot \bar{q} + \bar{\bar{\sigma}} \cdot \bar{\nabla} \cdot \bar{V} + \rho \cdot \bar{f} \cdot \bar{V} + u''' \quad (3.56)$$

Esplicitando  $\bar{\bar{\sigma}}$ :

$$\rho \frac{Du}{Dt} + p \cdot \bar{\nabla} \cdot \bar{V} = -\bar{\nabla} \cdot \bar{q} + \mu \cdot \Phi + u''' \quad (3.57)$$

avendo introdotto la funzione dissipazione  $\Phi$  definite da  $\mu \cdot \Phi = \bar{\bar{\tau}} \cdot \bar{\nabla} \cdot \bar{V}$ , che trae origine dal lavoro viscoso irreversibile e che in coordinate cartesiane ortogonali vale:

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \quad (3.58)$$

Introduciamo ora la funzione entalpia specifica  $h = u + \frac{p}{\rho}$  e sostituiamo al posto di  $\bar{q}$  la sua espressione data dalla legge di *Fourier*:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = k \cdot \nabla^2 \cdot T + \mu \cdot \Phi + u''' \quad (3.59)$$

Per applicare il bilancio dell'energia ai problemi pratici, in particolare alla convezione naturale, è utile esprimerlo in termini di temperatura e di altre proprietà misurabili del fluido.

Dalla Termodinamica, sappiamo che  $h=h(T,p)$ , per cui possiamo scrivere:

$$\frac{Dh}{Dt} = \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T \cdot \frac{Dp}{Dt} + \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \cdot \frac{DT}{Dt} \quad (3.60)$$

Introduciamo ora il calore specifico a pressione costante  $c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$ ; inoltre,

ricordando che  $dh = Tds + \frac{dp}{\rho}$ , possiamo scrivere:

$$\left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T = T \left( \frac{\partial s}{\partial p} \right)_T + \frac{1}{\rho} \quad (3.61)$$

in cui sostituiamo:

$$\left( \frac{\partial s}{\partial p} \right)_T = - \left( \frac{\partial (1/\rho)}{\partial T} \right)_p \quad (3.62)$$

Otterremo, quindi:

$$\left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T = \frac{T}{\rho^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p + \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{T}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p + 1 \right] \quad (3.63)$$

Il coefficiente di comprimibilità isobarico è definito come:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (3.64)$$

in definitiva, con queste sostituzioni, si otterrà:

$$\frac{Dh}{Dt} = \left( \frac{1 - \beta T}{\rho} \right) \frac{Dp}{Dt} + c_p \frac{DT}{Dt} \quad (3.65)$$

che, nel caso di gas perfetto, valendo  $\beta = 1/T$ , si riduce a:

$$\frac{Dh}{Dt} = c_p \frac{DT}{Dt} \quad (3.66)$$

Sostituendo la (3.66) nella (3.59) otterremo la ricercata espressione dell'equazione dell'energia in termini della temperatura:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{DT}{Dt} = k \cdot \nabla^2 \cdot T + \beta \cdot T \cdot \frac{Dp}{Dt} + \mu \cdot \Phi + u''' \quad (3.67)$$

Nel caso particolare di gas a comportamento perfetto questa espressione, si riduce a:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{DT}{Dt} = k \cdot \nabla^2 \cdot T + \mu \cdot \Phi + u''' \quad (3.68)$$

Si riporta di seguito un breve riepilogo delle più importanti relazioni sinora trovate:

- Conservazione della massa (equazione di continuità):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \cdot \bar{V}) = 0$$

- Bilancio della quantità di moto (Equazioni di Navier-Stokes):

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\mu \bar{\nabla} \bar{V})}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho f_y - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\mu \bar{\nabla} \bar{V})}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho f_z - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\mu \bar{\nabla} \bar{V})}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]$$

➤ Bilancio dell'energia termica (Equazione dell'Energia):

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{DT}{Dt} = k \cdot \nabla^2 \cdot T + \mu \cdot \Phi + u'''$$

A queste vanno aggiunte le definizioni di  $\Phi$  ed un'equazione di stato (ad esempio  $p=p(T,\rho)$ ). In questo modo, specificando le opportune condizioni al contorno ed iniziali per velocità e temperature, si possono determinare I campi di velocità e temperature istante per istante. Va notato però che le equazioni suddette comportano non poche difficoltà nella loro risoluzione, essendo esse sia non lineari che accoppiate a causa delle variazioni delle proprietà del fluido. In molti casi, però, è possibile effettuare alcune semplificazioni che facilitano la risoluzione del sistema di equazioni differenziali. In particolare, per i problemi in cui il flusso può essere considerato incomprimibile e le proprietà termofisiche indipendenti dalla temperatura, le equazioni si semplificano e, in più, se il campo di forze di massa è indipendente dalla temperatura, come nel caso in cui sia rappresentato dalla forza di gravità, le equazioni del moto (Navier-Stokes) risultano disaccoppiate dall'equazione dell'energia e possono, quindi, essere risolte separatamente. Una volta noti i campi di velocità e di pressione, questi possono essere sostituiti nel bilancio dell'energia termica per ricavare la

temperatura. Il sistema di equazioni, introducendo la viscosità cinematica  $\nu = \mu/\rho$  e la diffusività termica  $a = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$ , diventa:

- Conservazione della massa (Equazione di Continuità):

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0$$

- Bilancio della quantità di moto (Equazioni di Navier-Stokes):

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} \bar{V} = \bar{g} - \frac{1}{\rho} \bar{\nabla} p + \nu \cdot \nabla^2 \bar{V}$$

- Bilancio dell'energia termica (Equazione dell'Energia):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} T = a \cdot \nabla^2 T + \frac{\nu}{c_p} \cdot \Phi + \frac{u'''}{\rho_0 \cdot c_p}$$

### 3.6.5 L'approssimazione di Boussinesq

Nel caso della convezione naturale, la semplificazione appena vista non è purtroppo applicabile, in quanto l'origine stessa del moto è la variazione della densità con la temperatura: per cui appare evidentemente impossibile considerare il flusso incomprimibile ed a proprietà costanti. Di conseguenza, le equazioni del moto e dell'energia devono necessariamente essere risolte simultaneamente. È, ad ogni modo, possibile, mediante opportune considerazioni, semplificare le equazioni che governano il moto nella convezione naturale mediante l'approssimazione di Boussinesq.

La densità di un fluido è, in generale, variabile con la pressione, con la temperatura e con la concentrazione:

$$\rho = \rho(p, T, C) \quad (3.69)$$

Per flussi caratterizzati da un basso valore del numero di Mach ( $M^2 \ll 1$ ), si può ritenere, con buona approssimazione, che la densità non dipenda dalla pressione. Inoltre, se supponiamo di trovarci in assenza di gradienti di concentrazione, la densità sarà funzione della sola temperatura. Sviluppando in serie di *Taylor*, la

densità  $\rho = \rho(T)$ , nell'intorno di un punto caratterizzato da un valore di equilibrio  $\rho = \rho_0$ , si avrà:

$$\rho = \rho_0 + \left( \frac{d\rho}{dT} \right)_{p,C} \Delta T + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2\rho}{dT^2} \right)_{p,C} \Delta T^2 + \dots \quad (3.70)$$

Per la definizione data del coefficiente di comprimibilità isobarica  $\beta$ , questa espressione si può scrivere come:

$$\rho = \rho_0 - \beta \cdot \rho_0 \cdot \Delta T \cdot \left( 1 - \frac{1}{2!} \cdot \beta \cdot \Delta T + \dots \right) \quad (3.71)$$

Per piccole differenze di temperatura  $\Delta T$  possiamo troncare lo sviluppo in serie ai termini del primo ordine, ottenendo in definitiva:

$$\rho - \rho_0 = -\beta \cdot \rho_0 \cdot (T - T_0) \quad (3.72)$$

La comprimibilità isobarica  $\beta$  assume valori piuttosto piccoli per la maggior parte dei fluidi (dell'ordine di  $10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ), il che comporta che per piccole differenze di temperatura si hanno piccole variazioni di densità. L'intuizione di Boussinesq fu, allora, quella di assumere costante la densità in tutti i termini delle equazioni che governano la convezione naturale, eccetto che nel termine che rappresenta la forza di galleggiamento nell'equazione di bilancio della quantità di moto. Contemporaneamente si considerano anche tutte le altre proprietà costanti con la temperatura (il che è tanto più vicino alla realtà quanto minore è la differenza di temperatura  $\Delta T$ ).

Prima di ottenere la forma definitiva delle equazioni che governano la convezione naturale, dobbiamo rielaborare le equazioni del moto di *Navier-Stokes*, riferendole ad uno stato di equilibrio in cui il fluido è in quiete, caratterizzato da un valore idrostatico della pressione  $p_0$ , un valore della densità  $\rho_0$  e uno della temperatura  $T_0$ ; in questo caso la

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \rho \cdot \bar{f} - \bar{\nabla} p + \mu \nabla^2 \bar{V}$$

con  $\bar{f} = \bar{g}$ , si riduce a:



$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \rho_0 \cdot \bar{g} - \bar{\nabla} p_0 \quad (3.73)$$

Sottraendo la relazione (3.73), dalla

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = \rho \cdot \bar{f} - \bar{\nabla} p + \mu \nabla^2 \bar{V}$$

otteniamo:

$$\rho \cdot \frac{D\bar{V}}{Dt} = (\rho - \rho_0) \cdot \bar{g} - \bar{\nabla}(p - p_0) + \mu \cdot \nabla^2 \bar{V} \quad (3.74)$$

A questo punto, considerando, come detto, la variabilità di  $\rho$  solo nel termine di galleggiamento dell'equazione di bilancio della quantità di moto (sostituendo altrove  $\rho = \rho_0$ ), con qualche semplice passaggio si ottengono le equazioni della convezione naturale, che si riportano di seguito:

- Conservazione della massa (Equazione di Continuità):

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0$$

- Bilancio della quantità di moto (Equazioni di Navier-Stokes):

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} \bar{V} = -\beta \cdot (T - T_0) \cdot \bar{g} - \frac{1}{\rho_0} \cdot \bar{\nabla} p^* + \nu \cdot \nabla^2 \bar{V}$$

- Bilancio dell'energia termica (Equazione dell'Energia):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} T = a \cdot \nabla^2 T + \frac{\nu}{c_p} \cdot \Phi + \frac{u'''}{\rho_0 \cdot c_p}$$

Si è posto  $p^* = p - p_0$ , che rappresenta l'aliquota di pressione dovuta alla forza di galleggiamento, ovvero la differenza di pressione rispetto alla soluzione idrostatica. Dalle equazioni di *Navier-Stokes* si otterrà, quindi, la  $p^*$ , detta pressione di moto, alla quale si dovrà poi aggiungere la pressione idrostatica  $p_0$  per ottenere la pressione effettiva  $p$ .

Come già più volte accennato, si vede che il mantenimento della variabilità della densità con la temperatura nel termine della forza di galleggiamento fa sì che i

bilanci di quantità di moto e di energia termica risultino accoppiati, a causa della presenza, nel primo di essi, dell'incognita temperatura.

### 3.3.6 Approccio adimensionale

Il primo passo è quello di ipotizzare quali variabili indipendenti influenzano, nel particolare fenomeno, quella dipendente. Se si introducono variabili che non influenzano la variabile dipendente si aumenterà, inutilmente, il numero dei parametri nell'equazione finale. Se, al contrario, si omettono variabili essenziali o anche grandezze costanti (ad esempio l'accelerazione di gravità  $g$ ), che sono necessarie per l'omogeneità dimensionale dei termini, i risultati saranno incompleti o errati. Si comprende, quindi, che questo è il passo più delicato del metodo e che, per compierlo, è necessario avere una profonda conoscenza del fenomeno, ricorrendo sia ad esperimenti che alla formulazione di modelli adeguati, per i quali sarebbe opportuno scrivere anche le equazioni e le condizioni al contorno. Si può, a questo punto, obiettare che se si dispone della formulazione matematica del problema, la riduzione delle variabili può essere perseguita adimensionalizzando direttamente le equazioni e le condizioni al contorno. L'obiezione è corretta, ma si ritiene che, soprattutto per i fenomeni più complessi, è più utile ricorrere all'analisi dimensionale e all'identificazione delle variabili che hanno rilievo nel fenomeno studiato. Un'equazione è adimensionalmente omogenea se è indipendente dal particolare sistema di unità di misura prescelto. Si consideri, ad esempio, l'equazione per il periodo di oscillazione  $T$  di un pendolo semplice di lunghezza  $L$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3.75)$$

Essa è indipendente dalla particolare scelta del sistema di unità di misura.

Notando che nel S.I.  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ , si può pensare di porre la relazione nella forma:

$$T = 2.01 \sqrt{L} \quad (3.76)$$

Quest'ultima equazione non è dimensionalmente omogenea, in quanto è valida solo se  $L$  è espresso in metri e  $T$  in secondi.

Del resto, il fattore  $2.01$  non è adimensionale, così come dovrebbe essere qualsiasi numero scritto in un'equazione corretta.

Anche in equazioni in cui compaiono delle costanti fisiche, ad esempio:

$$E_n(T) = \sigma \cdot T_s^4$$

è opportuno non sostituire alla costante il suo valore numerico, che, essendo legato alla scelta del sistema di unità di misura, renderebbe l'equazione non dimensionalmente omogenea. Se un'equazione ha la forma:

$$x = a + b + c + \dots$$

è condizione necessaria e sufficiente, per la sua omogeneità dimensionale, che le variabili  $x, a, b, c, \dots$  abbiano tutte le stesse dimensioni.

Il secondo passo nell'analisi dimensionale è costituito dalla formazione di un insieme completo di raggruppamenti adimensionali delle variabili. I raggruppamenti adimensionali sono delle espressioni monomie in cui le variabili sono combinate in modo tale che l'espressione dimensionale del gruppo sia caratterizzata da esponenti nulli.

Un insieme di gruppi adimensionali relativo ad assegnate variabili è completo se ciascun gruppo è indipendente dagli altri e se ogni altro gruppo adimensionale, per le stesse variabili, è un prodotto di potenza dei gruppi adimensionali costituenti l'insieme.

Si enuncia ora il teorema fondamentale dell'analisi dimensionale. Esso è detto Teorema Fondamentale di *Buckingham* e può essere così enunciato: *“condizione necessaria e sufficiente perché un'equazione, che correla assegnate variabili, sia dimensionalmente omogenea è che possa essere ridotta ad una relazione tra gruppi adimensionali, formati con le stesse variabili, che costituiscono un insieme completo”*.

Il numero di raggruppamenti adimensionali indipendenti è uguale al numero di variabili adimensionalizzate che descrivono il fenomeno meno il numero di equazioni che legano tra loro. Occorre però fare molta attenzione. Il teorema dice quanti siano i raggruppamenti indipendenti, ma non quali siano; perciò, se ricaviamo che esiste un certo numero di variabili indipendenti, in realtà, bisogna fare ricorso alla fisica del problema per capire quali scegliere.

Si supponga di cercare la soluzione del problema convettivo più complesso possibile, che è quello in condizioni di convezione mista e moto turbolento, e di voler calcolare il coefficiente di scambio termico convettivo  $h$  locale (infatti, la scelta del valor medio abbasserebbe di uno il numero di variabili adimensionali, introducendo una nuova equazione). Il teorema ci viene in aiuto dicendo che i gruppi adimensionali indipendenti sono quattro. Adimensionalizzando le cinque equazioni che governano il fenomeno (le tre equazioni di *Navier-Stokes*, la legge della conduzione di *Fourier* e l'equazione di continuità), risultano cinque variabili adimensionali. Perciò, siccome dal teorema di *Buckingham* avevamo trovato quattro variabili indipendenti, esisterà una relazione formale che esprime uno di questi numeri in funzione degli altri.

Tradizionalmente, si predilige prendere come variabili indipendenti i numeri puri  $Re$  (numero di *Reynolds*),  $Gr$  (numero di *Grashof*),  $Pr$  (numero di *Prandtl*),  $\frac{x}{L}$  (ascissa adimensionale).

Come numero dipendente dagli altri, si sceglie il numero di *Nusselt*,  $Nu$ , da cui la relazione di legame:

$$Nu = f\left(Re, Gr, Pr, \frac{x}{L}\right) \quad (3.77)$$

Il numero di Nusselt esprime il coefficiente di scambio termico convettivo adimensionalizzato. Esso non può avere valori arbitrari, ma, fissati gli altri gruppi, vale:

$$Nu = \frac{h}{\lambda_{fluido}} \cdot L \quad (3.78)$$

dove  $L$  rappresenta la lunghezza caratteristica del problema,  $h$  il coefficiente di scambio termico convettivo locale e  $\lambda_{fluido}$  la conducibilità termica del fluido.

A questo punto, per ricavare il coefficiente di convezione basta trovare il legame funzionale espresso dalla relazione sopra indicata e sostituirlo nell'espressione del numero di *Nusselt*. Queste funzioni, tabellate sui libri, sono state ricavate sperimentalmente negli anni '30 ÷ '40 da studiosi tedeschi.

La loro formula generica è:

$$Nu = C \cdot Re^a \cdot Pr^b \cdot Gr^c \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^d \quad (3.79)$$

dove la costante  $C$  e gli esponenti  $a, b, c, d$  sono da determinare in base alla particolare situazione geometrica, termica e dinamica.

La variabile adimensionale indipendente  $\frac{x}{L}$  si chiama ascissa adimensionale ed è un parametro addizionale, in cui figurano la coordinata  $x$  e la lunghezza caratteristica  $L$ . La scelta di  $L$  è estremamente importante. Potremmo dare diverse definizioni di  $L$  a seconda del problema in cui ci troviamo; ad esempio, per un fluido che scorre in un tubo, la lunghezza caratteristica potrebbe essere il diametro del tubo. Quindi,  $L$  non è sempre la stessa e, per lo stesso problema, si potrebbe attribuirle significati diversi. Si nota, inoltre, la ristretta gamma di validità di questa formula, che, proprio per legami di tipo unicamente esponenziale, è utilizzabile solo per alcuni tratti.

### 3.6.7 Numeri caratteristici e loro significato fisico

Il primo numero caratteristico del fenomeno di scambio termico convettivo è il numero di *Reynolds*,  $Re$ . Tale numero è espresso dalla relazione:

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu} \quad (3.80)$$

in cui  $w$  rappresenta la velocità media con cui viene spinto il fluido (in convezione naturale assume valore nullo),  $\nu$  è la viscosità cinematica del fluido ed  $L$  è un'opportuna lunghezza di riferimento. Il numero di *Reynolds* ha il significato fisico di rapporto tra le forze di inerzia e le forze di attrito viscoso.

Il secondo numero caratteristico del fenomeno di scambio termico convettivo è il numero di *Grashof*,  $Gr$ . Tale numero è espresso dalla relazione:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2} \quad (3.81)$$

in cui  $g$  rappresenta l'accelerazione di gravità,  $\beta$  è la comprimibilità isobarica del fluido,  $T_p$  è la temperatura della superficie solida,  $T_\infty$  è la temperatura del flusso indisturbato. Il numero di *Grashof* ha il significato fisico di rapporto tra le forze di galleggiamento e le forze di attrito viscoso. Nel caso in cui il fluido sia un gas perfetto abbiamo che:

$$\beta = \frac{1}{T_\infty} \quad (3.82)$$

Il terzo numero caratteristico del fenomeno di scambio termico convettivo è il numero di *Prandtl*,  $Pr$ . Tale numero è espresso dalla relazione:

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (3.83)$$

in cui  $a$  è la diffusività termica, che è espressa dalla relazione:

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad (3.84)$$

in cui  $\lambda$  è la conducibilità termica,  $\rho$  è la densità e  $c$  è il calore specifico (nel caso di gas si utilizza il calore specifico a pressione costante  $c_p$ ). il numero di *Prandtl* esprime l'importanza che ha la diffusione delle forze di attrito rispetto alla diffusione termica, intendendo per diffusione una propagazione spaziale.

Si consideri, per esempio, il calcolo dello spessore dello strato limite termico e dinamico per una lastra investita da un flusso parallelo ad essa. L'altezza dello strato limite termico e dinamico dipende dalla diffusività. Può accadere che lo strato limite termico non coincida con quello dinamico (come si nota dal diagramma in Figura 1.12): ciò dipende dal rapporto delle diffusività  $\frac{\nu}{a}$  e, quindi, dalla prevalenza o meno delle forze di attrito.

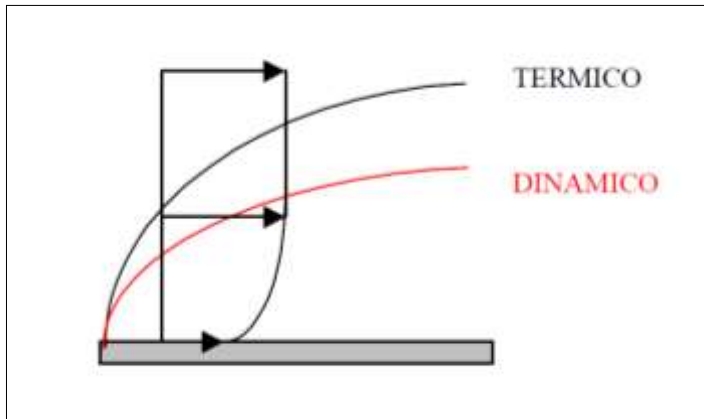


Figura 3.2: Strato limite dinamico e termico.

Se  $\frac{\nu}{a} < 1$ , lo spessore dello strato limite dinamico è maggiore di quello dello strato limite termico ed i punti del fluido che stanno tra lo strato limite e quello dinamico risentiranno del cambiamento della temperatura, dovuto alla vicinanza con la parete, ma non ancora del cambiamento di velocità. Il numero di *Prandtl*, quindi, ha un preciso significato fisico: esso ci dice quanto lontano dalla parete si sente la perturbazione termica e la perturbazione dinamica.

Se si indica con  $\delta_t$  lo spessore dello strato limite termico e con  $\delta_d$  lo spessore dello strato limite dinamico, otteniamo la relazione:

$$\frac{\delta_t}{\delta_d} = \frac{1}{\sqrt{Pr}} \quad (3.85)$$

In generale, se  $Pr < 1$ , prevale l'effetto di diffusione termica; se  $Pr > 1$ , prevale l'effetto dinamico.

L'azione della diffusività termica si vede meglio se si analizza l'imbocco di un condotto. Si supponga di avere un profilo di temperatura uniforme  $T_\infty$  di fluido che imbecca un tubo, ad esempio il tubo di scarico di un serbatoio con una certa velocità  $w$ . Si supponga, inoltre, che le pareti del tubo siano a temperatura  $T_p$ , come nelle Figure 3.3 e 3.4, in modo da avere uno scambio termico di tipo convettivo. Preso un punto all'interno del condotto, la sezione trasversale del tubo passante per quel punto sarà sede di un profilo di temperatura variabile con la diffusività. Si nota subito che il nocciolo centrale del fluido nel tubo sarà meno soggetto alle variazioni di temperatura. In particolare, all'aumentare della

diffusività, gli effetti di scambio termico saranno più rapidi e, quindi, il liquido risentirà subito della perturbazione di temperatura (dovuta alle pareti), anche in punti più vicini all'imbocco. Viceversa, se la diffusività diminuisce, il fluido continuerà a scorrere senza risentire della presenza della parete e i punti che subiranno gli effetti della perturbazione saranno più lontani.

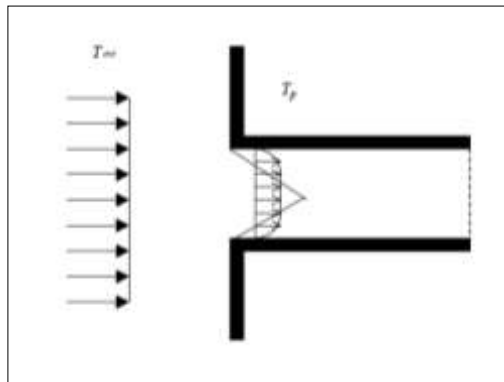


Figura 3.3: Effetti della diffusività maggiore.

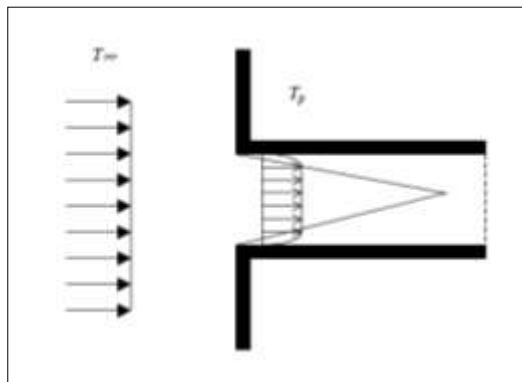


Figura 3.4: Effetti della diffusività minore.

La diversità si spiega bene nei disegni riportati: per un'alta diffusività, Figura 3.3, lo strato limite è poco allungato e quindi maggiore è l'effetto parabolico del profilo delle temperature nel tubo; a diffusività minore, Figura 3.4, lo strato limite si allunga e, perciò, sulla stessa sezione di tubo notiamo che l'effetto



parabolico è minore, cioè sono minime le variazioni di temperatura. Mettiamo a confronto i valori di diffusività dell'acqua e dell'aria:

$$a_{H_2O} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} = \frac{0.6}{4187 \cdot 10^3} = 1.43 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} \quad (3.86)$$

$$a_{aria} = \frac{0.025}{1.15 \cdot 10^3} = 2.17 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s} \quad (3.87)$$

Si può concludere che lo strato limite termico in aria si realizza più velocemente che in acqua.

Un altro numero caratteristico dello scambio termico convettivo, specialmente in condizioni di convezione mista, è il numero di *Richardson*, *Ri*. Tale numero è espresso dalla relazione:

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (3.88)$$

Il numero di *Richardson* ha il significato fisico di rapporto tra le forze di galleggiamento e le forze d'inerzia.

### 3.7 L'irraggiamento

Il trasferimento di energia termica per irraggiamento, ed in particolare quello attribuibile all'irraggiamento solare, è molto importante sia per l'entità dei carichi termici (estivi ed invernali), che per l'applicazione di tale forma di energia alternativa (collettori solari, celle solari fotovoltaiche ecc.) Lo scambio termico di energia radiante tra il corpo umano e l'ambiente circostante è, inoltre, molto importante ai fini del benessere e deve pertanto essere conosciuto nei suoi meccanismi principali, potendo costituire di fatto un vincolo progettuale. Tale forma di scambio termico deve inoltre essere presa in considerazione al momento di valutare le dispersioni termiche tra due fluidi separati da una parete, come si è visto quando si valutava l'entità della

trasmittanza, dove comparivano i coefficienti liminari di scambio termico per convezione ed irraggiamento.

Per la maggior parte delle applicazioni prese in esame ai fini degli scambi energetici è importante solo la *radiazione termica*. L'irraggiamento termico è definito come *l'energia raggiante emessa da un corpo a causa della sua temperatura*, cioè l'emissione di radiazioni termiche dipende dalla temperatura assoluta, dalla natura del corpo emittente e dalle caratteristiche della sua superficie (compresa la rugosità); in altri termini, un corpo emette energia raggiante per il solo fatto di possedere una certa temperatura  $T$ , a spese della sua energia interna (cambiamenti del contenuto energetico di atomi e molecole). A livello macroscopico, si dice che l'irraggiamento si propaga mediante l'energia posseduta da onde elettromagnetiche che si muovono secondo traiettorie rettilinee.

La velocità a cui si propaga la radiazione nel vuoto è pari alla velocità della luce  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ; sussiste, peraltro, la seguente relazione tra lunghezza d'onda della radiazione e velocità della stessa:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \text{ [m]} \quad (3.89)$$

dove  $\nu = \text{frequenza} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ : pertanto, tanto maggiore è la frequenza, tanto minore è la lunghezza d'onda della radiazione e viceversa. Di solito, la lunghezza d'onda, considerate le dimensioni in gioco, è espressa in  $\mu\text{m}$  anziché in  $\text{m}$  ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6}\text{m}$ ).

Contrariamente alle altre forme di scambio termico, che hanno bisogno di un mezzo affinché sia possibile il trasferimento di energia, l'irraggiamento termico è una propagazione di energia che avviene indipendentemente dal mezzo e quindi è possibile anche nel vuoto (come per l'irraggiamento solare).

Analizzando lo spettro della radiazione elettromagnetica [8], diviso in vari bande di lunghezza d'onda, emerge che la maggior parte dell'energia termica viene emessa nel campo dell'infrarosso (Figura 3.5).

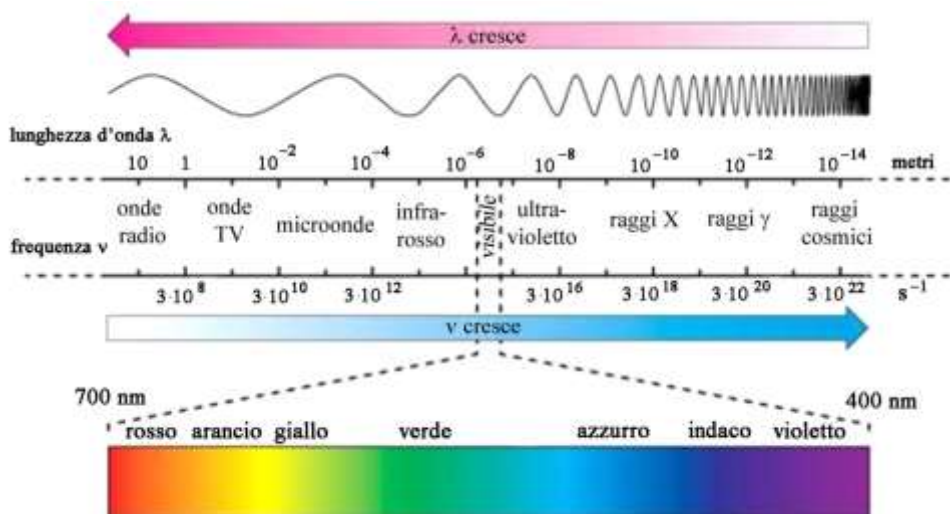


Figura 3.5: Spettro delle onde elettromagnetiche.

Gli effetti termici della radiazione si estendono nei campi dall'ultravioletto all'infrarosso all'incirca tra 0,1 e 100  $\mu\text{m}$ .

Le lunghezze d'onda di interesse nelle applicazioni dell'energia solare sono comprese fra l'ultravioletto ed il vicino infrarosso, cioè tra circa 0,2 e 25  $\mu\text{m}$ ; il Sole, che ha una temperatura superficiale apparente di circa 5500  $^{\circ}\text{C}$ , emette la maggior parte della sua energia al di sotto di 4  $\mu\text{m}$ , più precisamente tra 0,2 e 4  $\mu\text{m}$  al di fuori dell'atmosfera, mentre a livello del suolo terrestre la radiazione è sostanzialmente compresa tra 0,3 e 2,5  $\mu\text{m}$  (circa il 99% dell'energia totale emessa). La diversità tra radiazione extratmosferica e quella a livello del suolo è dovuta al fatto che l'energia solare viene in parte assorbita dall'atmosfera ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{O}_3$ ) e pertanto lo spettro di emissione a livello terrestre non è più continuo, ma presenta delle finestre in corrispondenza delle lunghezze d'onda sensibili ai fenomeni di assorbimento suddetti. Nel campo di lunghezza d'onda compreso tra  $0,39 \div 0,78 \mu\text{m}$  si ha il campo del visibile o spettro del visibile; tale campo di radiazioni è estremamente importante al fine della comprensione dei meccanismi della visione e quindi ai fini dello studio dell'illuminazione naturale e artificiale degli ambienti confinati. Al di sotto di 0,37  $\mu\text{m}$  e fino a 0,01  $\mu\text{m}$  si ha il campo dell'ultravioletto, mentre al disopra di 0,78  $\mu\text{m}$  fino a circa 103  $\mu\text{m}$  si ha il campo dell'infrarosso (suddiviso in infrarosso vicino tra 0,78 e 25  $\mu\text{m}$ , ed infrarosso lontano tra 25 e 103  $\mu\text{m}$ ).

Quando dell'energia raggiante  $E$  incide su di un mezzo può essere in parte riflessa  $E_r$ , assorbita  $E_a$  e trasmessa  $E_t$ .

Per il principio di conservazione dell'energia:

$$E = E_r + E_a + E_t \quad (3.90)$$

e dividendo tutto per  $E$ :

$$1 = E_r/E + E_a/E + E_t/E = r + a + t \quad (3.91)$$

dove:

$r$  = coefficiente di riflessione;

$a$  = coefficiente di assorbimento (assorbanza);

$t$  = coefficiente di trasmissione.

I coefficienti suddetti sono, in generale, funzione della temperatura superficiale del corpo, della lunghezza d'onda della radiazione incidente e dell'angolo di incidenza della stessa.

Per lo studio dell'irraggiamento e dei relativi scambi termici usualmente si fa l'ipotesi semplificativa che tutti i fluidi siano trasparenti all'irraggiamento per cui per essi  $t = 1$ , mentre per i solidi  $t = 0$ , ovvero non trasmettano energia raggiante, eccetto quelli che risultano visibilmente trasparenti o traslucidi. Per quest'ultimi, come ad esempio il vetro, occorre determinare dei coefficienti spettrali di trasmissione, riflessione ed assorbimento, coefficienti cioè che dipendono dalle dimensioni della lunghezza d'onda (ad es. il vetro trasmette la radiazione visibile ma è opaco nel campo dell'infrarosso).

Le superfici trasparenti hanno la proprietà di essere "permeabili" alle lunghezze d'onda fino a  $2,5 \mu\text{m}$ , mentre i corpi "grigi" emettono usualmente a lunghezze d'onda superiori a  $2,5 \mu\text{m}$  (infrarosso); poiché il vetro risulta opaco a tali emissioni, negli ambienti finestrati soggetti ad irraggiamento solare si ha il così detto "effetto serra", con l'aumento della temperatura ambiente dovuto al bilancio energetico positivo tra energia entrante nell'ambiente ed energia riemessa all'esterno.

Per lo studio del benessere degli individui in ambiente confinato il coefficiente che più interessa è quello di assorbimento  $a$ .

I corpi vengono così classificati in funzione del loro coefficiente di assorbimento:

- corpi neri,  $a=1$ : tutta l'energia raggiante incidente su di esso viene assorbita, indipendentemente dalla lunghezza d'onda e dallo stato fisico;
- corpi grigi,  $a<1$ : per ciascuno di essi il coefficiente di assorbimento risulta costante indipendentemente dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente;
- corpi colorati: per essi il coefficiente di assorbimento varia in funzione della lunghezza d'onda e della temperatura.

Un corpo nero, o radiatore ideale, è un corpo che *ad ogni temperatura e per qualsiasi lunghezza d'onda emette ed assorbe la massima quantità possibile di radiazione*; questa definizione pone pertanto un limite superiore teorico all'emissione delle radiazioni per cui il corpo nero è un campione di riferimento con il quale confrontare le caratteristiche degli altri corpi.

In natura il classico corpo nero di riferimento è il Sole, gli altri corpi talora possono essere considerati con sufficiente approssimazione *grigi* a meno che non siano particolarmente lucidi e riflettenti (sono tali ad esempio le superfici metalliche) e fatte salve le limitazioni che saranno discusse in seguito.

### 3.7.1 Leggi dell'irraggiamento per il corpo nero

L'energia emessa da un corpo nero, per unità di tempo e superficie, alla lunghezza d'onda  $\lambda$  ed alla temperatura assoluta  $T$  (K) è denominata *Potere emissivo monocromatico*  $E_{n\lambda}(T)$ .

La rappresentazione di  $E_{n\lambda}(T)$  in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$  (Figura 1.16) permette di evidenziare una seguente relazione denominata *Legge di Wien*, o legge del regresso:

$$\lambda_{MAX} T = 2897 \text{ [K}\mu\text{m}] \quad (3.92)$$

dove il valore 2897 della costante vale per valori di  $T$  e  $\lambda$  espressi rispettivamente in [K] e in [ $\mu\text{m}$ ]. La *Legge di Wien* evidenzia come all'aumentare della temperatura il massimo dell'emissione regredisce verso valori inferiori della lunghezza d'onda.

Per esempio, a 2400 K,  $\lambda_{\text{MAX}}=2897/2400=1,2 \mu\text{m}$  ed il massimo dell'emissione si ha nell'infrarosso; per la temperatura del Sole pari a circa 6000 K, risulta:  $\lambda_{\text{MAX}}=2897/6000=0,48 \mu\text{m}$ , pertanto il massimo dell'emissione si ha nel visibile. L'integrazione nell'intero campo di lunghezza d'onda da 0 a  $\infty$  del potere emissivo monocromatico determina il *Potere emissivo integrale* del corpo nero  $E_n(T)$ , il cui valore è dovuto alla seguente *equazione di Stefan-Boltzman*:

$$E_n(T) = \int_0^{\infty} E_n \lambda d\lambda = \sigma T^4 \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (3.93)$$

dove  $\sigma$  = costante di Stefan-Boltzman =  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ (W/m}^2 \text{ K}^4\text{)}$ .

Tale legge fisica è importante in quanto rivela immediatamente il peso che l'irraggiamento ha nel benessere degli individui in ambienti confinanti in quanto che gli scambi di temperatura avvengono elevando alla 4<sup>a</sup> potenza le temperature assolute (esprese cioè in gradi kelvin); pertanto una differenza anche di soli  $3 \div 4 \text{ }^\circ\text{C}$  diventa significativa per l'elevazione alla quarta potenza. Da qui la necessità di mantenere più alta possibile la temperatura delle superfici che circondano il corpo umano, al fine di ridurre gli scambi termici per irraggiamento tra questo e le pareti circostanti. La maggior parte delle superfici comuni non hanno il comportamento ideale del corpo nero e per caratterizzarle si usano grandezze adimensionali, come l'emittenza  $\varepsilon$  ed il coefficiente di assorbimento  $a$ , relazionate alle capacità di emettere ed assorbire di un corpo nero.

Poiché il potere emissivo di una superficie *reale* risulta per definizione inferiore a quello di un corpo nero alla stessa temperatura, possiamo definire l'emittenza  $\varepsilon$  (detta anche emissività emisferica) come:

$$\varepsilon = E/E_n < 1 \quad (3.94)$$

Analogamente viene definita una emissività emisferica monocromatica  $\varepsilon_\lambda$  dal rapporto:

$$\varepsilon_\lambda = E_\lambda/E_{n\lambda} \rightarrow E_\lambda = E_{n\lambda} \varepsilon_\lambda \quad (3.96)$$

dove:

$E_\lambda$  = potere emissivo monocromatico della superficie reale ad una determinata temperatura;

$E_{n\lambda}$  = potere emissivo monocromatico del corpo nero alla stessa temperatura.

Sussiste un'importante relazione tra emittenza monocromatica  $\varepsilon_\lambda$  e assorbanza monocromatica  $a_\lambda$  di una superficie di un corpo reale messa in evidenza dalla *Legge di Kirchhoff*:

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = a_\lambda(\lambda, T) \quad (3.97)$$

che esprime il fatto, importantissimo ai fini dell'irraggiamento, che ad ogni lunghezza d'onda  $\lambda$  e temperatura  $T$  una superficie tanto più emette quanto più assorbe.

A questo proposito, per facilitare i calcoli, spesso si ipotizza che il comportamento della superficie reale sia all'incirca eguale a quella di un *corpo grigio*, per il quale per definizione i valori  $a_\lambda$  e  $\varepsilon_\lambda$  sono uniformi in tutto il campo di lunghezza d'onda.

Per i calcoli di scambio termico si utilizza una emittenza media, o un coefficiente di assorbimento medio, per l'intervallo di lunghezza d'onda nel quale è emessa, o assorbita, la maggior parte delle radiazioni. In definitiva, l'approssimazione del comportamento della superficie reale a corpo grigio consente di definire il potere emissivo  $E$  di quest'ultimo mediante la seguente relazione:

$$E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \quad [W/m^2] \quad (3.98)$$

Tale risultato è analogo a quello ottenuto con la legge di Stefan-Boltzman, ma la relazione suddetta non è una legge fisica in quanto  $\varepsilon$  varia in funzione della natura della superficie del corpo.

### 3.7.2 Scambio termico per irraggiamento

Nella valutazione degli scambi termici per irraggiamento al fine di semplificare i calcoli, si fanno in generale le seguenti ipotesi:

- tutte le superfici si comportano come corpi grigi o neri (le proprietà radiative sono così indipendenti dalla lunghezza d'onda);
- la riflessione avviene in modo diffuso e l'energia incidente si considera uniforme;
- le proprietà radiative si considerano uniformemente distribuite sulle superfici aventi inoltre temperatura uniforme;
- assorbanza ed emittenza sono eguali ed indipendenti dalla temperatura della sorgente radiativa;
- i mezzi frapposti tra superfici radianti non assorbono né emettono radiazioni.

Le ipotesi suddette semplificano sensibilmente le problematiche in esame, anche se evidentemente ciò va a scapito dell'esattezza dei risultati che risultano così più o meno approssimati, inoltre un'ulteriore semplificazione deriva dal fatto che in molte delle applicazioni lo scambio termico avviene fra due sole superfici.

Ciò premesso, la quantità di energia termica scambiata per irraggiamento, in regime stazionario, è data dalla relazione:

$$Q_{12} = F_{\varepsilon} \cdot F_{12} \cdot S_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [W] \quad (3.99)$$

dove:

$F_{\varepsilon}$  = fattore di emissività (dipendente dalla natura delle superfici);

$F_{12}$  = fattore di forma (dipendente dalla natura geometrica del problema).

Due casi particolari dell'equazione sono di interesse rilevante:

1. quello di un piccolo oggetto completamente contenuto in un'altro molto più grande;
2. quello di due superfici piane parallele di estensione infinita.

#### - Caso n.1

Nel caso di un piccolo oggetto convesso  $1$  completamente contenuto in uno molto più grande  $2$  ( $S_1/S_2 \cong 0$ ), potendo considerare che tutta l'energia emessa da  $1$  sia praticamente assorbita da  $2$  (ovvero  $a_2 \cong 1$ ), risulta  $F_{\varepsilon} = \varepsilon_1$  e  $F_{12} = 1$  e quindi la suddetta relazione diviene:



$$Q_{12} = \varepsilon_1 \cdot S_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [W] \quad (3.100)$$

Tale relazione è molto importante poiché molti problemi di scambio termico possono essere ricondotti a tale condizione: la relazione può essere usata per valutare gli scambi radiativi tra pareti e ambiente circostante considerato a temperatura uniforme.

- Caso n. 2

Le superfici  $S_1$  e  $S_2$  sono eguali tra loro ed il fattore di vista  $F_{12} = 1$ , pertanto si ha:

$$Q_{12} = S_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) / (1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1) \quad (3.101)$$

dalla quale risulta  $F_\varepsilon = (1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1)$ , denominato anche fattore di remissività dell'intercapedine.

Se le superfici sono nere, la suddetta relazione si riduce semplicemente a:

$$Q_{12} = S_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.102)$$

Le relazioni che esprimono l'energia termica scambiata per irraggiamento, in regime stazionario, nelle tre forme viste, possono essere riscritte nella forma seguente:

$$Q_{12} = F_\varepsilon \cdot F_{12} \cdot S_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.103)$$

$$Q_{12} = F_\varepsilon \cdot F_{12} \cdot S_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 + T_2) \cdot (T_1 - T_2) \quad (3.104)$$

Per valori di  $T_1$  e  $T_2$  non molto differenti, al posto di  $(T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 + T_2)$ , introducendo una temperatura media denominata  $T_m$ , con  $T_m = (T_1 + T_2)/2$ , si può sostituire  $4 \cdot T_m^3$  e quindi considerare  $Q_{12}$  funzione della sola differenza  $(T_1 - T_2)$  secondo la relazione che esprime lo scambio termico per irraggiamento:

$$Q_{12} = h_l \cdot S_1 \cdot (T_1 - T_2) \text{ [W]} \quad (3.105)$$

nella quale  $h_l$  è il *coefficiente di scambio termico per irraggiamento* ed è:  $h_l = F_e F_{12} \sigma 4T_m^3$  [W/m<sup>2</sup>K]; è importante ricordare che se le due aree interessate dallo scambio termico  $S_1$  e  $S_2$  non sono eguali, allora il valore numerico di  $h_l$  dipende dal fatto che esso si riferisca ad  $S_1$  o a  $S_2$ .

Analogamente alla relazione dello scambio termico per convezione, anche la relazione che permette il calcolo dello scambio termico per irraggiamento non è una legge fisica, essendo  $h_l$  dipendente da una serie di parametri geometrici e fisici che lo vincolano ad una particolare situazione, per cui variando la stessa varia anche il valore di  $h_l$ ; per le situazioni della tecnica più comuni i valori di  $h_l$  si trovano tabulati in apposite tabelle.

In tutti i casi pratici, gli scambi termici dipendono, quindi, oltre che dalla natura delle superfici, dalla configurazione geometrica; di ciò si tiene conto mediante il fattore di configurazione o *fattore di forma*, che viene definito come quella frazione dell'energia radiante emessa da una superficie che incide direttamente (con esclusione quindi di energia riflessa o reirraggiata da altre superfici) su di una seconda superficie, ipotizzando che entrambe le superfici siano diffondenti in maniera uniforme (superfici nere o grigie):

$$F_{12} = Q_{12}/Q_1 < 1 \quad (3.106)$$

ovvero come il rapporto tra l'energia emessa dalla superficie  $1$  che viene assorbita da  $2$  e l'energia totale emessa dalla superficie  $1$ , e analogamente per  $F_{21}$ .

Il primo pedice, per convenzione, si riferisce alla superficie emittente, mentre il secondo pedice si riferisce alla superficie ricevente. In generale, comunque, la determinazione del fattore di vista per una configurazione geometrica che non sia molto semplice è piuttosto complessa. In letteratura si trovano già calcolati i fattori di vista per alcune delle situazioni più comuni.

I fattori di configurazione godono di altre proprietà oltre a quella della reciprocità, che aiutano a semplificare i calcoli e, in particolare, danno la possibilità di sommare i fattori di vista, che si ottengono dalla suddivisione della superficie ricevente o emittente, al fine di ottenere configurazioni geometriche semplificate.

### 3.7.3 Irraggiamento solare

Il Sole è una stella ed è sede di reazioni termonucleari a catena. Nella reazione di fusione, durante la quale l'idrogeno si combina per formare elio, avviene nel nucleo una conversione di massa in energia. Nel nucleo incandescente si produce così una temperatura stimata tra 16 e 40 milioni di gradi; attraverso una serie di processi radiativi e convettivi avviene il trasferimento del calore alla superficie dove avviene l'irraggiamento verso lo spazio. La temperatura della superficie si porta allora ad un valore di circa 5780 K, tale da fare insorgere un equilibrio tra l'energia che la superficie stessa riceve dal nucleo e quella che emette verso gli spazi siderali. Il Sole si comporta allora come un corpo nero che, alla temperatura di 5780 K, irradia energia nello spazio. Quasi il 99% della radiazione solare ha lunghezza d'onda compresa tra 0.15 e 4  $\mu\text{m}$  e il massimo di intensità si ha a circa 0.5  $\mu\text{m}$ ; la parte compresa tra 0.4 e 0.74  $\mu\text{m}$  occupa la zona visibile dello spettro mentre a sinistra ed a destra di tale fascia si trovano rispettivamente le zone dell'ultravioletto e dell'infrarosso.

La quantità media di energia solare che incide ortogonalmente, nell'unità di tempo, su una superficie unitaria posta al di fuori dell'atmosfera, prende il nome di costante solare ed assume il valore medio di 1353 W/m<sup>2</sup>.

L'intensità dell'irraggiamento solare si attenua nel passaggio attraverso l'atmosfera: una parte di radiazione viene riflessa verso lo spazio, una parte è diffusa in tutte le direzioni dalle molecole dei gas atmosferici e dal vapore acqueo, una parte viene assorbita dalle molecole dell'atmosfera e da queste riemessa come radiazione infrarossa (Figura 3.6).

L'assorbimento e la diffusione atmosferica hanno l'effetto di ridurre l'intensità della radiazione su tutte le lunghezze d'onda; un'ulteriore riduzione si ha poi in corrispondenza alle lunghezze d'onda caratteristiche dei diversi gas e vapori presenti nell'atmosfera.

La parte di irraggiamento che raggiunge direttamente il suolo costituisce la radiazione diretta mentre la parte rimanente costituisce la radiazione diffusa. A queste va infine aggiunta la radiazione riflessa o albedo, che rappresenta la percentuale di radiazione diretta e diffusa che viene riflessa dal suolo o dalle superfici circostanti sulla superficie considerata.

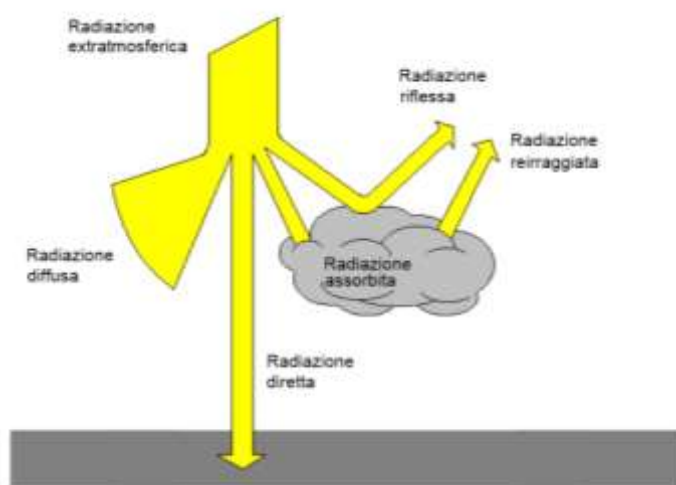


Figura 3.6: Distribuzione della radiazione solare nel passaggio attraverso dell'atmosfera.

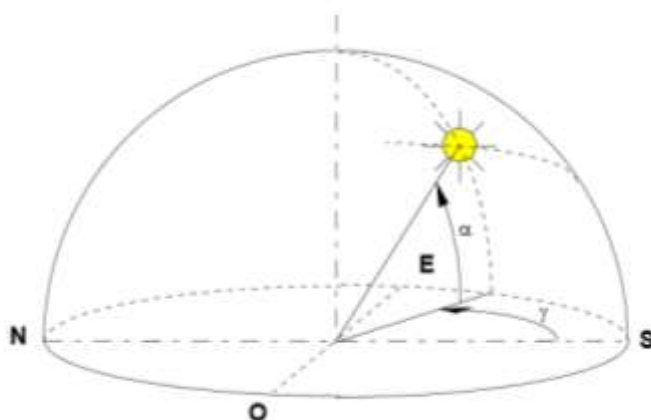


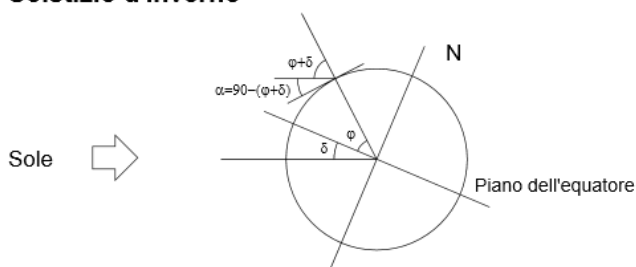
Figura 3.7: Angolo di altezza solare ed angolo azimutale.

La radiazione diretta, preponderante rispetto alla diffusa in condizioni di cielo sereno, tende a ridursi all'aumentare dell'umidità e della nuvolosità presente nell'aria, fino ad annullarsi in condizioni di cielo completamente coperto.

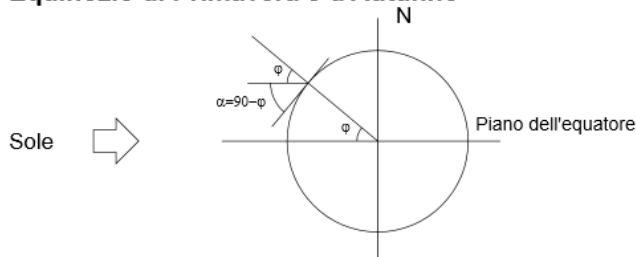
Per un osservatore che dalla Terra osservi il cielo, il percorso del Sole sulla volta celeste assume la forma di un arco che varia sia durante il corso dell'anno che con la latitudine del luogo. Durante il corso dell'anno la durata delle ore di luce ed il percorso del sole subiscono delle modifiche al variare delle stagioni. La

durata di luce è massima al solstizio d'estate (21 giugno) giorno in cui, alle ore 12, il sole raggiunge il punto più alto nel cielo nel corso di tutto l'anno; il caso opposto si verifica al solstizio d'inverno (21 dicembre) mentre ai due equinozi di primavera (21 marzo) e di autunno (21 settembre) l'altezza del sole alle 12 è intermedia tra la massima e la minima e le durate del giorno e della notte sono esattamente pari a 12 ore in tutto il globo. La posizione del Sole rispetto ad un punto sulla Terra è determinata dall'angolo di altezza solare  $\alpha$  e dall'angolo azimutale  $\gamma$  (Figura 3.7).

### Solstizio d'Inverno



### Equinozio di Primavera e d'Autunno



### Solstizio d'Estate

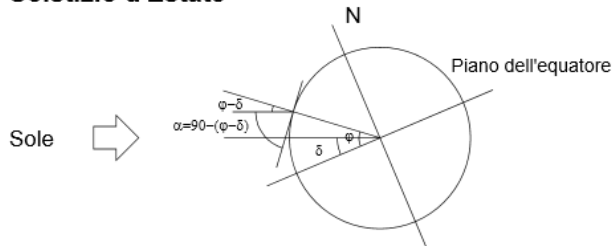


Figura 3.8: Angolo di altezza solare alle ore 12, per una località posta ad una latitudine  $\phi$  ai solstizi ed agli equinozi.

Il primo è l'angolo verticale che la direzione collimata al Sole forma con il piano orizzontale; il secondo è l'angolo orizzontale tra il piano verticale passante per il Sole e la direzione del sud, ed è positivo verso est e negativo verso ovest.

Definite queste grandezze, l'altezza  $\alpha$  del Sole alle 12 in un punto di latitudine  $\varphi$  può essere ricavata, ai solstizi ed agli equinozi, dalla seguente Figura 3.8:

La posizione del Sole in ogni istante dell'anno può essere invece ottenuta dalle seguenti relazioni:

$$\alpha = \arcsen(\sen\delta\sen\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos\omega) \quad (3.107)$$

$$\gamma = \arcsen \frac{\cos\delta\sen\omega}{\cos\alpha} \quad (3.108)$$

Esse consentono di calcolare la posizione del Sole conoscendo la latitudine (che caratterizza spazialmente il punto di osservazione), la declinazione (che dipende dal giorno e dal mese in cui si effettua l'osservazione) e l'angolo orario (che dipende dall'ora in cui si effettua l'osservazione).

I valori dell'altezza solare e dell'azimut in qualsiasi periodo dell'anno possono essere facilmente conosciuti utilizzando i diagrammi dei percorsi solari. Questi sono diagrammi, tracciati per ogni latitudine, in cui sono riportati l'altezza solare e l'azimut nei vari periodi dell'anno. Possono essere in coordinate polari o in coordinate cartesiane.

Nei primi l'osservatore è posizionato al centro del diagramma in cui una successione di circonferenze concentriche rappresentano le varie altezze solari. Dal punto centrale partono poi una serie di raggi identificati da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Su questa base sono poi tracciate le traiettorie solari al ventunesimo giorno di ogni mese (Figura 3.9).

I diagrammi in coordinate cartesiane danno invece una proiezione verticale del percorso solare così come sarebbe visto da un osservatore posto sulla terra. Sull'asse orizzontale si possono leggere gli azimut mentre su quello verticale le altezze solari. Anche in questo caso le traiettorie solari sono tracciate al ventunesimo giorno di ogni mese (Figura 3.10).

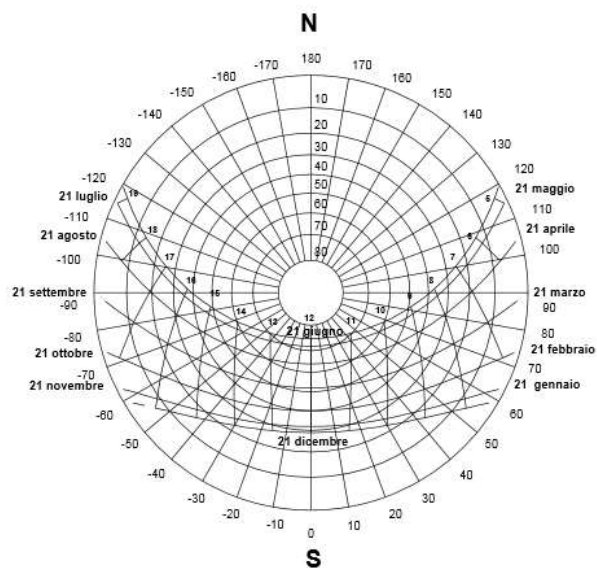


Figura 3.9: Diagramma dei percorsi solari in coordinate polari ( $\varphi = 38^\circ$ ).

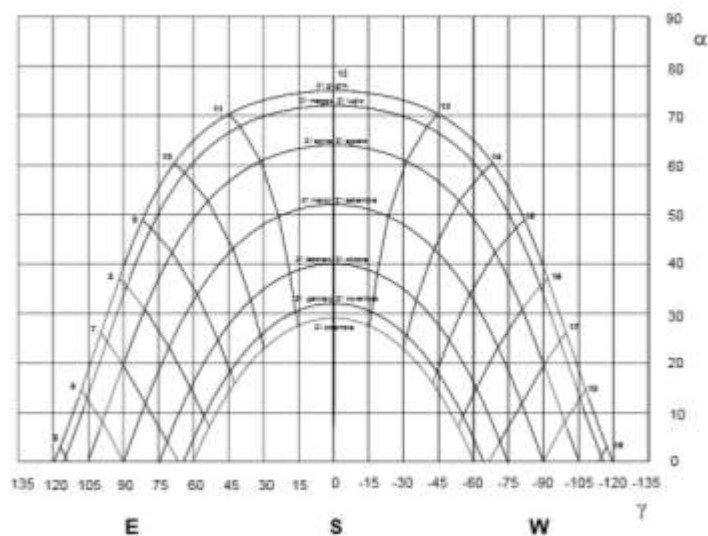


Figura 3.10: Diagramma dei percorsi solari in coordinate cartesiane ( $\varphi = 38^\circ$ ).

## Bibliografia

- [1] E. Segrè, “Personaggi e scoperte della fisica”, Oscar Saggi Mondadori.
- [2] E. Bellone, “Dal carico alla conservazione dell’energia”, Storia della scienza vol.3 p.239 Gruppo Editoriale L’Espresso.
- [3] G. Parodi, M. Ostili, G. Mochi Onori, “L’evoluzione della fisica”, vol.2 p.278, Paravia
- [4] Y.Cengel “Heat Transfer: A Practical Approach”, McGraw-Hill International Edition, (1998).
- [5] R.Mastrullo, P.Mazzei, V.Naso, R.Vanoli, “Fondamenti di trasmissione del calore”, volume primo, Liguori Editore, (1991).
- [6] O.Manca, V.Naso “Complementi di Trasmissione del Calore”, E.DI.SU. NA, (1994).
- [7] A.Bejan “Convection Heat Transfer”, John Wiley&Sons, 2nd Edition, (1995).
- [8] <https://anniluce.wordpress.com/2012/01/13/viaggio-attraverso-lo-spettro-elettromagnetico>



## **CAPITOLO 4**

### **CENNI SULLA CFD**

## 4.1 Introduzione alla C.F.D. e cenni storici

La Fluidodinamica Computazionale [1], nota alla comunità scientifica con l'acronimo inglese CFD (*Computational Fluid Dynamics*), è la scienza che si occupa della simulazione numerica dei problemi di fluidodinamica, per effettuare previsioni sui campi delle varie grandezze di interesse fluidodinamico. Nata nella seconda metà del secolo scorso, la CFD ha seguito il percorso evolutivo tipico delle moderne tecnologie. Tale metodologia di ricerca è stata inizialmente oggetto di indagine e sviluppo in ambito accademico e solo verso la fine degli anni '80 si è manifestato l'interesse da parte del mondo industriale. L'evoluzione e la diffusione della CFD fu inizialmente ostacolata dalle capacità di elaborazione dei calcolatori: negli anni '80 un computer Cray XMP era dotato di una capacità massima di memoria pari a 32 MB, mentre un minicomputer da tavolo non superava il MB. Negli anni '90, gli enormi cambiamenti che si verificarono nelle metodologie di modellazione, l'introduzione delle griglie non strutturate e ibride e lo sviluppo dei calcolatori, portarono a una grande crescita dello sviluppo dei codici CFD. Storicamente, i primi tentativi di risoluzione numerica di un problema risalgono al 1933 per il noto problema di un cilindro investito da un fluido. Nel 1953 S. Kawaguti ottiene la soluzione numerica di un problema con l'utilizzo di un calcolatore funzionante 20 ore alla settimana per 18 mesi. La vera svolta però si ebbe negli anni '60 con la nascita dei PC: in quegli anni, a Los Angeles, Harlow mise a punto numerosi metodi numerici e modelli fisici ancora oggi utilizzati: PIC (*Particle-in-cell*), MAC (*Marker-and-cell*), ALE (*Vorticity - streamfunction Methods Arbitrary Lagrangian Eulerian*), ed il modello k- $\epsilon$  in una delle sue prime versioni.

Negli anni '70, il gruppo di Brian Spalding all'Imperial College, nella capitale inglese, implementa gli algoritmi della famiglia SIMPLE, il modello di turbolenza k- $\epsilon$  nella versione attuale, gli schemi UPWIND e i modelli combustivi *Eddy Break Up* e *Presumed pdf*. Negli anni '80, lo sviluppo della disciplina continua ed iniziano i primi tentativi di realizzazione dei codici commerciali. Tramite le tecniche di analisi CFD è possibile migliorare i prodotti, abbattere i costi, ottimizzare l'efficienza e sondare fenomeni che altrimenti sarebbero di difficile osservabilità. I vantaggi delle analisi fluidodinamiche CFD derivano dal prevedere anticipatamente il comportamento di un prodotto ancor prima che venga realizzato, studiando il comportamento di un sistema come se fosse già in

condizione operativa; in questo si ottiene un abbattimento dei costi, talvolta alti, dovuti all'elevato numero di operazioni “make & try” (costruisci il prototipo e prova).

I settori produttivi cui la CFD si rivolge oggi, anche se vi è la tendenza ad entrare in ogni settore industriale, sono prevalentemente il settore automobilistico (Figura 4.1) ed il settore aerospaziale.

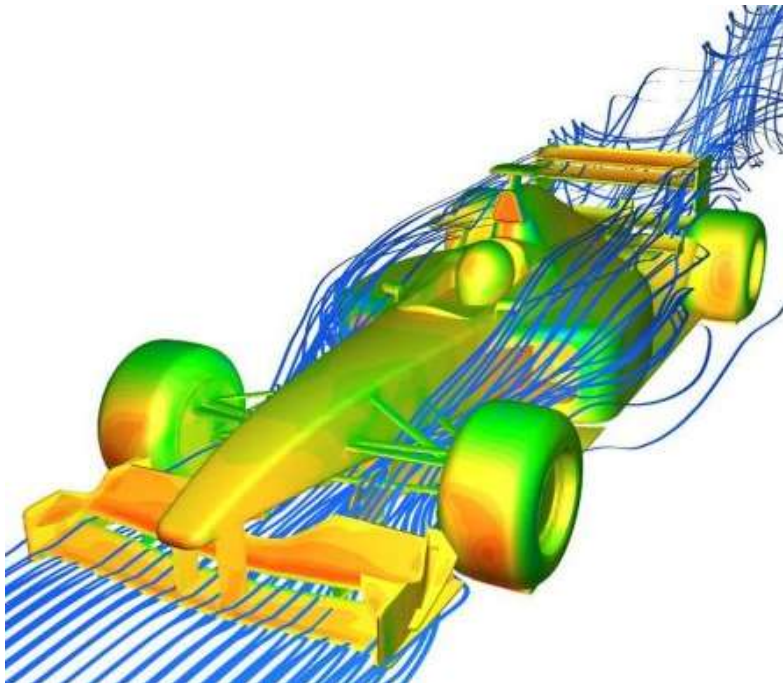


Figura 4.1: Esempio di modellazione CFD.

## 4.2 CFD (Computational Fluid Dynamics)

Il comportamento dei fluidi può essere descritto mediante tre principi fondamentali, quali:

- la conservazione della massa;
- la legge di Newton;
- la conservazione dell'energia.

Questi tre principi possono essere espressi matematicamente sotto forma di equazioni differenziali alle derivate parziali e la fluidodinamica computazionale è la scienza che determina le soluzioni numeriche delle equazioni che descrivono il comportamento dei fluidi. Per ottenere una soluzione numerica approssimata, si utilizza un metodo di discretizzazione, che approssima le equazioni differenziali con un sistema di equazioni algebriche, le quali vengono risolte con l'ausilio di un calcolatore. Le approssimazioni vengono applicate a piccoli domini dello spazio e del tempo, quindi la soluzione numerica consiste in risultati ottenuti in un dominio discreto e non continuo. Così come l'accuratezza dei dati sperimentali dipende dalla strumentazione utilizzata, l'accuratezza di una soluzione numerica dipende dalla qualità della discretizzazione effettuata (Figura 4.2).

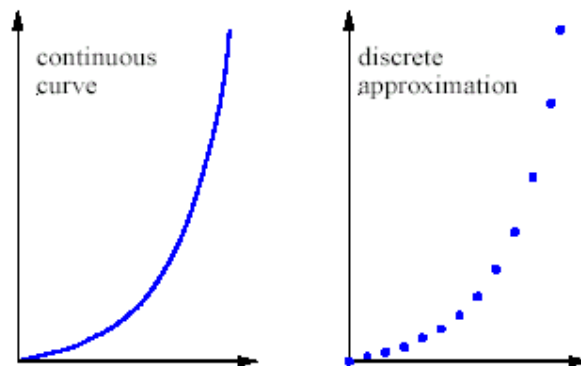


Figura 4.2: Approssimazione di una grandezza continua con una discreta.

Le equazioni che governano il moto dei fluidi newtoniani, cioè le equazioni Navier-Stokes, sono conosciute da oltre un secolo, ma possono essere risolte, usando tecniche analitiche, solo in un numero limitato di semplici casi; un altro approccio, spesso utilizzato in passato, è quello sperimentale, che ha giocato un ruolo fondamentale nella validazione delle semplificazioni apportate alle equazioni che governano il moto dei fluidi. Nonostante la grande importanza delle analisi sperimentali, essa non può essere sempre utilizzata, a causa del fatto che i costi delle variabili di un esperimento sono direttamente proporzionali al numero di prove ed al numero di configurazioni testate, quindi se si vuole analizzare in maniera esaustiva un fenomeno, i costi dell'esperimento crescono notevolmente.

### 4.3 Le principali tecniche di discretizzazione

Ci sono differenti tecniche di discretizzazione utili alla soluzione di problemi di termofluidodinamica ed ogni metodo ha i suoi vantaggi e svantaggi caratteristici, dipendenti dal particolare tipo di problema in esame. I metodi più comunemente utilizzati sono tre:

- Il metodo alle differenze finite;
- Il metodo ai volumi finiti;
- Il metodo agli elementi finiti.

Il *Metodo alle Differenze Finite* è il metodo numerico più vecchio, infatti fu introdotto da Eulero nel XVIII secolo. Le equazioni differenziali, alle derivate parziali (PDE), descrittive i fenomeni fluidodinamici, sono usualmente risolte con tecniche numeriche, a causa della loro non linearità, che rende di fatto impossibile l'integrazione analitica. L'approccio seguito col metodo delle differenze finite è essenzialmente quello di sviluppare, tramite procedimenti opportuni, una forma discretizzata delle derivate, o meglio, degli operatori differenziali che intervengono all'interno di un'equazione. La discretizzazione dell'equazione avviene per mera sostituzione dell'operatore differenziale col suo equivalente discreto.

Tale procedimento meccanico non è applicabile a domini aventi forme irregolari. Al tempo in cui furono sviluppate tali tecniche risolutive, non esistevano i computer, per cui non esisteva neanche il problema di dover rappresentare geometrie complesse, mediante griglie di calcolo (*grid o mesh*), dovendo i calcoli essere effettuati a mano e per scopi puramente accademici (Figura 4.3). Con l'avvento dei computer e con spingenti esigenze di modellare flussi complessi, fu subito chiaro che i metodi alle differenze finite, benché meccanici e, quindi, praticamente “semplici” da implementare, non erano idonei per geometrie complicate e/o *grid* di tipo non cartesiano.

La necessità di risolvere geometrie varie imponeva l'impiego di *mesh* non cartesiane. Per affrontare la soluzione numerica delle PDE tramite operatori a differenze finite, si rese indispensabile effettuare un cambiamento di coordinate (e di spazi): dallo spazio fisico si “saltava” a quello computazionale, si eseguiva il calcolo a differenze finite su griglie cartesiane, si tornava indietro nello spazio

fisico. Ad ogni cambiamento di spazio era associata una trasformazione con relativo determinante Jacobiano  $J$ .

La complicazione numerica, l'allungamento dei tempi di calcolo, le fonti di errore numerico derivanti e la lunghezza dei codici portò alla formulazione del *Metodo dei Volumi Finiti*, ovvero FVM (Finite Volume Method) [3]. Il metodo ai volumi finiti adotta un approccio di tipo integrale nella formulazione discreta di un'equazione differenziale. Il vantaggio principale del metodo ai volumi finiti è insito nella sua natura integrale: la capacità di impiegare volumi di forma arbitraria per la suddivisione del dominio fisico (Figura 4.4).

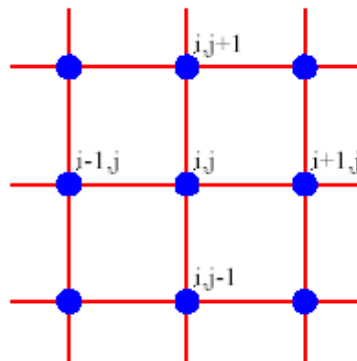


Figura 4.3: Esempio di griglia di calcolo per il Metodo alle Differenze Finite.

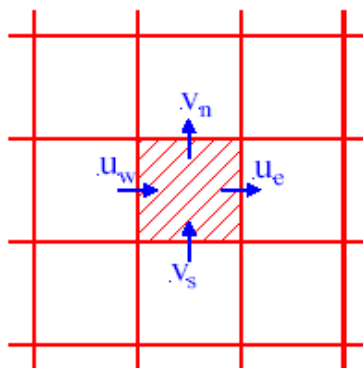


Figura 4.4: Esempio di griglia di calcolo per il metodo ai volumi finiti.

Il Metodo degli Elementi Finiti, ovvero FEM (Finite Element Method), si applica a corpi fisici suscettibili di essere suddivisi in un certo numero, anche molto grande, di elementi di forma definita e dimensioni contenute (Figura 4.5). Nel continuo, ogni singolo elemento finito viene considerato un campo di integrazione numerica di caratteristiche omogenee. La caratteristica principale del metodo degli elementi finiti è la discretizzazione attraverso la creazione di una griglia (*mesh*) composta da primitive (*elementi finiti*) di forma codificata (triangoli e quadrilateri per domini 2D, esaedri e tetraedri per domini 3D). Su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare, la soluzione del problema viene espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette *funzioni di base* o *funzioni di forma* (*shape functions*). Da notare che talora la funzione venga approssimata, non necessariamente saranno i valori esatti della funzione quelli calcolati nei punti, ma i valori che forniranno il minor errore su tutta la soluzione. L'esempio tipico è quello che fa riferimento a funzioni polinomiali, sicché la soluzione complessiva del problema viene approssimata con una funzione polinomiale a tratti. Il numero di coefficienti che identifica la soluzione su ogni elemento è dunque legato al grado del polinomio scelto. Questo, a sua volta, governa l'accuratezza della soluzione numerica trovata.

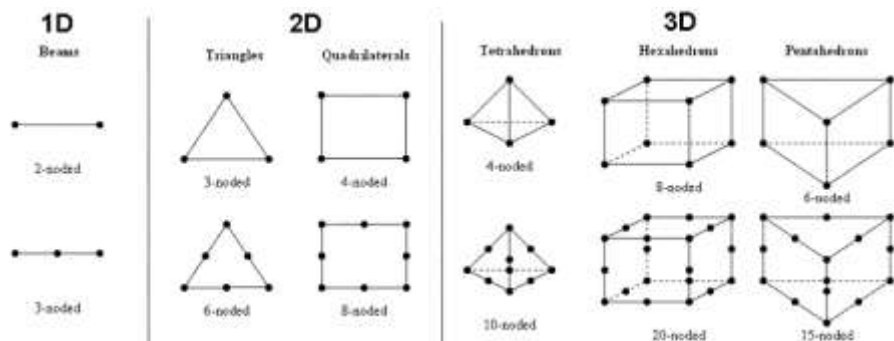


Figura 4.5: Schema di vari elementi finiti.

## 4.4 Generazione della griglia di calcolo

Il primo problema da affrontare in un modello CFD è la discretizzazione del continuo in un numero finito di elementi; questa operazione, detta di generazione della *mesh*, è estremamente critica, poiché nel dominio discreto creato verrà

risolto il problema in esame, per cui la bontà della soluzione dipende molto dalla qualità della discretizzazione.

Esistono diverse tipologie di griglia di calcolo, in questo paragrafo verranno presi in esame i tre tipi fondamentali:

- Griglia strutturata;
- Griglia strutturata a blocchi;
- Griglia non strutturata.

Le griglie regolari o strutturate (Figura 4.6) consistono in famiglie di linee, le quali non si intersecano tra loro, ma intersecano una sola volta linee di famiglie differenti; ciò permette alle linee di una data famiglia di essere numerate in modo consecutivo.

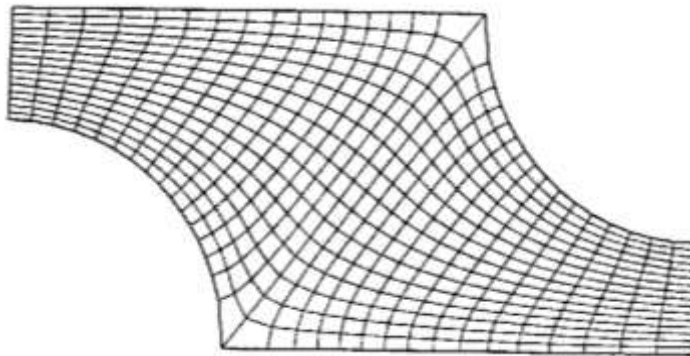


Figura 4.6: Esempio di griglia strutturata.

La posizione di ogni nodo è identificata da un set di 2 (per i casi bidimensionali) o 3 (per i casi tridimensionali) indici. Tale griglia rappresenta il caso più semplice in assoluto, poichè essa coincide, logicamente, con la griglia cartesiana. Questo tipo di griglia permette di ottenere una matrice dei coefficienti con struttura regolare, il che permette di abbreviare i tempi di calcolo. Lo svantaggio di questo tipo di griglia è costituito dal fatto che essa può essere utilizzata solo nel caso in cui venga trattata una geometria semplice; un altro svantaggio è rappresentato dal fatto che non è possibile controllare la distribuzione dei nodi. Per motivi di maggiore accuratezza potrebbe essere utile infittire la mesh in una zona particolare, ma ciò comporterebbe la



distorsione dell'intera griglia, con possibili ripercussioni sulla bontà della soluzione ottenuta.

Nelle griglie strutturate a blocchi (figura 4.7), invece, ci sono due o più livelli di divisioni del dominio. Sul livello più diradato ci sono blocchi più grossi, mentre sul livello più fitto ci sono blocchi più piccolo; molta attenzione è necessaria all'interfaccia tra i due blocchi.

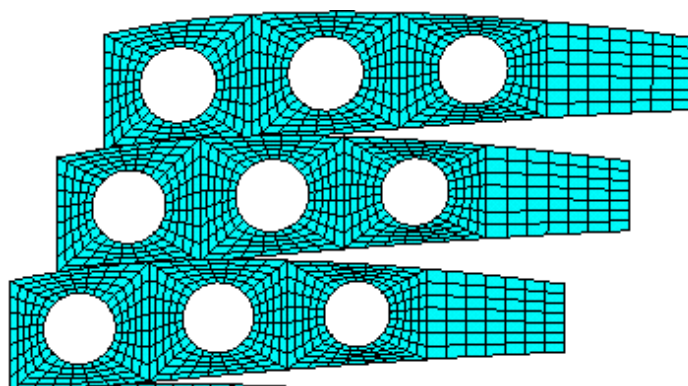


Figura 4.7: Esempio di griglia strutturata a blocchi.

Questo tipo di griglia è ben più flessibile della precedente, poiché permette di avere griglie più fitte nelle zone dove si richiede una maggiore accuratezza e, inoltre, essa ha il vantaggio di riuscire a trattare in modo soddisfacente anche geometrie complesse.

Per geometrie molto complesse, il tipo di griglia più flessibile è quello non strutturato (Figura 4.8), che è in grado di seguire un contorno con un profilo diversificato.

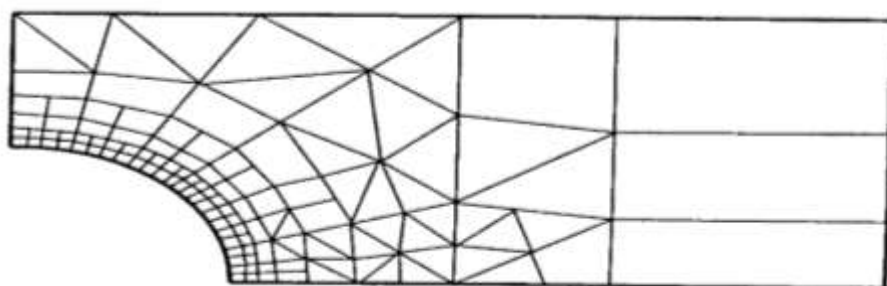


Figura 4.8: Esempio di griglia non strutturata.

Tale tipo di griglia, inizialmente, veniva utilizzata con qualsiasi tipo di schema risolutivo, ma poi si è sperimentato che essa assicura i migliori risultati quando viene utilizzato il metodo ai volumi finiti, o il metodo agli elementi finiti. Gli elementi o i volumi di controllo possono avere qualsiasi forma ed esistono numerosi algoritmi in grado di generare automaticamente questo tipo di griglia. Il vantaggio principale delle griglie non strutturate sta nel fatto che esse sono estremamente flessibili e adattabili a qualsiasi tipo di geometria. Lo svantaggio principale è, invece, rappresentato dal fatto che la matrice dei coefficienti del sistema di equazioni da risolvere è irregolare, per cui è necessario molto tempo per giungere alla soluzione, rispetto ad una griglia strutturata.

## 4.5 Proprietà di una soluzione numerica

Una soluzione numerica, per essere adeguata, deve rispettare determinate proprietà. Spesso i “contours” ricchi di colore fanno una gran bella impressione all’utente poco esperto, ma, in realtà, non hanno valore se non sono quantitativamente corretti, ecco perché è necessario controllare i risultati di una soluzione in modo molto critico. Per capire se una soluzione è corretta, bisogna verificare se essa rispetta le seguenti proprietà:

- Consistenza;
- Stabilità;
- Convergenza.

Se una di queste tre proprietà non viene rispettata, la soluzione non è corretta, ma se anche qualora venissero rispettate, non è implicito che la soluzione numerica del problema in esame sia corretta; usando il linguaggio della matematica possiamo dire che il rispetto delle suddette proprietà è una condizione necessaria, ma non sufficiente per la correttezza della soluzione. Infatti, alle tre proprietà suddette vanno aggiunte considerazioni di tipo fisico, per validare una soluzione numerica.

La *consistenza* è verificata se all’infittirsi della griglia di calcolo la soluzione numerica tende alla soluzione analitica. Teoricamente, se la griglia di calcolo fosse così fitta, tanto da essere continua, la soluzione numerica e quella analitica dovrebbero essere coincidenti. La differenza tra l’equazione discretizzata e

quella esatta è chiamata *errore di troncamento*: esso viene usualmente stimato sostituendo i valori nodali della soluzione approssimata con uno sviluppo in serie di Taylor; come risultato si ottiene l'equazione di partenza più un resto che rappresenta proprio l'errore di troncamento. Affinché un metodo sia consistente, l'errore di troncamento deve tendere a zero quando tende a zero il passo di discretizzazione nello spazio e nel tempo. L'errore di troncamento è proporzionale ad una potenza del passo spaziale e temporale. Idealmente tutti i termini dovrebbero essere discretizzati con approssimazioni dello stesso ordine di accuratezza; comunque alcuni termini possono essere dominanti e può essere ragionevole trattarli con un'accuratezza maggiore rispetto agli altri.

Per quanto riguarda la *stabilità*, essa è raggiunta quando la soluzione numerica non amplifica gli errori del processo numerico di risoluzione. Per i metodi iterativi, una soluzione è stabile quando essa non diverge. La stabilità è difficile da studiare, specialmente quando sono presenti non linearità e condizioni al contorno.

La *convergenza*, invece, è la proprietà di una soluzione numerica di tendere alla soluzione esatta quando gli spazi della griglia di calcolo tendono a zero. Per problemi lineari ai valori iniziali, il “Teorema dell'equivalenza di Lax” afferma che: *“Dato un problema ai valori iniziali ben posto ed una finita approssimazione di esso, che soddisfa la condizione di consistenza, allora la stabilità è una condizione necessaria e sufficiente a garantire la convergenza”*.

Come già detto, il rispetto della consistenza, della stabilità e della convergenza è solo una condizione necessaria e non sufficiente alla validazione del modello numerico, in quanto non si può prescindere da considerazioni di tipo fisico sul problema in esame. L'utilizzo di osservazioni di tipo fisico è ottimale soprattutto per metodi quali quello ai volumi finiti, così è possibile verificare su ogni volume o sull'intero dominio le seguenti proprietà:

- Conservation;
- Boundedness;
- Transportiveness.

Poiché le equazioni da risolvere sono leggi di conservazione, lo schema numerico dovrebbe anche, sia su base locale che globale, rispettare queste

leggi. Ciò significa che, in regime stazionario e in assenza di generazione, l'ammontare di una quantità "che si conserva" uscente da un volume chiuso è uguale alla quantità entrante dallo stesso. Quanto detto deve essere garantito sia per un volume elementare, sia considerando l'intero dominio. Questa proprietà del metodo ai volumi finiti è di grande importanza, poiché impone un vincolo sull'errore della soluzione. Una soluzione numerica dovrebbe trovarsi entro corretti limiti, ergo quantità non negative come la massa e la densità devono essere sempre positive, oppure quantità come le concentrazioni devono essere sempre comprese tra lo 0% ed il 100%. Questa proprietà è chiamata "*boundedness*" e deve essere sempre mantenuta dalla soluzione numerica.

Infine, bisogna osservare che tutti i fluidi contengano effetti legati alla diffusione e alla convezione. Nei fenomeni diffusivi, come ad esempio la conduzione termica, una variazione di temperatura in un punto provoca una variazione della stessa più o meno uguale in tutte le direzioni; invece, in un fenomeno convettivo c'è direzionalità, per cui le variazioni che si ottengono in una direzione non sono confrontabili con quelle che si ottengono lungo un'altra direzione. La proprietà detta di "*transportiveness*" tiene conto della direzionalità o meno del fenomeno in esame.

È importante sottolineare che la soluzione numerica di un problema termofluidodinamico o, più in generale, di un qualsiasi problema fisico, rappresenta una soluzione approssimata; ciò implica che è sempre intrinsecamente presente un errore associato a tale soluzione, definito come differenza tra il valore reale della grandezza in esame e la sua stima numerica. Questo errore è scomponibile in due addendi, uno di origine modellistica e uno di origine numerica.

Il processo di controllo dell'errore di modellazione è la validazione (*validation*) e deve necessariamente essere preceduta dalla fase di verifica (*verification*), finalizzata al controllo dell'errore di origine numerica.

L' errore di modellazione deriva dalla scelta delle equazioni descrittive della fenomenologia in esame (equazioni differenziali, cioè formulazione del problema matematico) che possono essere più o meno idonee alla rappresentazione della specifica realtà fisica. La componente numerica dell'errore comprende gli effetti di diverse sorgenti di errore:

- Errore di convergenza, che deriva dalla linearizzazione delle equazioni differenziali che, in applicazioni CFD, sono intrinsecamente non lineari; conseguentemente la soluzione viene calcolata iterativamente, come correzione successiva di una soluzione con cui il campo delle diverse variabili viene linearizzato;
- Errore di *round-off*, che discende dal fatto che il calcolatore riserva, per la rappresentazione delle grandezze numeriche, allocazioni di memoria di dimensione ovviamente finita;
- Errore di discretizzazione, che deriva dal fatto che le equazioni differenziali, definite su un dominio continuo, vengono rappresentate in forma discreta, nel dominio del tempo e dello spazio.

È importante essere consapevoli dell'esistenza di tali errori e sarebbe molto utile distinguerli l'uno dall'altro.

Nell'ambito dei codici CFD, se il solutore numerico è ben progettato, l'errore di discretizzazione rappresenta solitamente la componente di gran lunga predominante dell'errore di origine numerica e dipende dalla *mesh* e dal *time step* utilizzati.

## 4.6 Il Metodo ai volumi finiti

Vediamo adesso nel dettaglio il metodo che adopereremo per svolgere la nostra analisi numerica.

L'equazione di bilancio di una generica proprietà  $\Gamma$ , lungo la direzione  $x$ , nell'ipotesi di flusso stazionario e assenza di generazione, può essere scritta come:

$$\frac{d(\rho u \Phi)}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\Phi}{dx} \right) \quad (4.1)$$

dove  $\Phi$  è la diffusività termica.

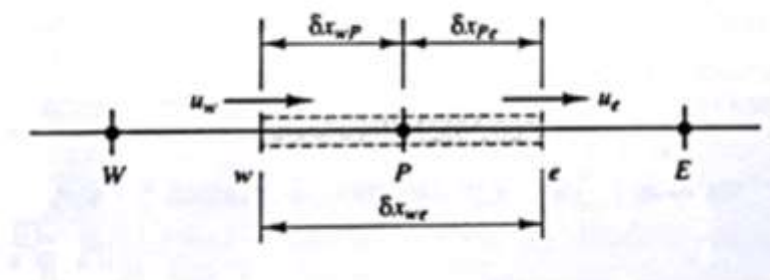


Figura 4.9: Volume finito elementare.

È ovvio che anche l'equazione della continuità deve essere soddisfatta, per cui si ottiene:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \quad (4.2)$$

Se si considera il volume monodimensionale riportato nella Figura 4.9, è possibile scrivere l'equazione di bilancio sul contorno del volume, ottenendo:

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = \left( \Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_w \quad (4.3)$$

A questo punto, è necessario valutare le derivate presenti nell'equazione suddetta, per fare ciò viene adottato il cosiddetto “*central differencing scheme*”, che rappresenta la metodologia più semplice e conduce ad un'approssimazione di tipo lineare.

Tale metodo non è di uso pratico, ma ha un grosso significato concettuale, esso è derivato da uno sviluppo in serie Taylor arrestato al primo ordine e per ottenere delle approssimazioni migliori è possibile arrestare la serie a termini di ordine maggiore. Applicando il “*central differencing scheme*” si ottiene:

$$\frac{d\Phi}{dx} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\delta_{12}} \quad (4.4)$$

da cui sostituendo si ottiene:

$$(\rho u A \Phi)_e - (\rho u A \Phi)_w = \left( \Gamma_e A_e \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\delta_{EP}} \right) - \left( \Gamma_w A_w \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\delta_{PW}} \right) \quad (4.5)$$

Tale equazione rappresenta l'equazione di bilancio della generica proprietà  $\Gamma$  approssimata con il metodo dei volumi finiti.

È importante sottolineare che i termini contenenti le derivate sono calcolati sui nodi, invece per i termini convettivi viene fatto un semplice bilancio sul contorno tra le quantità entranti e quelle uscenti. È conveniente definire due variabili  $F$  e  $D$  per rappresentare il flusso convettivo di massa per unità di area e la conduttanza diffusiva sulle facce della cella:

$$F = \rho u, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_x}$$

per cui i valori sono:

$$F_w = (\rho u)_w, \quad F_e = (\rho u)_e,$$

$$D_w = \frac{\Gamma}{\delta_{WP}}, \quad D_e = \frac{\Gamma}{\delta_{PE}}$$

Assumendo che  $A = A_e = A_w$ , allora l'equazione può essere scritta come:

$$F_e \Phi_e - F_w \Phi_w = D_e (\Phi_E - \Phi_P) - D_w (\Phi_P - \Phi_W) \quad (4.6)$$

Se si assume che il campo di velocità sia noto “in qualche modo”, possiamo risolvere tale equazione, pertanto dobbiamo calcolare i valori di  $\Gamma$  sulla faccia “e” e su quella “w”. Dato che è stato usato il “*central differencing scheme*” per approssimare i termini diffusivi, è naturale e logico usare lo stesso metodo per calcolare i termini convettivi, quindi si ha:

$$\Phi_e = \frac{\Phi_E + \Phi_P}{2}, \quad \Phi_w = \frac{\Phi_W + \Phi_P}{2}$$

Sostituendo le suddette unità nell'equazione, si ottiene:

$$\frac{F_e}{2} (\Phi_E + \Phi_P) - \frac{F_w}{2} (\Phi_W + \Phi_P) = D_e (\Phi_E - \Phi_P) - D_w (\Phi_P - \Phi_W) \quad (4.7)$$

Effettuando delle sostituzioni, l'equazione può essere riscritta come:

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E$$

dove:

$$\begin{cases} a_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w) \end{cases}$$

L'equazione (4.7) rappresenta *l'approssimazione ai volumi finiti di un bilancio convettivo e diffusivo in regime stazionario*. Rimuovendo quest'ipotesi, otteniamo un problema funzione del tempo, che ovviamente, è più complesso.

Per un **problema transitorio**, l'equazione iniziale diventa:

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) \quad (4.8)$$

integrando l'equazione (4.8) sul volume di controllo e nel dominio del tempo si ottiene:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho \frac{\partial\Phi}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho \frac{\partial(u\Phi)}{\partial x} dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) dV dt \quad (4.9)$$

Dato che in questo caso viene considerato un volume monodimensionale, l'integrale esteso al volume può essere sostituito da un'integrazione tra "e" e "w", ottenendo quindi:

$$\int_w^e \left( \int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial\Phi}{\partial t} dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_w^e \rho \frac{\partial(u\Phi)}{\partial x} dV \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_w^e \rho \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) dV \right) dt \quad (4.10)$$

dove:



$$dV = A\Delta x$$

quindi, sostituendo nell'equazione suddetta, si ha:

$$\int_w^e \left( \int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} [(\rho u A \Phi)_e - (\rho u A \Phi)_w] dt = \int_t^{t+\Delta t} \Gamma A \left[ \frac{\Phi_P + \Phi_E}{\delta_{EP}} - \frac{\Phi_P + \Phi_W}{\delta_{PW}} \right] dt$$

Il primo integrale al primo termine può essere valutato nel modo seguente:

$$\int_e^w \left[ \int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \right] A dx = \rho(\phi^{t+\Delta t} - \phi^t) A \Delta x$$

per valutare invece gli altri integrali nel tempo, può essere introdotto un parametro di peso  $\theta$ , compreso tra 0 e 1, per cui riscrivendo l'integrale  $I_t$  rispetto al tempo della generica proprietà  $\phi$ , si ottiene:

$$I_t = \int_t^{t+\Delta t} \phi dt = (\theta \phi^{t+\Delta t} + (1-\theta) \phi^t) \Delta t$$

quindi integrando l'equazione nel tempo, si ottiene:

$$\begin{aligned} & \rho(\phi^{t+\Delta t} - \phi^t) A \Delta x + A \Delta t \left( \theta ((\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w)^{t+\Delta t} + (1-\theta) ((\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w)^t \right) = \\ & = A \Delta t \left( \theta \left( \Gamma \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{EP}} - \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{PW}} \right) \right)^{t+\Delta t} + (1-\theta) \left( \Gamma \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{EP}} - \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{PW}} \right) \right)^t \right) \end{aligned}$$

facendo alcune semplificazioni, si ottiene:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} (\phi^{t+\Delta t} - \phi^t) + \theta ((\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w)^{t+\Delta t} + (1-\theta) ((\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w)^t = \\ & = \theta \left( \Gamma \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{EP}} - \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{PW}} \right) \right)^{t+\Delta t} + (1-\theta) \left( \Gamma \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{EP}} - \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{PW}} \right) \right)^t \end{aligned} \quad (4.11)$$

L'equazione (4.11) è una funzione di  $\theta$ , per cui ci sono tre possibilità:

- $\vartheta = 0$ : il metodo è definito *esplicito* poiché le equazioni sono riferite al tempo  $t$ ;
- $0 < \vartheta < 1$ : il metodo è definito *implicito* poiché le equazioni sono riferite al tempo  $t+\Delta t$ ;
- $\vartheta = 1$ : il metodo è definito *completamente implicito* poiché le equazioni sono riferite al tempo  $t+\Delta t$ ;

L'equazione può essere riscritta in una formula più utile ottenendo quindi:

$$\left( \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \theta \frac{f_e}{2} - \theta \frac{f_w}{2} + 2\theta d \right) \phi_P^{t+\Delta t} = \left( d - \frac{f_e}{2} \right) \left[ \theta \phi_E^{t+\Delta t} + (1-\theta) \phi_E^t \right] +$$

$$+ \left( d + \frac{f_w}{2} \right) \left[ \theta \phi_W^{t+\Delta t} + (1-\theta) \phi_W^t \right] + \phi_P^t \left[ \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + (1-\theta) \left( \frac{f_w}{2} - \frac{f_e}{2} - 2d \right) \right]$$

dove:

$$f = \rho u \text{ e } d = \frac{\Gamma}{\delta}$$

Al fine di rispettare i cosiddetti requisiti di “*boundedness*”, tutti i coefficienti dell'equazione discretizzata devono avere lo stesso segno al fine di rispettare l'equazione di bilancio. Tale equazione può essere facilmente particolarizzata per il metodo esplicito e quello implicito, sostituendo, rispettivamente,  $\vartheta$  con 1 oppure 0. Per il metodo esplicito si ottiene, quindi:

$$\rho \frac{\Delta x}{\Delta t} \phi_P^{t+\Delta t} = \left( d - \frac{f_e}{2} \right) \phi_E^t + \left( d + \frac{f_w}{2} \right) \phi_W^t + \left( \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{f_w}{2} - \frac{f_e}{2} - 2d \right) \phi_P^t$$

Per rispettare i requisiti di “*boundedness*”, bisogna porre:

$$d - \frac{f_e}{2} > 0 \Rightarrow d > \frac{f_e}{2}$$

e

$$\rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{f_w}{2} - \frac{f_e}{2} - 2d > 0 \Rightarrow \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{f_w}{2} > \frac{f_e}{2} + 2d$$

che sono le condizioni da rispettare per il metodo implicito; invece per il metodo implicito ( $\vartheta = 0$ ), si ottiene:

$$\left( \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{f_e}{2} - \frac{f_w}{2} + 2d \right) \phi_P^{t+\Delta t} = \left( d - \frac{f_e}{2} \right) \phi_E^{t+\Delta t} + \left( d + \frac{f_w}{2} \right) \phi_W^{t+\Delta t} + \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} \phi_P^t$$

In questo caso per rispettare i requisiti di “boundedness”, bisogna porre:

$$\rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{f_e}{2} - \frac{f_w}{2} + 2d > 0 \Rightarrow \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{f_e}{2} + 2d > \frac{f_w}{2}$$

e

$$d - \frac{f_e}{2} > 0 \Rightarrow d > \frac{f_e}{2}$$

## 4.7 Soluzione di un problema utilizzando tecniche CFD

I software che trattano CFD sono strutturati attorno ad algoritmi in grado di risolvere problemi di tipo termofluidodinamico. Al fine di riuscire a sfruttare nel modo più semplice possibile tutta la potenza offerta da questi robusti codici, oggi vengono implementate delle interfacce grafiche molto sofisticate per permettere l’input dei dati e l’analisi dei risultati.

Tutti i codici commerciali sono composti dai seguenti tre sotto- programmi:

- pre-processor;
- solver;
- post-processor.

Ad ognuno di questi tre sotto-programmi corrisponde una fase di costruzione del modello da analizzare.

La fase di *pre-processing* consiste nella schematizzazione del problema fisico in un problema di CFD, il tutto attraverso un'interfaccia grafica che permette di realizzare un modello leggibile dal "solver". I passi da eseguire nella fase di pre-processing sono:

- definizione della geometria, ergo creazione del dominio computazionale;
- generazione della griglia di calcolo (*meshing*);
- definizione delle proprietà del fluido e dei materiali;
- scelta del modello fisico-chimico da seguire (turbolento, laminare, ecc.);
- assegnazione delle condizioni al contorno.

Uno dei passi più critici è la creazione della griglia di calcolo, poiché essa condiziona l'intero processo risolutivo del problema in esame. La griglia o *mesh* può essere generata manualmente, specificando il numero di suddivisioni da effettuare, ma ci sono anche alcuni pre-processor in grado di generare in modo autonomo delle griglie di calcolo. Essi utilizzano dei particolari algoritmi che li rendono in grado di riconoscere zone critiche, cioè dove una griglia di calcolo più fitta è necessaria.

Gli algoritmi in grado di generare automaticamente la mesh, rappresentano una nuova sfida per i software numerici e sono uno dei campi di ricerca più attivi nella matematica applicata.

La maggior parte della fase di pre-processing può essere realizzata all'interno di un sistema CAD, se compatibile ed integrabile con il solutore: ciò risulta uno degli obiettivi principali dell'integrazione dei sistemi CAE. Bisogna sottolineare che oltre il 50% del tempo speso su di un progetto CFD in ambito industriale è utilizzato per definire il dominio geometrico e generare la mesh.

Il *solutore* varia a seconda del metodo di discretizzazione utilizzato (FVM, FEM, FDM). Nel solutore, solitamente, l'utente definisce le condizioni al contorno, il metodo di soluzione (i.e. stazionario o transitorio), il valore dei residui e tutto ciò che è collegato al processo risolutivo.

La fase di *post-processing*, invece, riguarda la presentazione dei risultati, che, forse, può essere considerato il momento più importante. I software CFD sono dotati di efficaci tools di visualizzazione dei risultati, questi solitamente includono:

- possibilità di visualizzare il dominio e la griglia di calcolo;
- possibilità di realizzare diagrammi vettoriali;
- possibilità di visualizzare mappe colorate;
- possibilità di realizzare diagrammi cartesiani;
- possibilità di realizzare il particle tracking.

Attualmente, ci sono software che offrono anche la possibilità di effettuare animazioni per visualizzare risultati dinamici e tutti i codici sono in grado di esportare i dati in formato alfanumerico in modo da permetterne il trattamento con programmi esterni. Così come in molte altre aree dei sistemi CAE, le capacità grafiche della CFD hanno rivoluzionato il modo di comunicare le idee ai non specialisti.

## 4.8 I codici FLUENT e GAMBIT.

Il software FLUENT [4] è un codice CFD, del tipo general purpose, cioè in grado di descrivere una vasta gamma di casi mediante tecniche di discretizzazione delle equazioni di Navier- Stokes.

La caratteristica rilevante del programma è la possibilità di descrivere qualunque campo di moto, sia esso bidimensionale o tridimensionale, fornendo dei risultati che sono messi a disposizione raramente dai modelli analitici noti.

FLUENT (Figura 4.10) è formulato in linguaggio di programmazione C e ne sfrutta al massimo le potenzialità. Inoltre, è in grado di funzionare contemporaneamente ad altre applicazioni, rendendo più fruibile il suo utilizzo. Può essere sfruttato per flussi comprimibili e incompressibili, analisi stazionarie ed non stazionarie, flussi laminari e turbolenti, fluidi newtoniani e non, convezione, irraggiamento, conduzione e molti altri casi: ciò ha fatto sì che questo software fosse utilizzato in campo aerospaziale, automobilistico, architettonico e nella trasmissione del calore. La struttura dei codici di calcolo CFD prevede, di solito, un programma di modellazione bidimensionale e tridimensionale, per effettuare la fase di *preprocessing*, e un solutore, che effettua la fase di *postprocessing*, ossia consente di effettuare l'analisi dei risultati.

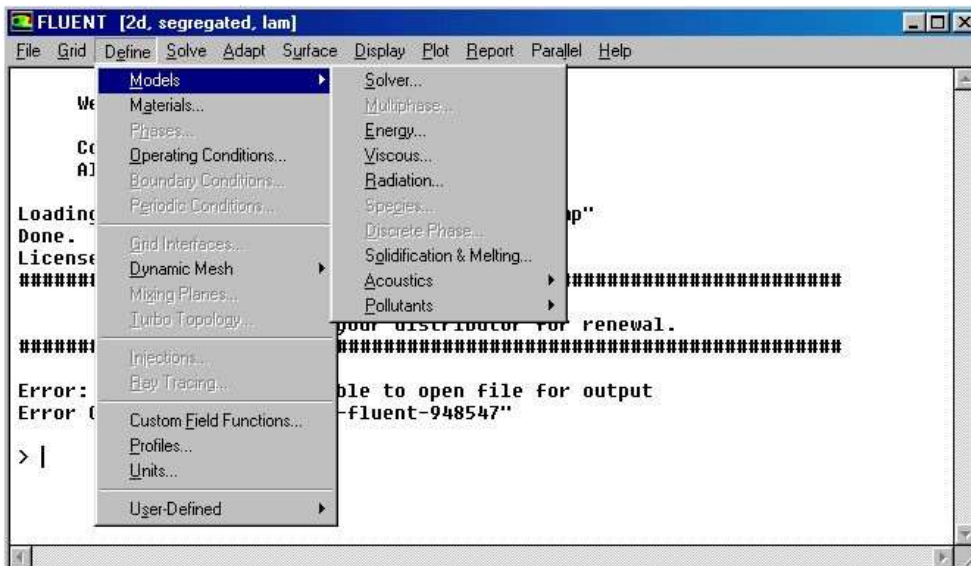


Figura 4.10: Programma FLUENT.

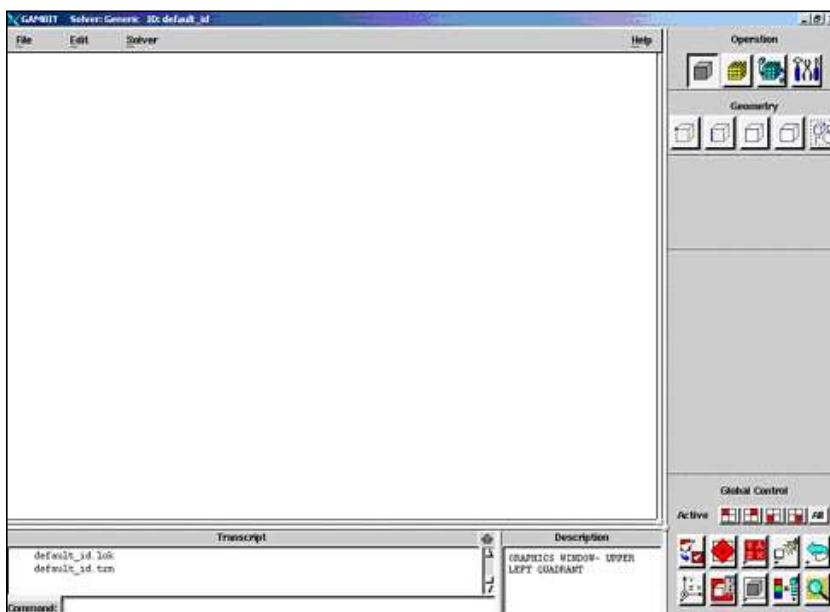


Figura 4.11: Programma GAMBIT per il meshing.

La fase di *preprocessing* consiste nella formulazione di un modello discreto costituito da una mesh, cioè una griglia di tanti elementi che approssima la

geometria reale. Il programma in uso per questa fase è il GAMBIT [5] (Figura 4.11), da cui è possibile esportare la mesh senza operazioni intermedie: presenta completa flessibilità nella realizzazione della mesh, cioè di una griglia che serve a risolvere le equazioni utilizzando il metodo ai volumi finiti. È possibile realizzare con esso griglie triangolari e quadrilatere in 2D e tetraedriche, esaedriche, piramidali e altre in 3D.

Il metodo di analisi utilizzato da FLUENT è quello ai volumi finiti; è importante ricordare che questo metodo è affetto da errori essenzialmente indipendenti dalla necessità di approssimare il comportamento di un sistema continuo con un modello discreto, con un errore derivante dal grado di affinamento della mesh nelle zone più critiche laddove i gradienti delle grandezze studiate sono maggiori.

Una differenza importante è però costituita dalla dipendenza che i risultati hanno dalla strategia di convergenza impostata e anche dal livello di convergenza assunto come accettabile. Nei volumi finiti il sistema di equazioni viene risolto cercando di approssimare il vettore soluzione del problema per via iterativa e non invertendo la matrice di rigidità della struttura, come avviene invece nel metodo degli elementi finiti. Appare quindi evidente che la soluzione dipende strettamente dal numero delle iterazioni che vengono effettuate e dal criterio che viene stabilito per assumere la soluzione convergente, perché il vettore delle incognite all'iterazione  $k$  è solo un vettore di prova con il quale si tenta di individuare una possibile soluzione, minimizzando gli scarti rispetto alla soluzione esatta. La definizione di un criterio di convergenza, inteso come il rapporto tra il valore assunto da una variabile nell'iterazione corrente ed il valore che essa aveva nelle prime iterazioni, è del tutto arbitraria.

Un ruolo non secondario viene svolto dal coefficiente di rilassamento, la cui definizione è indispensabile per la convergenza della soluzione ed il suo valore è sempre inferiore all'unità.

Il prossimo passo è selezionare la formulazione di risolutore (soluzione intransitoria o transitoria) e scegliere le equazioni di base per la soluzione, come laminare o turbolento, modelli di trasferimento di calore, ecc.

In Fluent, poi, è possibile introdurre anche il criterio di convergenza e controllare i valori rimanenti per la soluzione convergente, scrivendo e plottando il numero di iterazioni per passo di tempo.

Tutte le funzioni richieste per elaborare una soluzione e visualizzare i risultati sono accessibili attraverso un menù che funge da interfaccia grafica.

I principali elementi del pacchetto FLUENT sono:

- FLUENT, il risolutore;
- filtri che permettono di importare geometrie disegnate con sistemi CAD/CAE come ANSYS, I-DEAS, NASTRAN, PATRAN e altri;
- GAMBIT, il programma grazie al quale si modella la geometria e si genera la mesh. Questo software è stato realizzato per aiutare gli analisti e i designer a realizzare i modelli e le mesh per effettuare gli studi termofluidodinamici.

Una volta che il modello è stato letto da FLUENT, tutte le operazioni proseguono sfruttando il risolutore.

Per meglio comprendere come dovrà presentarsi la mesh in prossimità della parete si guardi la seguente Figura 4.12: si nota che il sottostrato laminare è molto sottile, tuttavia è necessario che alcuni nodi della griglia ricadano all'interno di esso per poter valutare gli effetti dovuti ai promotori.

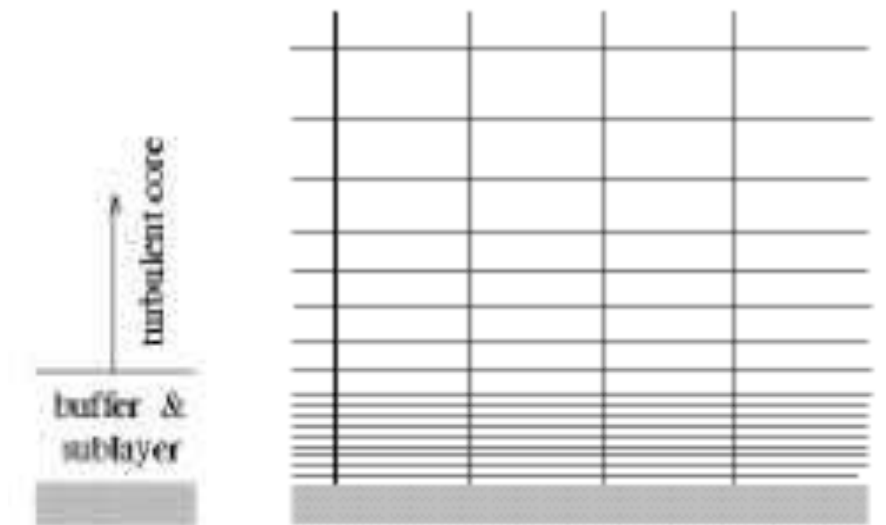


Figura 4.12: Zona di strato limite.

L'utilizzo della mesh strutturata permette di poter soddisfare la richiesta scegliendo un numero di nodi opportuno.



## 4.9 Scelta del modello di turbolenza

I flussi turbolenti sono caratterizzati da campi di velocità fluttuanti. Tali fluttuazioni trasportano: quantità di moto, energia e concentrazione di specie. Le fluttuazioni possono essere caratterizzate da piccole o da elevate scale, pertanto sarebbe troppo costoso, in termini computazionali, simularle direttamente. Nelle applicazioni ingegneristiche, invece, si cerca di mediare le equazioni di bilancio istantanee nel tempo, oppure si cerca di rimuovere le scale più piccole, arrivando a scrivere un set di equazioni che sono “meno costose” da risolvere.

Tuttavia, il sistema di equazioni contiene delle variabili incognite, si dice che “il problema non è chiuso”, pertanto si ricorre ai *modelli di turbolenza* per valutare queste incognite in funzione di quantità note.

Fluent permette di scegliere tra diversi modelli di turbolenza, tra i quali quelli che considereremo sono:

- Standard k- $\epsilon$  model;
- Renormalization-group (RNG) k- $\epsilon$  model;
- K- $\omega$  model;
- Shear Stress Transport (SST) k- $\omega$  model.

Tuttavia, l'assenza di unico modello di turbolenza idoneo a qualunque tipo di analisi, crea problemi. La scelta del modello di turbolenza dipenderà:

- dalle condizioni fisiche del flusso esaminato;
- dai lavori precedenti inerenti al problema analizzato;
- dal livello di accuratezza richiesto;
- dalle risorse computazionali disponibili;
- dalla disponibilità di tempo per la simulazione.

Per fare la scelta più appropriata è necessario valutare attentamente i punti precedenti.

Va detto che è impossibile stabilire categoricamente quale modello è migliore per una specifica applicazione, conviene pertanto seguire le linee guida generali per effettuare la scelta più opportuna. Nel caso in esame, per le caratteristiche del fluido, grazie a studi pregressi, si utilizzerà il modello Standard k- $\epsilon$  model.

Di seguito si riportano i principali modelli di interesse.

#### 4.9.1 Standard k-ε Model

I modelli di turbolenza più semplici sono costituiti da due equazioni, nelle quali la soluzione di due equazioni del trasporto separate permette di determinare indipendentemente la velocità turbolenta e la lunghezza di scala.

Il k-ε standard in Fluent rientra in questa classe di modelli di turbolenza ed è il modello più utilizzato in ambito ingegneristico, ma anche il più vecchio, fu proposto da Launder e Spalding nel 1970. Consistenza, economicità e ragionevole accuratezza per un ampio range di flussi turbolenti giustificano la sua popolarità nelle simulazioni dei fluidi industriali e dei meccanismi di scambio termico. Si tratta di un modello semiempirico, le equazioni che lo caratterizzano derivano da osservazioni fenomenologiche e previsioni empiriche.

I punti di forza e debolezza del k-ε sono ben noti, pertanto il modello iniziale è stato migliorato con l'RNG k-ε model (non riportato in quanto non di nostro interesse).

L'equazione del trasporto per l'energia cinetica turbolenta,  $k$ , deriva dalla equazione del momento della quantità di moto, mentre l'equazione per l'energia termica turbolenta dissipata,  $\varepsilon$ , fu ottenuta sulla base di considerazioni fisiche e somiglia leggermente all'equazione di bilancio dell'energia. Nel derivare il k-ε model si ritiene che il flusso sia completamente turbolento, e gli effetti della viscosità molecolare risultano essere trascurabili, quindi *lo standard k-ε model vale solo per flussi completamente turbolenti*.

Si riportano di seguito le equazioni che caratterizzano questo modello. L'energia cinetica turbolenta,  $k$ , e l'energia termica turbolenta dissipata,  $\varepsilon$ , si ottengono dalle seguenti relazioni:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + (G_k + G_b) - \rho \varepsilon - Y_M + S_\varepsilon \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (4.13)$$

con:

- $G_k$ : rappresenta la generazione di energia cinetica turbolenta dovuta al gradiente di velocità media;
- $G_b$ : è la generazione di energia cinetica turbolenta dovuta al galleggiamento;
- $Y_M$ : rappresenta il contributo all'aumento delle fluttuazioni dovuta all'intera energia termica turbolenta dissipata;
- $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$ : sono costanti;
- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$ : sono i numeri di Prandtl turbolenti per  $k$  ed  $\varepsilon$ , rispettivamente.
- $S_k$  e  $S_\varepsilon$ : sono termini di generazione definibili attraverso una user-defined.

## 4.9.2 Standard k- $\omega$ Model

Lo Standard k- $\omega$  model in Fluent si basa sul modello di Wilcox, che include alcune modifiche per tenere conto degli effetti dovuti ai bassi numeri di Reynolds, alla comprimibilità ed agli sforzi nei fluidi in espansione. Il modello di Wilcox fornisce risultati che sono in buon accordo con le misurazioni fatte per scie, mescolamento di strati limite, flussi su piani e getti radiali ed è applicabile sia in prossimità della parete che nella zona di core.

Il k- $\omega$  standard è un modello empirico basato sulla equazione di bilancio della energia cinetica turbolenta,  $k$ , e dell'energia specifica termica turbolenta dissipata,  $\omega$ , che può anche essere vista come  $\varepsilon/k$ .

Tuttavia, il modello k- $\omega$  è stato modificato nel corso degli anni: un termine di produzione è stato aggiunto sia nell'equazione di  $k$  che di  $\omega$  per migliorare l'accuratezza e per prevedere il comportamento nella zona di core.

Le equazioni di riferimento per questo modello di turbolenza sono:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (4.15)$$

dove:

- $G_k$ : rappresenta il termine di generazione dell'energia cinetica turbolenta dovuto al gradient di velocità media;
- $G_\omega$ : rappresenta la generazione di  $\omega$ ;
- $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$ : rappresentano la dissipazione di  $k$  e di  $\omega$  dovuta alla turbolenza;
- $S_k$  e  $S_\omega$ : sono termini di generazione definibile attraverso una user-defined.

### 4.9.3 Shear-Stress Transport (SST) k- $\omega$ Model

Lo SST k- $\omega$  model fu sviluppato da Menter per associare alla consistenza ed alla accuratezza del modello k- $\omega$  in prossimità della parete, l'affidabilità del modello k- $\epsilon$  nell'analizzare la zona di core. Per fare ciò, il modello k- $\epsilon$ , è stato riformulato secondo la teoria del k- $\omega$ . L'SST k- $\omega$  model è simile al modello standard k- $\omega$ , ma include i seguenti miglioramenti:

- Lo standard k- $\omega$  model ed il k- $\epsilon$  “trasformato” sono entrambi moltiplicati con una funzione di mescolamento e sono sommati tra loro. La *funzione di mescolamento* è tale che assume valore unitario nella regione prossima a parete, dove è attivo lo standard k- $\omega$  model, mentre assume valore nullo nella zona di core, nella quale è attivo il k- $\epsilon$  “trasformato”;
- Il modello SST include un termine differenziale che tiene conto della diffusione smorzata, nell'equazione di  $\omega$ ;
- La definizione della viscosità turbolenta viene modificata per considerare il bilancio degli sforzi turbolenti;
- Le costanti del modello cambiano.

Questi quattro punti rendono l'SST k- $\omega$  model più accurato ed affidabile per un'ampia classe di fluidi (flussi con gradienti di pressione avversi, airfoils, onde d'urto supersoniche) rispetto allo standard k- $\omega$  model.

Le equazioni di riferimento sono molto simili a quelle viste nel paragrafo precedente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (4.17)$$

dove:

- $G_k$ : rappresenta la generazione dell'energia cinetica turbolenta dovuta al gradiente di velocità media;
- $G_\omega$ : rappresenta la generazione di  $\omega$ ;
- $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$ : rappresentano la diffusività effettiva di  $k$  e di  $\omega$ , rispettivamente;
- $Y_k$  e  $Y_\omega$ : rappresentano la dissipazione di  $k$  e  $\omega$  dovuta alla turbolenza;
- $D_\omega$ : rappresenta il termine di diffusion trasversale;
- $S_k$  e  $S_\omega$ : sono termini di generazione definibile attraverso una user-defined.

## 4.10 Scelta del modello di turbolenza nei lavori numerici.

Dagli studi condotti da Chaube, nel 2005, la scelta del modello di turbolenza si ottiene confrontando le previsioni fornite dai vari modelli per bassi Re con i risultati sperimentali disponibili in letteratura. Il modello scelto viene poi ulteriormente validato paragonando lo scambio termico previsto con i risultati sperimentali.

I modelli a basso numero di Re sono utilizzati in prossimità delle pareti, poiché i modelli ad elevato Re non sono accurati in tale regione. Per esempio, lo standard k- $\epsilon$  model ed il Reynolds Stress Model (RSM) non sono accurati nelle vicinanze della parete poiché  $k$  ed  $\epsilon$  tendono a zero.

Grossi problemi numerici si hanno nell'equazione della  $\epsilon$  appena  $k$  tende a zero:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (4.18)$$

Il termine distruttivo include  $\varepsilon^2/k$ , e quello generativo  $\varepsilon/k$ , pertanto essi danno problemi se  $k \rightarrow 0$ . Egualmente, la tecnica LES non è capace di valutare i più piccoli vortici in prossimità della parete. Considerando le difficoltà dei modelli di turbolenza ad alti Re in prossimità della parete, si è cercato allora di modificare i modelli a bassi Re. *Il modello k- $\omega$  sostituisce il termine dissipativo,  $\varepsilon$ , con un termine dissipativo specifico  $\omega$ , il quale trasferisce il k dal denominatore al numeratore nell'equazione della  $\omega$ , per evitare problemi numerici.* Dato che il flusso è turbolento, sia la zona “centrale” che quella prossima alla parete devono essere modellate con eguale accuratezza.

La combinazione di modelli di turbolenza a bassi ed alti Re può dare la soluzione migliore. L'SST k- $\omega$  model è sviluppato utilizzando la combinazione tra i modelli k- $\varepsilon$  e k- $\omega$ : esso unisce alla formulazione accurata e stabile del k- $\omega$  in prossimità della parete, con le previsioni del k- $\varepsilon$  per flusso libero, nella regione più lontana. Entrambi, standard k- $\omega$  model e k- $\varepsilon$  model, vengono moltiplicati per una funzione “di mescolamento” e poi sommati. La funzione “di mescolamento” è tale da assumere valore unitario nelle vicinanze della parete, laddove è attivo il k- $\omega$  model, e zero lontano dalla superficie, laddove è attivo il k- $\varepsilon$  model. L'analisi svolta da Chaube dimostra che l'SST k- $\omega$  model è quello che meglio approssima i risultati sperimentali.

Le equazioni di bilancio per l'SST k- $\omega$  sono:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (4.20)$$

dove:

- $G_k$ : rappresenta la generazione di energia cinetica turbolenta dovuta al gradiente di velocità media;

- $G_\omega$ : rappresenta la generazione di  $\omega$ ;
- $\Gamma_k$ : rappresenta la diffusività effettiva di  $k$ ;
- $\Gamma_\omega$ : rappresenta la diffusività effettiva di  $\omega$ ;
- $Y_k$ : rappresenta la dissipazione di  $k$  dovuta alla turbolenza;
- $Y_\omega$ : rappresenta la dissipazione di  $\omega$  dovuta alla turbolenza;
- $S_k$  e  $S_\omega$ : rappresentano i termini di generazione.

## 4.11 Il modello radiativo

Nelle simulazioni effettuate in condizioni non adiabatiche si fa uso del modello radiativo delle ordinate discrete. Si procede pertanto ad una breve descrizione di tale modello.

L'equazione di trasferimento radiativo (RTE) per un mezzo assorbente, emittente o disperdente nella posizione  $r$  lungo la direzione  $s$  è:

$$\frac{dI(r, s)}{ds} + (a + \sigma_s)I(r, s) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(r, s') \Phi(s, s') d\Omega \quad (4.21)$$

dove:

- $r$ : vettore posizione;
- $s$ : vettore direzione;
- $s'$ : vettore direzione disperdente;
- $s$ : lunghezza del percorso;
- $a$ : coefficiente d'assorbimento;
- $n$ : indice di rifrazione;
- $\sigma_s$ : coefficient di dispersion;
- $\sigma$ : costante di Stefan-Boltzmann ( $5,672 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$ );
- $I$ : intensità radiativa totale, che dipende da posizione ( $r$ ) e direzione ( $s$ );
- $T$ : temperatura locale;
- $\Phi$ : funzione di fase;
- $\Omega$ : angolo solido.

$(a + \sigma_s)$  è lo spessore ottico o l'opacità del mezzo. L'indice di rifrazione  $n$  è importante quando si considera l'irraggiamento in un mezzo semi-trasparente. L'equazione (4.21) viene fuori da un bilancio energetico, a tale proposito si

guardi la Figura 4.13, che illustra il processo di trasferimento di calore per irraggiamento. Il primo termine a primo membro rappresenta l'aliquota di variazione dell'intensità radiativa totale, mentre il secondo termine rappresenta l'aliquota di intensità assorbita dal mezzo. Il primo termine a secondo membro, invece, rappresenta l'intensità rifratta dal mezzo; infine il secondo termine a secondo membro è l'intensità dispersa.

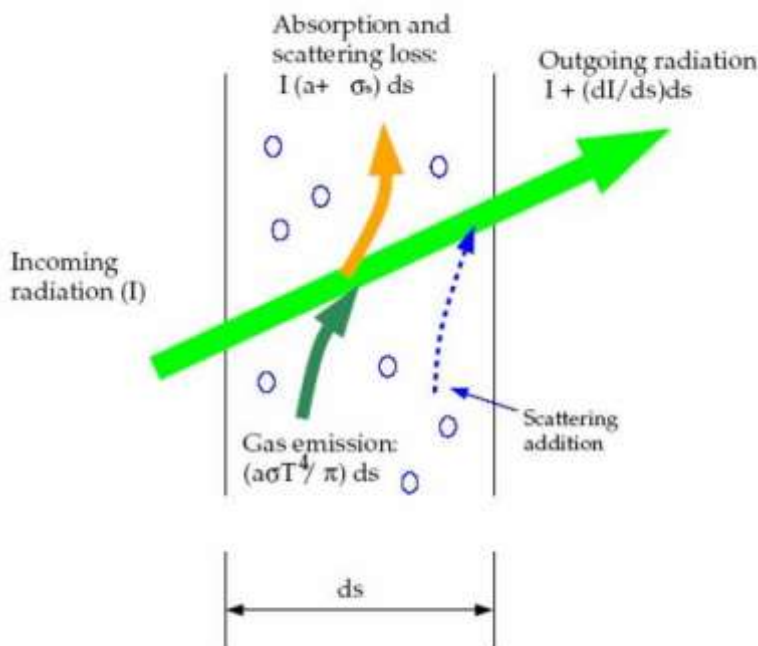


Figura 4.13: Bilancio di energia.

I modelli radiativi richiedono il coefficiente di assorbimento  $a$  come dato d'ingresso. Il coefficiente di assorbimento  $a$  e quello di dispersione  $\sigma_s$  possono essere costanti, il coefficiente di assorbimento  $a$  può anche essere funzione della concentrazione locale di  $H_2O$  e  $CO_2$ , della lunghezza del percorso e della pressione totale. E' possibile avere anche un modello che prevede la somma pesata di gas grigi per la determinazione di un coefficiente di assorbimento variabile. L'implementazione del modello delle ordinate discrete può trattare le radiazioni in un mezzo semi-trasparente.



### 4.11.1 Modello radiativo delle ordinate discrete (DO)

Il modello radiativo delle ordinate discrete risolve le equazioni per il trasferimento radiativo (RTE) per un numero finito di angoli solidi discreti, ciascuno collegato a un vettore direzione  $s$  fisso nel sistema di riferimento Cartesiano  $(x,y,z)$ . La precisione nella scelta della discretizzazione angolare è fatta dall'utente. Il modello DO non calcola il tracciato dei raggi, però utilizza le equazioni di trasporto per ottenere l'intensità di radiazione nelle coordinate spaziali  $(x,y,z)$ . Tale modello risolve tante equazioni di trasporto per quante sono le direzioni  $s$ . Il metodo di soluzione è identico a quello usato per le equazioni del flusso e dell'energia. L'implementazione nel software utilizzato sfrutta una variante conservativa del modello delle ordinate discrete, chiamato schema dei volumi finiti, e la sua estensione alle maglie non strutturate. Il modello DO abbraccia l'intero intervallo di spessori ottici e permette di risolvere problemi che spaziano da radiazioni tra superfici fino ai problemi di irraggiamento presenti nella combustione. Esso permette anche di ottenere la soluzione in un mezzo semi-trasparente. Il costo computazionale è modesto per discretizzazioni angolari tipiche e la quantità di memoria richiesta è modesta. L'implementazione è limitata o alle radiazioni grigie o a quelle non grigie usando un modello a banda grigia. Risolvere un problema con una fitta discretizzazione angolare può comportare un intenso lavoro del CPU.

Il modello DO permette di includere gli effetti di una seconda fase discreta sulle radiazioni. In questo caso, si trascureranno tutte le altre sorgenti di dispersione nella fase gassosa.

Il contributo della fase relative al particolato appare nella RTE (equazione di trasferimento radiativo) come:

$$\frac{dI(s_i)}{dx_i} + (a + a_p + \sigma_p)I(r,s) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + E_p + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(r,s')\Phi(s,s')d\Omega' \quad (4.22)$$

dove  $a_p$  è il coefficiente di assorbimento equivalente dovuto alla presenza del particolato ed è dato dall'equazione:

$$a_p = \lim_{V \rightarrow 0} \sum_{n=1}^N \varepsilon_{pn} \frac{A_{pn}}{V} \quad (4.23)$$

con:

- $\varepsilon_{pn}$ : emittenza;
- $A_{pn}$ : l'area proiettata;
- La sommatoria è sulle N particelle presenti nel volume V.

L'emittenza equivalente  $E_p$  è data dall'equazione:

$$E_p = \lim_{V \rightarrow 0} \sum_{n=1}^N \varepsilon_{pn} A_{pn} \frac{\sigma T_{pn}^4}{\pi V} \quad (4.24)$$

dove  $T_{pn}$  è la temperatura delle particelle  $n$ .

Il software permette di realizzare un modello radiativo non-grigio usando un modello a banda grigia. Le RTE per l'intensità spettrale  $I_\lambda(r,s)$  possono essere scritte come:

$$\frac{dI_\lambda(r,s)}{ds} + (a_\lambda + \sigma_s) I_\lambda(r,s) = a_\lambda n^2 I_{b\lambda} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(r,s') \Phi(s,s') d\Omega' \quad (4.25)$$

dove:

- $\lambda$ : lunghezza d'onda;
- $a_\lambda$ : coefficiente di assorbimento spettrale;
- $I_{b\lambda}$ : intensità del corpo nero dalla funzione di Plank.

Si assume che il coefficiente di dispersione, la funzione di fase di dispersione e l'indice di rifrazione  $n$  siano indipendenti dalla lunghezza d'onda nella presente implementazione.

L'implementazione *DO non-grigia* divide lo spettro di radiazioni in N bande di lunghezza d'onda, che non necessariamente debbano essere contigue o uguali in ampiezza. Gli intervalli di lunghezza d'onda sono forniti dall'utente e corrispondono a valori nel vuoto ( $n=1$ ). L'RTE è integrata lungo ciascun intervallo di lunghezze d'onda, portando alle equazioni di trasporto per la quantità  $(I_\lambda * \Delta_\lambda)$ , che è l'energia radiante contenuta nella banda di lunghezza  $\Delta_\lambda$ . Si assume che il comportamento in ciascuna banda sia grigio.

L'emissione del corpo nero nella banda di lunghezza d'onda per unità di angolo solido è scritta come:

$$F(0 \rightarrow n\lambda_2 T) - F(0 \rightarrow n\lambda_1 T) n^2 \frac{\sigma T_{pn}^4}{\pi} \quad (4.26)$$

dove:

- $F(0 \rightarrow n\lambda T)$ : frazione di energia radiante emessa da un corpo nero nell'intervallo di lunghezza d'onda da 0 a  $\lambda$  alla temperatura  $T$  in un mezzo di indice di rifrazione  $n$ ;
- $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  sono lunghezze d'onda ai confini della banda.

Il software allora risolve  $4N_\theta \times N_\varphi \times N$  equazioni di intensità in due dimensioni e  $8N_\theta \times N_\varphi \times N$  equazioni di intensità in tre dimensioni (con  $N_\theta$  e  $N_\varphi$ , rispettivamente, numero di suddivisione azimutale e orizzontale).

I problemi relativi alla discretizzazione angolare e alla pixilation restano gli stessi del caso grigio. L'intensità totale  $I(r, s)$ , quindi, in ogni direzione  $s$  nella posizione  $r$ , è computata usando l'equazione:

$$I(r, s) = \sum_k I_{\lambda_k}(r, s) \Delta\lambda_k \quad (4.27)$$

dove la sommatoria è sulle bande di lunghezza d'onda.

L'implementazione non grigia nel programma di calcolo è rivolta all'impiego con un mezzo interposto con un coefficiente d'assorbimento spettrale  $a_\lambda$  che varia in modo graduale lungo le bande spettrali, ma varia poco all'interno della banda. Il vetro, per esempio, mostra un comportamento di banda di questo tipo. La corrente implementazione non modella il comportamento dei gas come il biossido di carbonio o il vapore d'acqua, che assorbono ed emettono energia a numeri d'onda distinti. La modellazione d'irraggiamento di gas non-grigio è ancora un campo in evoluzione. Comunque, alcuni ricercatori hanno usato modelli a banda-grigia per descrivere il comportamento dei gas approssimando i coefficienti d'assorbimento all'interno di ciascuna banda come valori costanti. L'implementazione non-grigia è compatibile con tutti i modelli con i quali quella grigia del modello DO può essere usata. Così, è possibile includere dispersione,

anisotropia, mezzo semitrasparente ed effetti del particolato. La somma pesata di gas-grigi (WSGGM) non può essere usata per specificare il coefficiente d'assorbimento in ogni banda. L'implementazione permette di specificare l'emittenza spettrale alle pareti: si assume che l'emittenza sia costante all'interno di ciascuna banda.

#### 4.11.2 Vantaggi e limiti del modello DO

Riassumendo, il modello DO abbraccia l'intero intervallo di spessori ottici ( $a_L$ ) e permette di risolvere problemi che spaziano da radiazioni tra superfici fino a problemi di irraggiamento presenti nella combustione; permette anche di ottenere la soluzione in un mezzo semi-trasparente. Il costo di calcolo è modesto per discretizzazioni angolari tipiche. Risolvere un problema con una fitta discretizzazione angolare può provocare un intenso lavoro del CPU. L'implementazione è limitata o alle radiazioni grigie o a quelle non grigie usando un modello a banda grigia.

#### 4.11.3 Modello per il coefficiente d'assorbimento

Il modello di somma pesata di gas-grigi (WSGGM) è un ragionevole compromesso fra il modello super semplificato di gas-grigio e un modello completo che tiene conto delle bande d'assorbimento particolari. L'ipotesi di base del WSGGM è che l'emittenza totale lungo il percorso  $s$  possa essere scritta come:

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^I a_{\varepsilon,i}(T) [1 - \exp(-k_i p s)] \quad (4.28)$$

dove:

- $a_{\varepsilon,i}$ : sono i fattori di emittenza pesati per gli  $i$ -esimi gas-grigi fittizi;
- $[1 - \exp(-k_i p s)]$ :  $i$ -esima emittenza del gas-grigio fittizio;
- $k_i$  è il coefficiente d'assorbimento dell' $i$ -esimo gas grigio;
- $p$  è la somma delle pressioni parziali di tutti i gas assorbenti;
- $s$  è la lunghezza del percorso.

I valori di  $a_{\varepsilon,i}$  e  $k_i$  dipendono dalla composizione del gas e  $a_{\varepsilon,i}$  dipende anche dalla temperatura. Quando la pressione totale non è uguale a 1 atm, regole di scala sono usate per  $k_i$ .

Per  $i=0$ , al coefficiente d'assorbimento è assegnato un valore pari a zero per tenere conto delle finestre nello spettro fra le regioni spettrali di alto assorbimento e il fattore di peso per  $i=0$  è valutato da:

$$a_{\varepsilon,0} = 1 - \sum_{i=0}^I a_{\varepsilon,i} \quad (4.29)$$

La dipendenza dalla temperatura di  $a_{\varepsilon,i}$  può essere approssimata da una funzione qualsiasi, ma la più comune approssimazione è:

$$a_{\varepsilon,i} = \sum_{j=0}^J b_{\varepsilon,i,j} T^{j-1} \quad (4.30)$$

I coefficienti  $b_{\varepsilon,i,j}$  e  $k_i$  sono stimati sulla base di risultati sperimentali. Il coefficiente d'assorbimento  $\alpha$  della parete può essere approssimato in un modo simile, ma, per semplificare il problema, si assume che  $\varepsilon=\alpha$ . Questa ipotesi è valida a meno che il mezzo sia otticamente spesso e la temperatura della parete differisca considerevolmente dalla temperatura del gas.

Dal momento che i coefficienti  $b_{\varepsilon,i,j}$  e  $k_i$  sono funzioni lentamente variabili di  $p_s$  e  $T$ , si possono assumere costanti per un ampio intervallo di valori di questi parametri. Questi coefficienti costanti sono tabellati per diverse pressioni relative di  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{O}$  vapore, assumendo che la pressione totale  $p_T$  sia 1 atm. I valori di questi coefficienti in tali tabelle sono validi per  $0.001 \leq p_s \leq 10.0$  atm-m e  $600 \leq T \leq 2400$  K. Per  $T \geq 2400$  K, si utilizzano altri tipi di tabelle. Se  $(k_i p_s)$  è molto minore di uno per tutte le  $i$ , l'equazione (2.28) si semplifica così:

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^I a_{\varepsilon,i} k_i p_s \quad (4.31)$$

Confrontando l'equazione (4.30) con il modello di gas-grigio con coefficiente d'assorbimento  $a$ , si può vedere che lo scambio d'intensità di radiazioni lungo il percorso  $s$  nel WSGGM è esattamente lo stesso di quello nel modello di gas-grigio dove il coefficiente d'assorbimento per il WSGGM è:

$$a = \sum_{i=0}^I a_{\varepsilon,i} k_i p \quad (4.32)$$

che non dipende da  $s$ . Nel caso generale  $a$  è stimato come:

$$a = -\ln(1 - \varepsilon)/s \quad (4.33)$$

dove l'emittenza  $\varepsilon$  per il WSGGM è computata usando l'equazione (4.28) e  $a$  è computato come definito dall'equazione (4.33) e dipende da  $s$ , rispecchiando la natura non-grigia dell'assorbimento delle radiazioni termiche nei gas molecolari. L'equazione (4.32) è usata quando  $s \leq 10^{-4}$  m e l'equazione (4.33) è usata per  $s \geq 10^{-4}$  m. Si noti che per  $s \approx 10^{-4}$ , i valori di  $a$  previsti dalle equazioni (4.32) e (4.33) sono praticamente identici (poiché l'equazione (4.33) si riduce all'equazione (4.32) al limite di  $s$  tendente ad un valore molto piccolo).

Il software permette di specificare  $s$  come grandezza caratteristica di cella o come lunghezza media del fascio. Il modello basato sulla lunghezza media del fascio è adatto se si ha un mezzo quasi omogeneo e si è interessati maggiormente allo scambio radiativo fra pareti e zona racchiusa. Si può specificare la lunghezza media del fascio o farlo computare dal programma. Se si è principalmente interessati allo scambio di calore radiativo fra celle adiacenti (e.g. la distribuzione di radiazioni nelle vicinanze di un calorifero), che è molto comune per mezzi otticamente spessi, la dimensione caratteristica di cella risulta più adatta. Si noti che il valore di  $a$  previsto dal WSGGM basato sulla dimensione di cella caratteristica può essere dipendente dalla griglia, se  $s$  è piccolo. Tale dipendenza, comunque, non influenzerà necessariamente la distribuzione di temperatura prevista poiché l'energia radiativa è proporzionale a  $T^4$ .

L'approccio con dimensioni di celle caratteristiche può dare una migliore distribuzione di temperatura, mentre l'approccio con la lunghezza media del fascio può dare flussi più accurati ai contorni. Quando  $p_T \neq 1$  atm il WSGGM, come detto prima, assume che  $p_T$  -pressione totale (statica) del gas- sia uguale a 1 atm. Nei casi in cui  $p_T \neq 1$  (combustione ad alte temperature), vi sono delle regole per introdurre delle correzioni. Quando  $p_T \leq 0.9$  atm o  $p_T \geq 1.1$  atm, i valori di  $k_i$  nelle equazioni (4.32) e (4.33) sono così riscritti:

$$k_i \rightarrow k_i p_T^m \quad (4.34)$$

dove  $m$  è un termine dimensionale, che dipende dalle pressioni parziali e dalle temperature  $T$  dei gas assorbenti, così come per  $p_T$ .

#### 4.11.4 Modello radiativo del trasferimento discreto (DTRM)

La maggiore ipotesi del DTRM è che la radiazione uscente da un elemento di superficie in una certa ampiezza di angolo solido possa essere approssimata da un singolo raggio.

Il vantaggio del DTRM è triplice: si tratta di un modello relativamente semplice, si può aumentare la precisione incrementando il numero di raggi e si applica ad un vasto range di spessori ottici. Presenta, però, le seguenti limitazioni:

- Il DTRM assume che tutte le superfici siano diffuse, ciò significa che la riflessione della radiazione incidente sulla superficie è isotropa rispetto all'angolo solido.
- Non sono inclusi gli effetti della dispersione.
- L'implementazione assume radiazione grigia.
- Risolvere un problema con un grosso numero di raggi è un grosso lavoro per il CPU.

L'equazione per lo scambio d'intensità radiativa del DTRM,  $dI$ , lungo un percorso  $ds$  può essere scritta come:

$$\frac{dI}{ds} + aI = \frac{a\sigma T^4}{\pi} \quad (4.35)$$

dove:

- $a$ : coefficient di assorbimento del gas;
- $I$ : intensità;
- $T$ : temperatura locale del gas;
- $\sigma$ : costante di Stefan-Boltzmann ( $5,672 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ ).

Si assume che l'indice di rifrazione sia unitario. Il DTRM integra l'equazione (4.34) lungo una serie di raggi emanate dalle pareti a contorno.

Se  $a$  è costante lungo il raggio, allora  $I(s)$  si può stimare come:

$$I(s) = \frac{\sigma T^4}{\pi} (1 - \exp[as]) + I_0 \exp[-as] \quad (4.36)$$

dove  $I_0$  è determinata dalle condizioni a contorno.

La sorgente di energia nel fluido dovuta all'irraggiamento è computata sommando la variazione dell'intensità lungo il percorso di ciascun raggio tracciato attraverso il volume di controllo del fluido.

La tecnica di tracciare i raggi usata nel DTRM può fornire una previsione del trasferimento di calore radiativo tra superfici senza il calcolo esplicito del fattore di vista. L'accuratezza del modello è limitata principalmente dal numero di raggi tracciati e dalla griglia computazionale.

#### 4.11.5 Modello radiativo P-1

Il modello radiativo P-1 è il caso più semplice del modello più generale P-N, che è basato sull'espansione dell'intensità delle radiazioni in una serie ortogonale di armoniche sferiche. Il modello P-1 ha molti vantaggi in più del modello DTRM. Per il modello P-1, l'RTE è un'equazione di diffusione, che è semplice da risolvere con una piccola richiesta del CPU. Il modello include gli effetti della dispersione. Per applicazioni sulla combustione, dove gli spessori ottici sono grossi, il modello P-1 lavora ragionevolmente bene. Inoltre tale modello può facilmente essere applicato a geometrie complicate. Quando si usa il modello P-1 si deve porre attenzione ai seguenti limiti:

- come per il modello DTRM, anche il modello P-1 assume che tutte le superfici siano diffuse. L'implementazione assume la radiazione grigia;
- ci può essere una perdita di precisione in dipendenza della complessità della geometria se lo spessore ottico è piccolo;
- il modello P-1 tende a sopravvalutare i flussi radiativi provenienti da sorgenti o pozzi di calore localizzati.

Come già detto, tale modello è basato sull'espansione dell'intensità delle radiazioni  $I$  in una serie ortogonale di armoniche sferiche. Se si conservano



solo i primi quattro termini della serie, si ottiene la seguente equazione per il flusso radiativo  $q_r$ :

$$q_r = -\frac{1}{3(a + \sigma_s) - C\sigma_s} \nabla G \quad (4.37)$$

dove:

- $a$ : coefficiente d'assorbimento;
- $\sigma_s$ : coefficiente di dispersione;
- $G$ : radiazione incidente;
- $C$ : coefficiente della funzione di fase lineare anisotropa.

Dopo l'introduzione del parametro:

$$\Gamma = -\frac{1}{3(a + \sigma_s) - C\sigma_s} \quad (4.38)$$

l'equazione (4.26) si riduce a:

$$q_r = -\Gamma \nabla G \quad (4.39)$$

L'equazione di trasporto per  $G$  è:

$$\nabla(\Gamma \nabla G) - aG + 4a\sigma T^4 = 0 \quad (4.40)$$

dove  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann.

Combinando le equazioni (4.39) e (4.40) si ottiene la seguente equazione:

$$-\nabla q_r = aG - 4a\sigma T^4 \quad (4.41)$$

L'espressione di  $-\nabla q_r$  può essere direttamente sostituita nell'equazione dell'energia per tenere conto delle sorgenti (o pozzi) di calore dovuti alle radiazioni.

### 4.11.6 Modello radiativo Rosseland

L'approssimazione di Rosseland o di diffusione per la radiazione è valida quando il mezzo è otticamente spesso ( $(a + \sigma_s) \cdot L$  molto maggiore di 1) ed è raccomandata per l'utilizzo in quei problemi in cui lo spessore ottico è maggiore di 3. Esso si può derivare dalle equazioni del modello P-1, con alcune approssimazioni.

Il modello Rosseland ha due vantaggi in più del modello P-1. Poiché esso non risolve un'equazione di trasporto extra per la radiazione incidente (come fa il modello P-1), il modello Rosseland è più veloce del modello P-1 e richiede meno memoria.

Come per il modello P-1, il flusso di calore radiativo in un mezzo grigio può essere approssimato dall'equazione (4.39) dove  $\Gamma$  è data dall'equazione (4.38). Il modello radiativo Rosseland differisce dal modello P-1 nel fatto che tale modello assume che l'intensità sia l'intensità del corpo nero alla temperatura del gas (il modello P-1 in realtà calcola le equazioni di trasporto per  $G$ ).

Così  $G = 4\sigma T^4$ : sostituendo questo valore di  $G$  nell'equazione (4.39) si ottiene:

$$q_r = -16\sigma\Gamma T^3 \nabla T \quad (4.42)$$

Poiché il flusso di calore radiativo ha la stessa forma della legge della conduzione di Fourier, è possibile scrivere:

$$q = q_c + q_r \quad (4.43)$$

$$q = -(k + k_r) \cdot \nabla T \quad (4.44)$$

$$k = 16\sigma\Gamma T^3 \quad (4.45)$$

dove  $k$  è la conducibilità termica e  $k_r$  è la conducibilità radiativa.

La relazione (4.43) è usata nell'equazione dell'energia per determinare il campo di temperatura.

## 4.12 Scelta del modello radiativo

Per alcune problematiche un modello radiativo può essere più adatto di altri. Quando si sceglie che modello radiativo usare, si considerano i seguenti parametri:

- Spessore ottico: lo spessore ottico  $a_L$  è un buon indicatore per la scelta del modello da usare.  $L$  è una lunghezza caratteristica all'interno del dominio. Per una camera di combustione, per esempio,  $L$  rappresenta il diametro di questa. Se  $a_L$  è molto maggiore di 1, i modelli da scegliere sono o il P-1 o il modello Rosseland. Il modello P-1 è tipicamente usato per spessori ottici maggiori di 1. Per spessori ottici maggiori di 3, il modello di Rosseland è più economico e più efficiente. I modelli DTRM e DO si utilizzano in ogni intervallo di spessori ottici, ma sono sostanzialmente più costosi. Per problemi con spessori ottici  $a_L$  minori di 1, solo i modelli DTRM e DO sono adatti.
- Dispersione ed emittenza: i modelli P-1, Rosseland e DO tengono conto della dispersione, mentre il DTRM la trascura. Inoltre, dal momento che il modello Rosseland usa come condizione una striscia di temperature sulle pareti, esso è insensibile all'emittenza delle stesse.
- Effetti del particolato: solo i modelli P-1 e DO tengono conto dello scambio radiativo fra gas e particolato.
- Mezzo semitrasparente e contorni speculari: il modello DO permette di trattare la riflessione speculare e il calcolo dell'irraggiamento in un mezzo semitrasparente come il vetro.
- Radiazioni non grigie: solo il modello DO permette di trattare radiazioni non grigie usando un modello a banda grigia.
- Sorgenti di calore localizzate: nei problemi con sorgenti di calore localizzate, il modello P-1 può sopravvalutare i flussi radiativi.

## **Bibliografia**

- [1] Y.Jaluria, K.Torrance “Computational Heat Transfer”, Talylor&Francis, 2nd Edition, (2003).
- [2] F.White, “Fluid Mechanics. Fourth edition”, McGraw-Hill, (1999).
- [3] H.Versteeg, V. Malalasekera “An Introduction to Computational Fluid Dynamics, the Finite Volume Method”, Longman, (1996).
- [4] FLUENT 15.0, user’s guide
- [5] GAMBIT 2.1.6, user’s guide

# **CAPITOLO 5**

## **MODELLO DI CALCOLO**

## 5.1 Introduzione

Le equazioni differenziali che governano i fenomeni d'interesse termofluidodinamico sono risolubili analiticamente solo in un numero limitato di casi, in cui il dominio e le condizioni al contorno sono particolarmente semplici. In generale, non è possibile ottenere una soluzione analitica e bisogna ricorrere a metodi approssimati di tipo numerico.

Mentre la soluzione analitica consente di calcolare esattamente il valore dell'incognita in ogni punto del dominio, applicare un metodo numerico significa rinunciare ad avere la soluzione negli infiniti punti del dominio, ma accontentarsi di ottenerla in un numero finito di punti, detti *nodi*, individuati con criteri che dipendono dal metodo numerico prescelto. Il processo con cui si individuano i nodi nel dominio e le equazioni che consentono di ottenere la soluzione approssimata si chiama *discretizzazione*.

Le categorie di metodi numerici sono numerose. Il risultato cui portano è sempre un sistema di equazioni lineari, la cui soluzione consente di ottenere i valori approssimati dell'incognita nei nodi individuati dalla discretizzazione del problema.

Nel corso di questo capitolo, sarà spiegato come, grazie all'utilizzo del codice FLUENT [1], sia stato possibile studiare il caso in analisi, cioè la convezione naturale con effetti radiativi in un tetto ventilato. Tale codice è un metodo di soluzione ai volumi finite, che permette di ottenere il campo termofluidodinamico e tante altre utili informazioni sul fenomeno in esame. Nel metodo ai volumi finite, le equazioni algebriche sono ottenute esprimendo, in forma integrale, le equazioni di bilancio su ciascun sotto-dominio (volume di controllo o cella), ottenendo così tante equazioni algebriche quanti sono i volumi di controllo con i quali è stato suddiviso il dominio di interesse.

Partendo dalla realizzazione del modello, fatta con il programma GAMBIT [2], si è portata avanti l'analisi raccogliendo dati che poi sono stati utili non solo per arrivare a delle considerazioni qualitative, ma anche per ricavare delle correlazioni.

Queste correlazioni, perfezionabili ed applicabili proseguendo il lavoro di analisi numerica, permettono di prevedere in molte situazioni i coefficienti di scambio termico in condizioni finora poco analizzate.

Le considerazioni qualitative possono essere un'utile guida nelle applicazioni pratiche: permettono, infatti, di massimizzare o minimizzare lo scambio termico a seconda delle esigenze.

## 5.2 Schematizzazione del modello

Riuscire a risolvere un problema con FLUENT comporta molte operazioni. In questo paragrafo si sintetizzano i passi fondamentali che portano all'ottenimento di uno dei dati desiderati.

In Figura 5.1 è riportato un tipico schema di tetto a doppia falda:

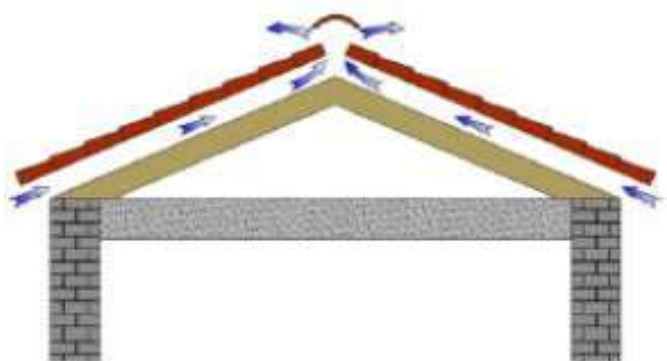


Figura 5.1: Esempio di tetto ventilato a doppia falda.

A titolo esemplificativo, in Figura 5.2 è riportato un modello che mostra gli elementi che formano la struttura completa del tetto [3, 4, 5]:

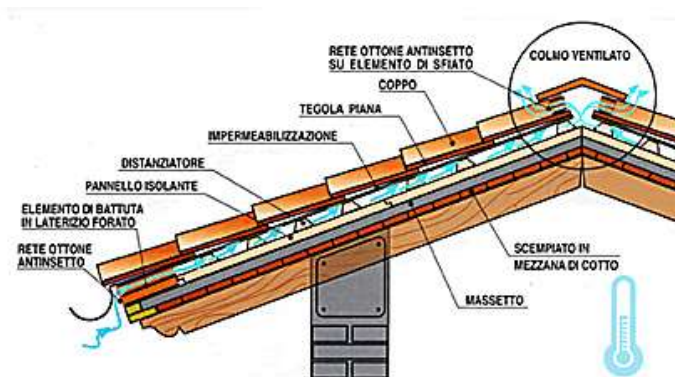


Figura 5.2: Modello di tetto ventilato.

In Tabella 5.1, sono riportati gli spessori tipici dei materiali che compongono un tetto ventilato:

Strato	Spessore [m]
Tegole in laterizio	0.035
Tavolato in legno	0.010
Malta cementizia	0.015
Mattoni e solaio di cemento	0.30
Malta di calce ed intonaco di cemento	0.015

Tabella 5.1: Parametri geometrici.

### 5.3 Scelta del modello

La scelta del modello geometrico realizzato per queste analisi è stata effettuata sulla base di studi precedenti relative ai tetti ventilati.

Il sistema preso in esame in questa analisi è costituito da: un canale inclinato di  $\theta = 30^\circ$ , di lunghezza  $L = 6$  m e spessore  $b = 0,1$  m, che simula l’intercapedine d’aria presente tra il solaio e il tetto di copertura; una parete verticale, di altezza  $H = 3$  m (su cui è stato modellato il serbatoio di ingresso); un coppo, di forma circolare (su cui è stato modellato il serbatoio di uscita), posto ad un’altezza tale da rispettare il reale spessore dell’intera struttura del tetto al di sopra dell’intercapedine d’aria, pari a 0,10 m.

#### 5.3.1 Realizzazione della geometria e della mesh

L’obbiettivo del seguente lavoro di tesi è un’indagine numerica sulla convezione naturale in aria di un tetto ventilato a doppia falda.

Le simulazioni sono state condotte per individuare i campi termo-fluidodinamici in regime stazionario, su una geometria bidimensionale.

Per il modello CAD e la successiva fase di pre-processing è stato utilizzato il software *GAMBIT* [2]: tale programma prevede la contemporanea generazione di tre file con lo stesso nome, aventi tre diverse estensioni:



- *.jou*: sta per *journal* e contiene una lista in ordine di tempo delle operazioni effettuate;
- *.trn*: sta per *transcript* ed è l'elenco dei messaggi visualizzati nella finestra transcript durante la sessione di lavoro;
- *.dbs*: sta per *database* e associa informazioni binarie sul modello.

I file precedenti sono di testo. Il database è quello su cui si lavora realmente in fase di elaborazione. In aggiunta, per default, è creato un file *id.lok* che blocca tutte le possibili nuove sessioni di GAMBIT per proteggere quella in uso. Esso va poi eliminato per poter utilizzare il programma.

Per le analisi, sono state considerate 3 configurazioni: data la simmetria geometrica del sistema (come visto in Figura 5.1), è stata considerata, in prima analisi, solo metà struttura; in seguito, è stata considerata l'intera struttura.

Gli schemi realizzati sono:

1. Configurazione a metà struttura, con coppo tagliato in mezzeria (Figure 5.3 (a) e (b));
2. Configurazione a metà struttura, con coppo intero (Figure 5.4 (a) e (b));
3. Configurazione ad intera struttura, con diverse condizioni al contorno (Figura 5.5).

Il dominio di calcolo differisce dalla geometria reale per la presenza di “serbatoi” posti all'ingresso (lungo la parete) e all'uscita (in prossimità del coppo). Lo scopo dei serbatoi non è altro che quello di indagare cosa accade nelle zone immediatamente a valle e a monte del tetto, senza limitare l'analisi all'intercapedine, che rimane comunque la zona più importante.

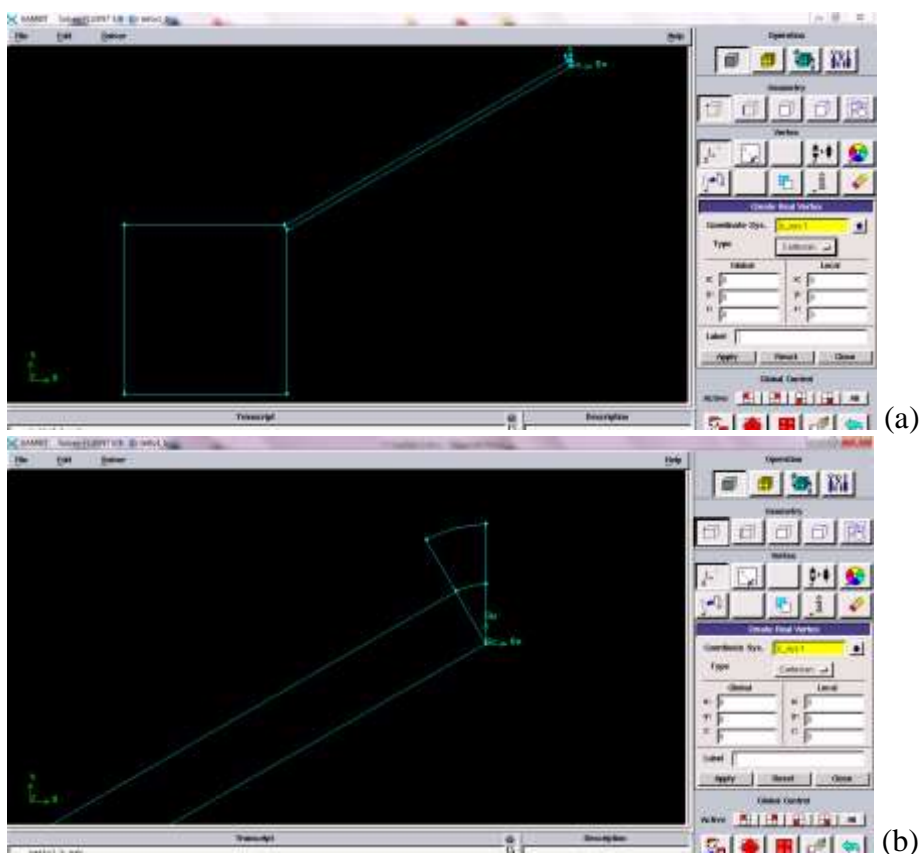
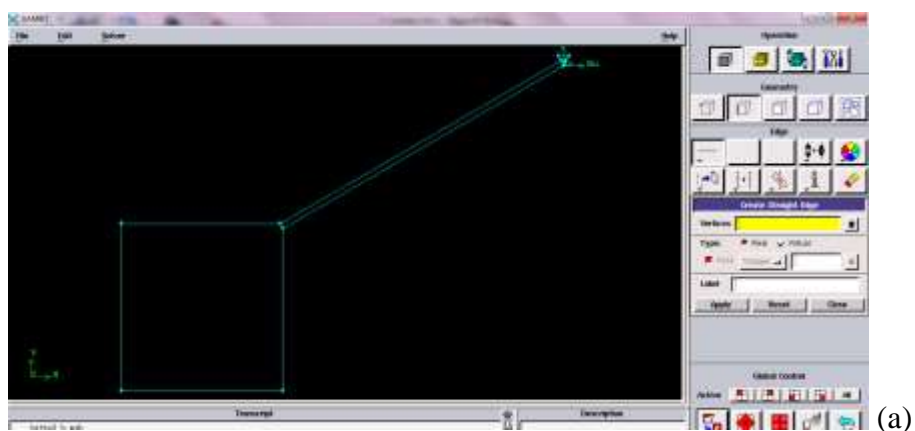
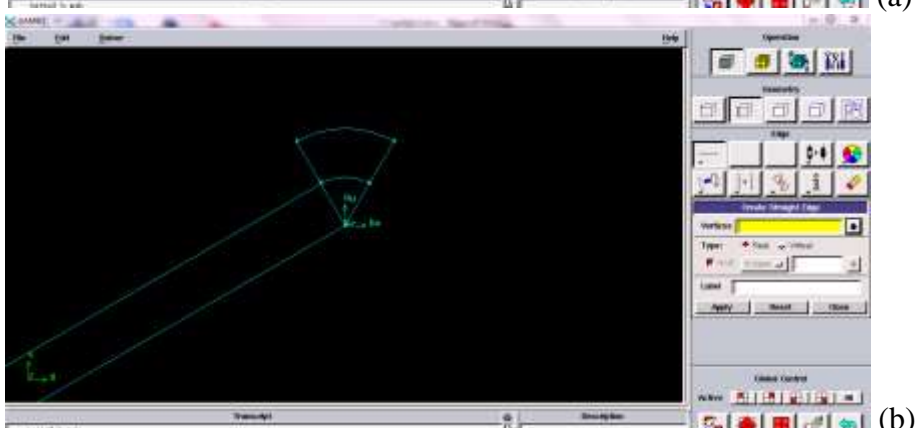


Figura 5.3: Modello GAMBIT: (a) Configurazione (1); (b) Configurazione (1), particolare, coppo tagliato in mezzeria..



(a)



(b)

Figura 5.4: Modello GAMBIT: (a) Configurazione (2); (b) Configurazione (2), particolare, coppo tagliato in mezzeria..

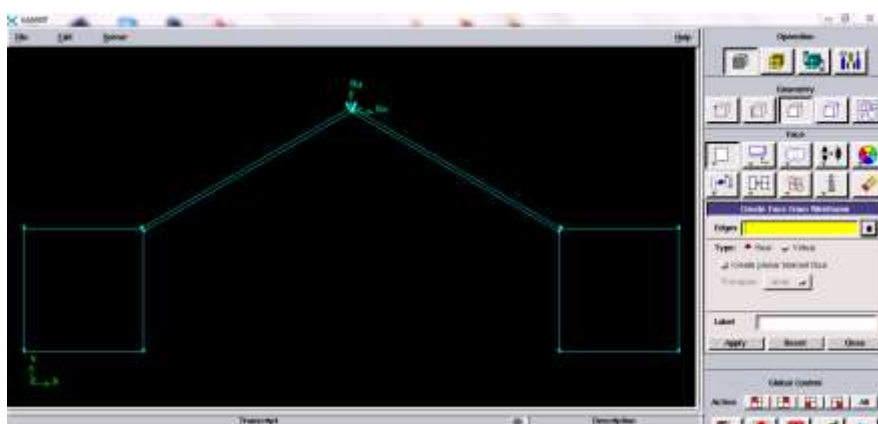


Figura 5.5: Modello GAMBIT, Configurazione (3).

La realizzazione della geometria è stata effettuata per gradi successivi e le principali operazioni sono state:

- Creazione dei punti necessari per la realizzazione del disegno della geometria;
- Creazione dei lati necessari per la realizzazione del disegno della geometria;
- Creazione delle facce necessarie per la realizzazione del disegno della geometria;
- Realizzazione della mesh;
- Definizione dei tipi di condizioni al contorno.

Tra i vari punti sopra elencati, viene posta particolare attenzione alla realizzazione della mesh e alla definizione delle condizioni al contorno.

Per quanto riguarda il primo punto, si è realizzata una mesh con suddivisione del dominio tramite l'utilizzo di elementi quadrangolari. In prossimità del coppo e delle pareti del canale, che simula l'intercapedine di aria tra il solaio e il tetto, si è scelta una mesh di tipo *boundary layer*, come mostrato in Figura 5.6. Essa è utilizzata principalmente per controllare la densità della mesh e, quindi, per controllare la quantità di informazioni disponibili dal modello computazionale nelle specifiche regioni di interesse.

Per definire una *boundary layer*, è necessario specificare le seguenti informazioni:

- Algoritmo Boundary-layer;
- Altezza della prima fila di elementi della maglia;
- Fattore di crescita, che specifica l'altezza di ciascuna riga successiva di elementi;
- Numero totale di righe, che definisce la profondità dello strato limite;

Nei casi in esame si è scelto un algoritmo uniforme, per il quale le altezze di tutti gli elementi della prima fila sono uguali tra loro.

L'altezza della prima fila di elementi è stata imposta pari a 0.001 metri. Il fattore di crescita scelto è di 1.2 e il numero totale di righe pari a 8.

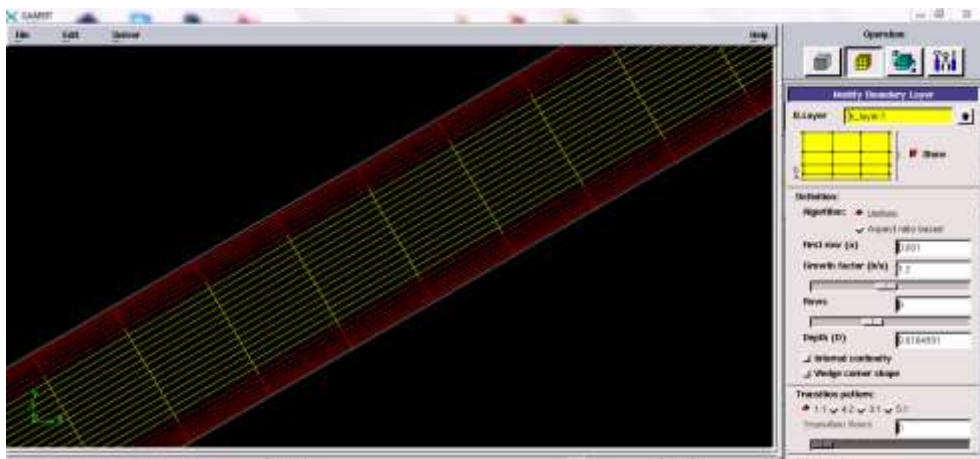


Figura 5.6: Particolare della mesh nell'intercapedine d'aria.

La suddivisione lungo la direzione trasversale, invece, è di tipo regolare, ottenuta considerando un numero intero di intervalli.

Per quanto riguarda il meshing del serbatoio d'ingresso, invece, data l'elevata estensione dell'area, è stata utilizzata una suddivisione dei lati perimetrali di tipo esponenziale, in modo tale da ottenere una mesh adeguata, ma tale da non "appesantire" troppo la fase di calcolo del risolutore (Figura 5.7).

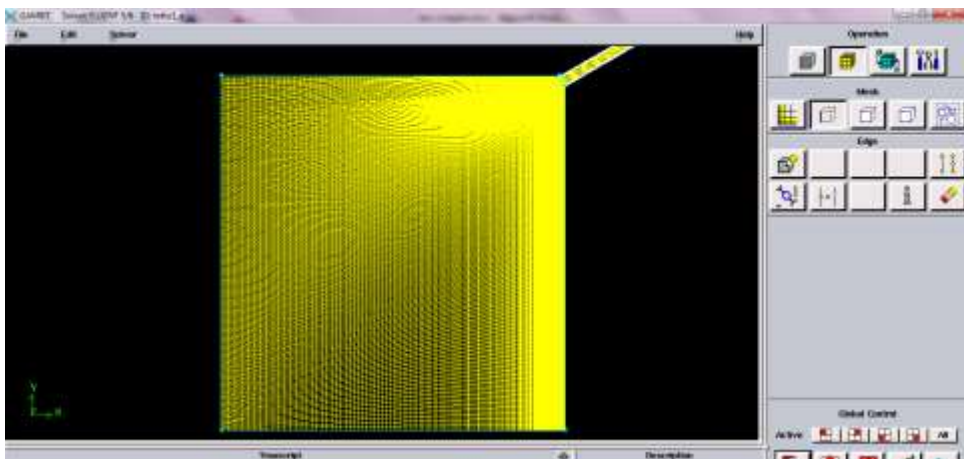


Figura 5.7: Mesh del serbatoio di ingresso.

Il meshing del serbatoio di uscita ha richiesto particolare attenzione, data la forma del coppo, ed è stata realizzata sfruttando una Boundary Layer sul lato superiore

del coppo ed adattando la dimensione degli intervalli sui lati del serbatoio di uscita. Nelle Figure 5.8 (a) e 5.8 (b) sono mostrati, rispettivamente, i particolari delle mesh del coppo tagliato in mezzeria, utilizzato nella Configurazione (1), e del coppo intero, utilizzato per le Configurazioni (2) e (3):

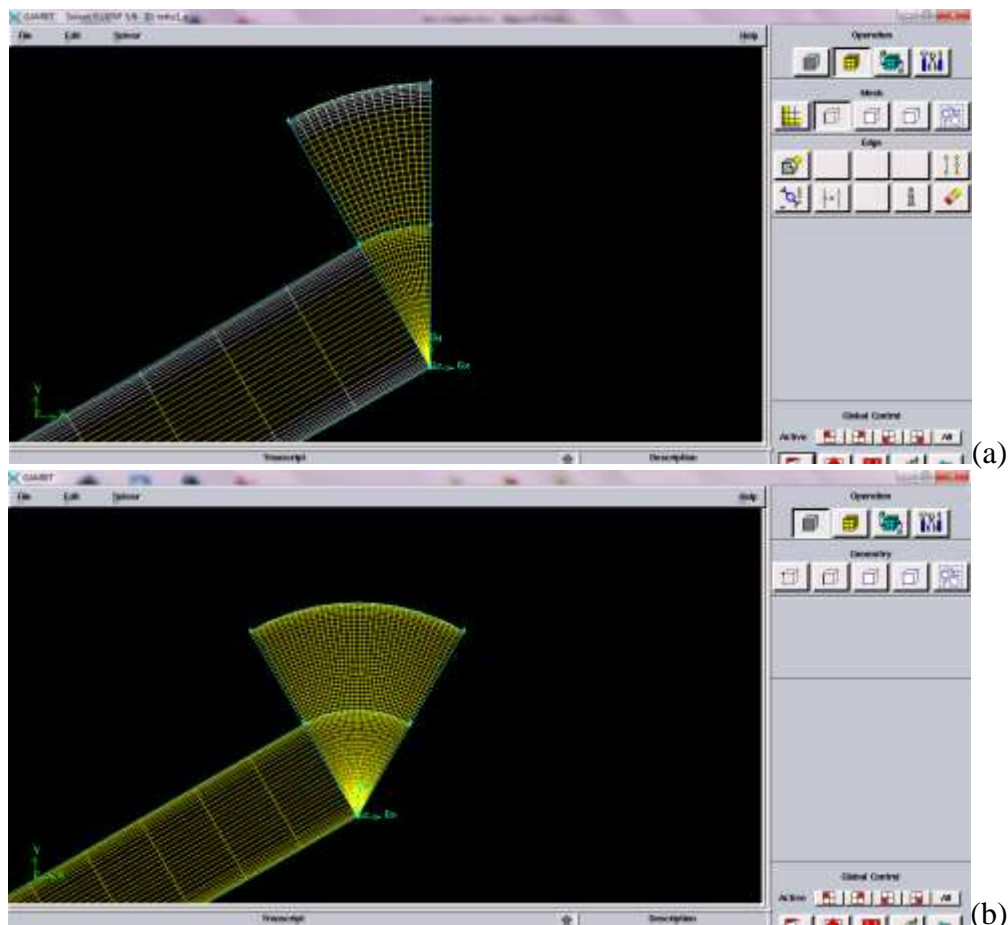


Figura 5.8: Mesh del serbatoio di uscita per (a) Configurazione (1) e (b) Configurazione (2).

Nelle Figure 5.9 (a), (b) e (c) riportate di seguito, si mostrano le mesh ottenute per tutte e tre le configurazioni:

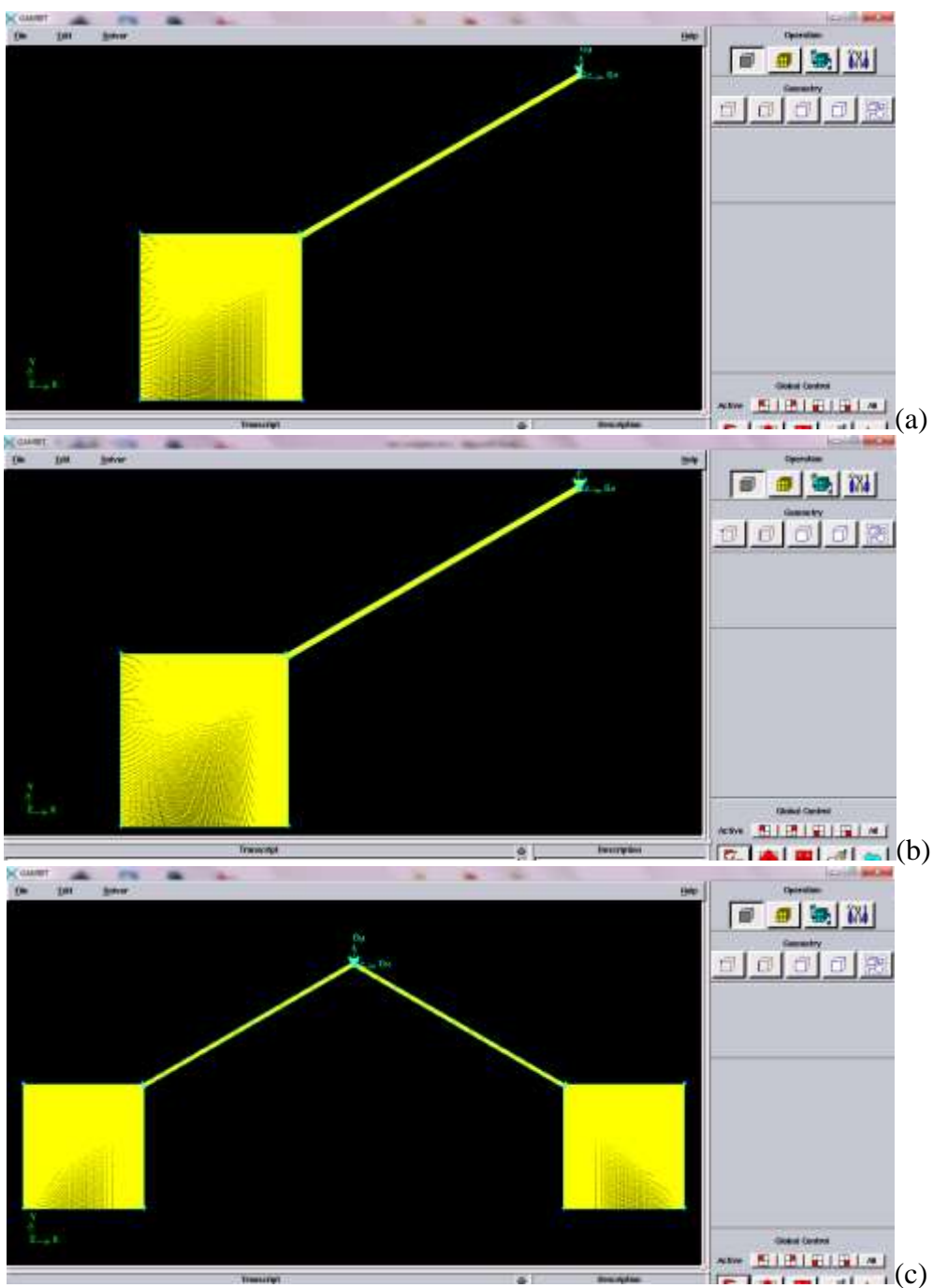


Figura 5.9: Mesh della (a) Configurazione (1), (b) Configurazione (2) e (c) Configurazione (3).

### 5.3.2 Caratterizzazione delle linee di contorno e delle aree

Per quanto riguarda il secondo punto, cioè la definizione delle condizioni al contorno, sono state definite le proprietà di ogni linea, così come riportato in Tabella 5.2:

Linea di contorno	Tipologia di contorno
<b>close</b> <sup>1</sup>	Wall
<b>coppo</b>	Wall
<b>exit</b>	Pressure outlet
<b>serb</b>	Pressure inlet
<b>w_f</b>	Wall
<b>w_p</b>	Wall
<b>w_teg</b>	Wall

Tabella 5.2: Condizioni al contorno.

Per tutte le aree individuate, è stata assegnata la condizione “*Fluid*”.

Ultimate queste operazioni, bisogna esportare un file *.dbs* da GAMBIT a FLUENT, creando un file *.msh* che è la base di partenza per realizzare il caso (*case*) *.cas* da far girare in FLUENT. Successivamente a questa fase, si salva un file *.dat* che fotografa e memorizza la situazione cui si è giunti durante l’iterazione del caso.

### 5.4 Impostazione dei dati nel solutore

Una volta letto il file *.msh* con FLUENT, sono state definite le impostazioni richieste dal programma nelle varie sezioni [5].

Nel menù di avvio del programma, il Fluent Launcher richiede delle impostazioni di base:

- Dimension: permette di scegliere se lavorare in 2D o 3D;

---

<sup>1</sup> Superficie presente nelle configurazioni (1) e (2).



- Options: riguarda il grado di precisione del programma;
- Display Options: permette di selezionare ciò che si vedrà sulla schermata di Fluent;
- Processing Options: il lavoro svolto dal risolutore avviene, di norma, in serie, ovvero svolgendo un caso per volta, ma si può impostare il lavoro in parallelo di più processori, al fine di ottimizzare e velocizzare le operazioni.

Nel caso di studio, sono state utilizzate le impostazioni di default riportate in Figura 5.10:

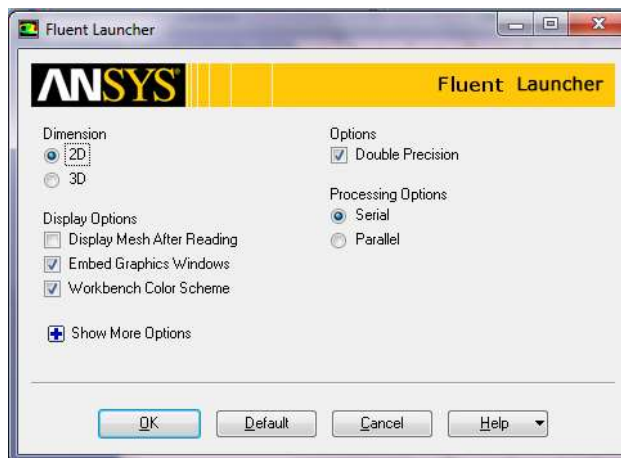


Figura 5.10: ANSYS Fluent Launcher.

### ➤ General

Si è definito il tipo di risolutore. Nel caso in esame, le scelte effettuate sono (Figura 5.11):

- *Type*: Pressure-Based;
- *Velocity Formulation*: Absolute;
- *Time*: Steady;
- *2D Space*: Planar.

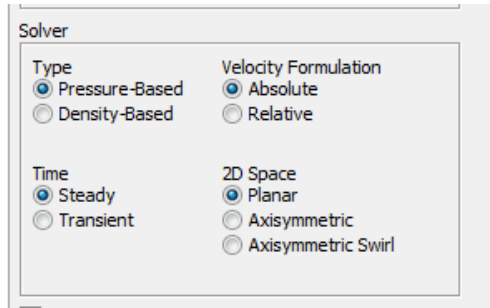


Figura 5.11: Scelta del solutore.

### ➤ Models

Trattandosi di un problema di trasmissione del calore, è stato necessario attivare l'Equazione dell'Energia (Figura 5.12), che di default è, invece, disattivata.

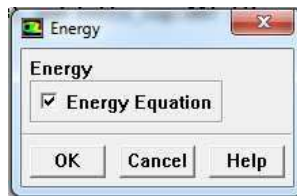


Figura 5.12: Impostazione equazione dell'energia.

Una volta definiti i parametri della simulazione, è stato definito il regime di moto del fluido, determinato con un approccio di tipo teorico, basato sulla valutazione del numero di *Rayleigh*:

$$Ra = \frac{g\beta q_w b^4 \rho^2 c_p}{k^2 \mu} \quad (5.1)$$

Il valore ottenuto risulta essere superiore al valore critico:

$$Ra > 10^8 \quad (5.2)$$

ed è funzione di  $b$  e del flusso termico  $q_w$  (impostato secondo le Condizioni al Contorno descritte dal Paragrafo 5.4.5).

Inoltre, data l'influenza del flusso termico, che potrebbe creare delle distorsioni nel campo delle velocità, si è optato per la scelta di un regime di moto turbolento del fluido. Il modello di turbolenza utilizzato è il modello  $k-\varepsilon$  (Figura 5.13).



Figura 5.13: Scelta del regime di moto turbolento.

### ➤ Materials

Si è passati poi a definire le proprietà del fluido, che è aria, a 300 K, e del materiale costituente le pareti dell'intercapedine (“wood”).

Nella Tabella 5.3, si riportano i valori che sono stati utilizzati per l'aria:

Grandezza	Valore
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	1.225
Capacità termica [J/(kg K)]	1006
Conducibilità termica [W/(m K)]	0.02614
Viscosità [kg/(m s <sup>2</sup> )]	1.5743 10 <sup>-5</sup>
Coefficiente di espansione termica [1/K]	0.003333

Tabella 5.3: Proprietà dell'aria.

La densità dell'aria è stata considerata come continua, secondo l'approssimazione di *Boussinesq*.

In Figura 5.14 sono riportate le proprietà del legno, ricavate dal Database di Fluent.

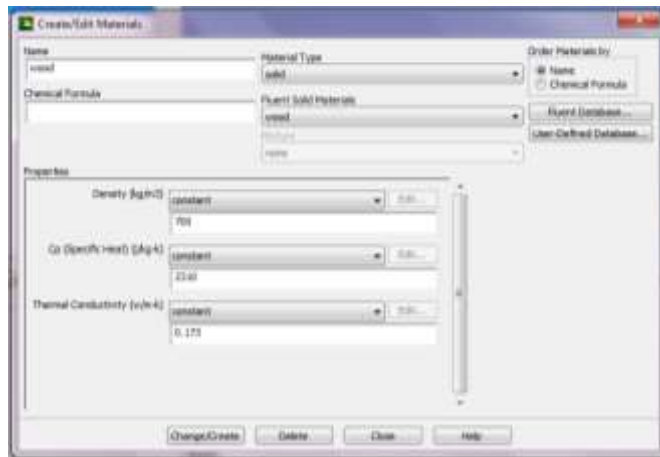


Figura 5.14: Proprietà del legno.

### ➤ Cell Zone Conditions

Per le condizioni operative, sono state stabilite una pressione pari a quella atmosferica e la temperatura operativa è stata fissata pari a 300 K; è stata considerata l'accelerazione di gravità e il suo valore è stato impostato pari a  $9,81 \text{ m/s}^2$  (Figura 5.15).

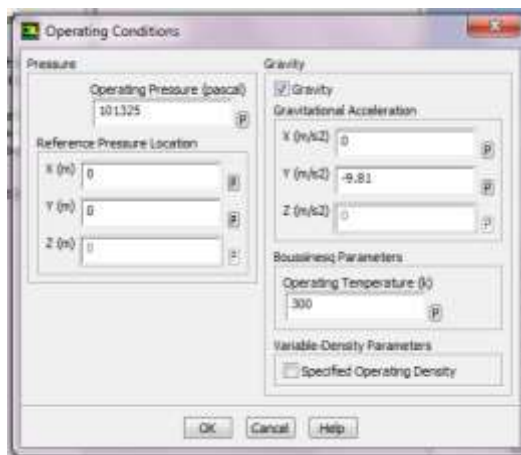


Figura 5.15: Scelta delle condizioni di esercizio.

### ➤ Boundary Condition

Le analisi effettuate considerano 3 configurazioni geometriche, per ciascuna delle quali sulla linea superiore dell'intercapedine è imposto un flusso termico uniforme e nel menù “Thermal Conditions” è stata scelta la condizione “Mixed”, per simulare l'interazione del tetto con l'ambiente esterno; in particolare, è stato imposto un coefficiente di scambio termico  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ , per tenere conto della conduzione degli strati, che compongono il tetto, al di sopra dell'intercapedine, ed un'emissività esterna  $\varepsilon = 0,85$ , per tenere conto degli effetti radiativi. Per quanto riguarda, invece, la superficie inferiore dell'intercapedine, sono state considerate 3 condizioni al contorno:

- *Adiabatic*: si considera la superficie come adiabatica. Nel menù “Thermal Conditions”, alla voce “Heat Flux”, si è fissato un flusso di calore pari a  $0 \text{ W/m}^2$ ;
- *Summer*: si considera la superficie ad una temperatura pari a  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , allo scopo di simulare le condizioni di benessere termoigrometrico in un ambiente interno in periodo estivo. Nel menù “Thermal Conditions”, alla voce “Convection”, si è fissato un coefficiente di scambio termico pari a  $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ , per simulare gli effetti conduttivi degli strati di tetto posti al di sotto dell'intercapedine, ed una temperatura pari a  $298 \text{ K}$ .
- *Winter*: si considera la superficie ad una temperatura pari a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , allo scopo di simulare le condizioni di benessere termoigrometrico in un ambiente interno in periodo invernale. Nel menù “Thermal Conditions”, alla voce “Convection”, si è fissato un coefficiente di scambio termico pari a  $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ , per simulare gli effetti conduttivi degli strati di tetto posti al di sotto dell'intercapedine, ed una temperatura pari a  $293 \text{ K}$ .

Vediamo gli schemi nel particolare:

1. Configurazione a metà struttura, con coppo tagliato in mezzeria, flusso termico sulla superficie superiore dell'intercapedine pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ ;
2. Configurazione a metà struttura, con coppo intero, flusso termico sulla superficie superiore dell'intercapedine pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ ;
3. Configurazione a struttura intera, con ripartizione del flusso termico su entrambe le falde.

La Configurazione (3), a doppia falda, ha permesso di simulare il comportamento del tetto tenendo conto delle diverse posizioni del Sole, ripartendo il flusso termico su entrambe le falde, in funzione dell'angolo  $\theta$  che i raggi solari formano

con la normale al piano orizzontare (angolo zenitale), che può essere calcolato a partire dalle latitudine e longitudine del luogo e dall'ora.

In realtà, il software FLUENT ha una funzione specifica che permette di ottenere la simulazione del movimento del Sole sulla superficie considerata, ma la si può utilizzare solo in caso di studio di un modello 3D. Ai casi esaminati, è stato allora applicato un “espediente”: considerare una ripartizione del flusso totale su entrambe le falde in funzione dell'angolo  $\theta$  che i raggi solari formano con la falda del tetto:

$$\dot{q}_{l,r} = \dot{q} \cos \theta \quad (5.3)$$

Al fine di ottenere risultati significativi (data anche la natura della funzione trigonometrica coseno) sono stati considerate i valori dell'angolo  $\theta$  pari a 30°, 45° e 60°, ottenendo i seguenti schemi:

- 3.a: Configurazione a struttura intera, con flusso di calore sulla falda sinistra pari a 866 W/m<sup>2</sup> e sulla falda di destra pari a 134 W/m<sup>2</sup>;
- 3.b: Configurazione a struttura intera, con flusso di calore sulla falda sinistra pari a 707 W/m<sup>2</sup> e sulla falda di destra pari a 293 W/m<sup>2</sup>;
- 3.c: Configurazione a struttura intera, con flusso di calore sulla falda sinistra pari a 500 W/m<sup>2</sup> e sulla falda di destra pari a 500 W/m<sup>2</sup>.

### ➤ **Reference Values**

Ultima voce di setup, questa finestra riporta i valori che sono stati impostati nel solutore e richiede, in particolare, di scegliere dal menù a tendina “*Reference Zone*” l'area a cui faranno riferimento i calcoli: si è scelta pertanto la voce “*fluido*”, che riguarda l'intercapedine, il serbatoio di ingresso e il serbatoio di uscita (Figura 5.16).



Figura 5.16: Scelta della Reference Zone.

### ➤ Solution Methods

In questa sezione è possibile impostare i metodi di risoluzione più adatti al caso esaminato. In Figura 5.17 sono mostrate le scelte effettuate per i casi esaminati:



Figura 5.17: Scelta dei metodi di risoluzione.

### ➤ Monitors

Altra operazione molto importante è quella di impostare il valore dei residui per poter considerare accettabile la soluzione. Il criterio di convergenza adottato è:

Grandezza	Valore
<b>continuity</b>	$10^{-5}$
<b>x-velocity</b>	$10^{-5}$
<b>y-velocity</b>	$10^{-5}$
<b>energy</b>	$10^{-8}$
<b>k</b>	$10^{-5}$
<b>epsilon</b>	$10^{-5}$

Tabella 5.4: Residui

## 5.5 Verifica del modello

Importanti parametri determinano l'accuratezza delle simulazioni CFD, come la risoluzione della griglia e la convergenza iterativa, la scelta dei modelli di turbolenza e l'analisi delle zone di contatto, l'ordine di discretizzazione, ecc. Al fine di valutare se il modello fluidodinamico è realistico ed accurato, i risultati della simulazione possono essere validati grazie ad un confronto con i dati sperimentali dello studio di Miyamoto et al [7]. Questi studi sperimentali sono considerati tutt'oggi i più affidabili e spesso sono usati come modello di riferimento per le analisi della convezione con piastre parallele e riscaldate asimmetricamente. Il canale oggetto delle sperimentazioni di Miyamoto et al. consisteva di due piastre verticali parallele, alte 498 cm e profonde 95 cm, con una piastra riscaldata da un flusso uniforme e con l'altra piastra adiabatica. Le prove furono effettuate per tre valori diversi di ampiezza del canale: 5, 10 e 20 cm. Al fine di valutare l'accuratezza del modello numerico, di prevedere i fenomeni termo-fluido dinamici nella cavità aerata, sono state effettuate numerose simulazioni applicando le stesse ipotesi degli esperimenti di Miyamoto et al. In questo lavoro, è stato considerato un dominio bidimensionale con altezza media del canale pari a 5000 mm e uno spessore del canale pari a 100 mm. Sono stati ottenuti i profili di temperatura (Figura 5.18) e di velocità (Figura 5.19) dalle simulazioni numeriche e sono stati confrontati con i risultati sperimentali di Miyamoto et al. in particolare, il valore della velocità media è relativa a tre sezioni trasversali all'interno del canale, con  $x = 820$  mm dall'imbocco del canale,  $x = 2655$  mm dall'imbocco del canale e  $x = 3865$  mm dall'imbocco del canale.



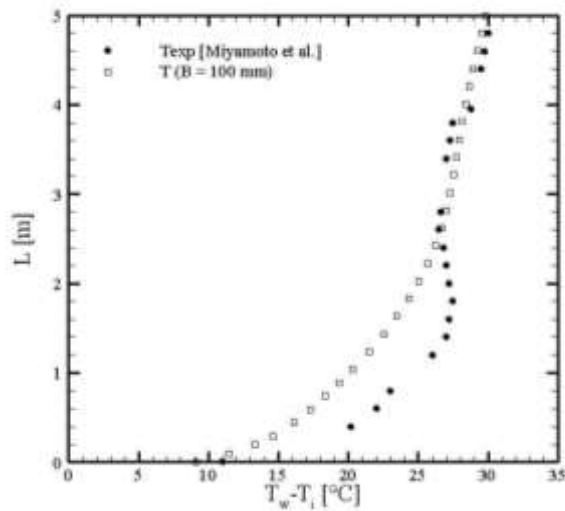


Figura 5.18: Confronto tra le distribuzioni di Temperatura sperimentale (Miyamoto et al.) e di Temperatura calcolata per ampiezza del canale  $B = 100$  mm e flusso termico applicato pari a  $104 \text{ W/m}^2$ .

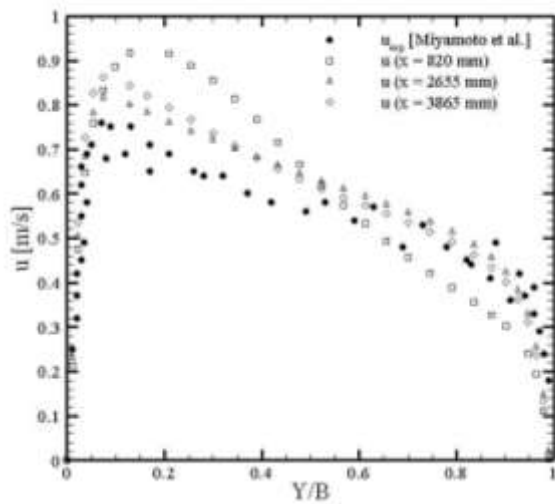


Figura 5.19: Confronto tra le distribuzioni di Velocità sperimentale (Miyamoto et al.) e di Velocità calcolata per ampiezza del canale  $B = 100$  mm e flusso termico applicato pari a  $208 \text{ W/m}^2$ .

Il confronto tra i due gruppi di dati mostra la stessa distribuzione spaziale con una differenza percentuale di circa il 6%.

Sulla base di questi confronti è possibile affermare la validità del modello CFD proposto per lo studio delle strutture ventilate.

Un'ulteriore analisi del modello è stata effettuata ponendo particolare attenzione sui residui e sulla velocità di simulazione, sui valori della temperatura e della turbolenza corrispondenti alle condizioni al contorno applicate.

Le grandi dimensioni del serbatoio di ingresso e la mesh realizzata al suo interno permettono di ottenere un compromesso ottimale tra le oscillazioni dei residui, che diminuiscono all'aumentare delle dimensioni del serbatoio, e la velocità di calcolo, che decresce all'aumentare del numero di nodi.

I valori maggiori della turbolenza si riscontrano nel serbatoio di uscita, in particolar modo nella zona del coppo (Figura 5.20): la Configurazione (1), che prevede una superficie verticale che taglia il coppo in mezzeria, presenta i valori più alti di turbolenza, ma essendo questo prossimo a 10 (minore di 20) è del tutto accettabile:

Per le configurazioni (2) e (3), invece, i valori della turbolenza sono minori:

Per quanto riguarda i valori della temperatura (Figura 5.21), questa varia entro i 50 K: risulta superiore per la Configurazione (1) e leggermente inferiore nelle Configurazioni (2) e (3). L'innalzamento contenuto della Temperatura è dovuto al fatto che, trascurando le perdite di tipo convettive e radiative, tutto il flusso viene assorbito completamente dal tetto e trasmesso all'aria interna.

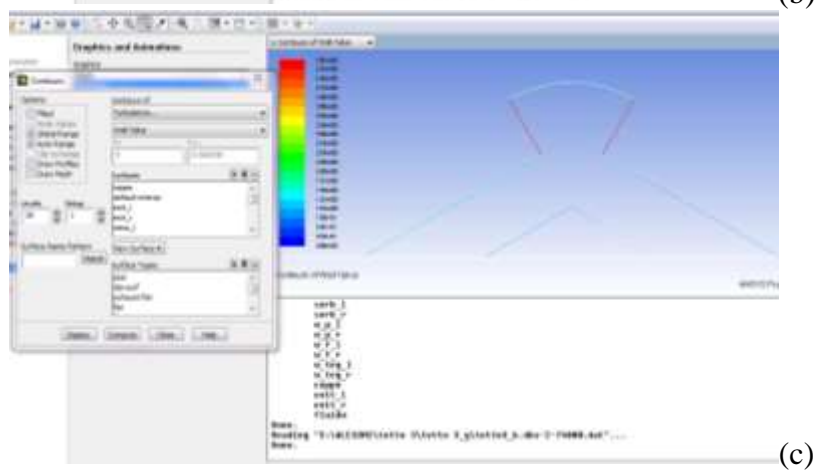
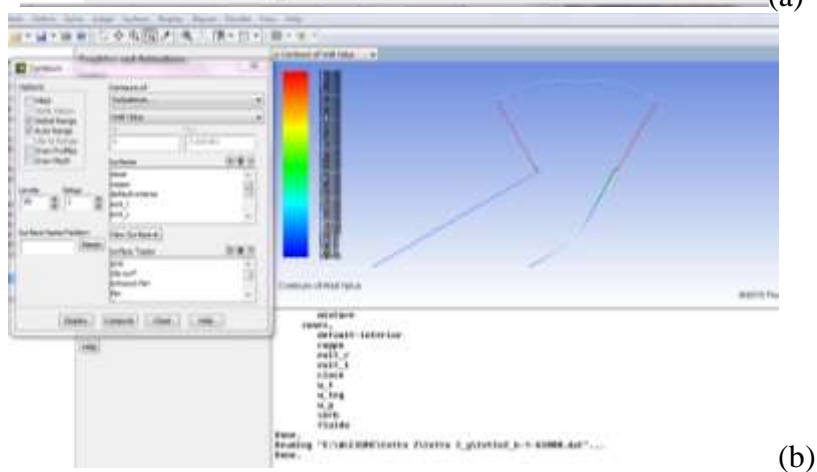
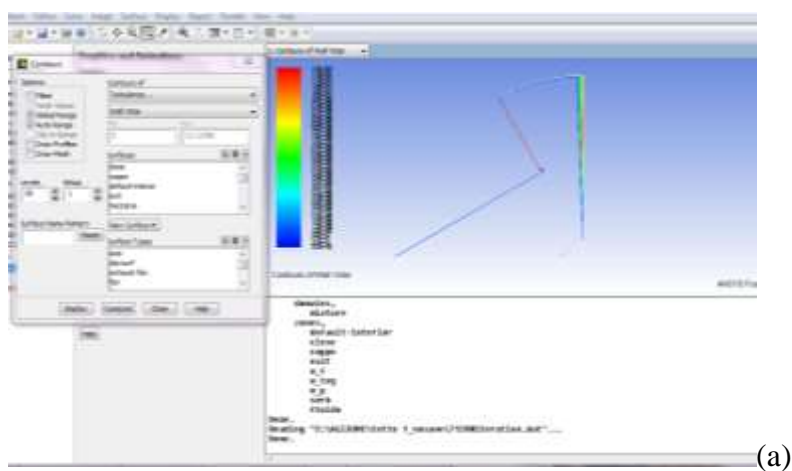
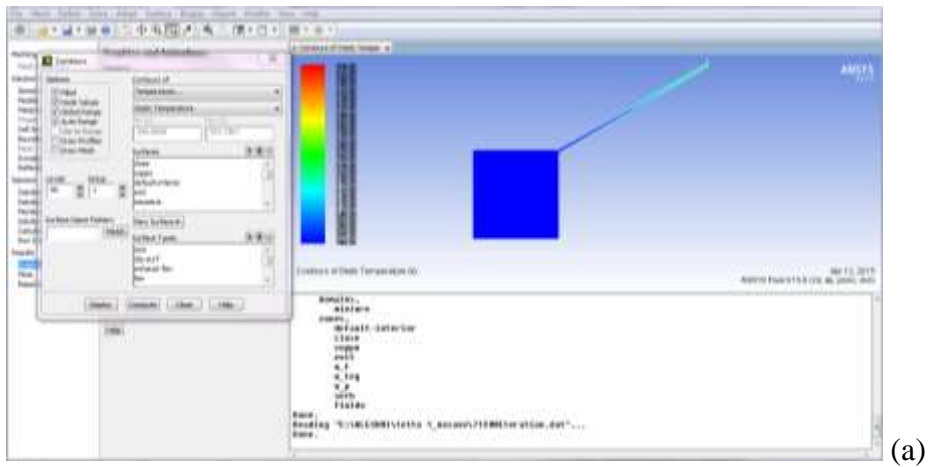
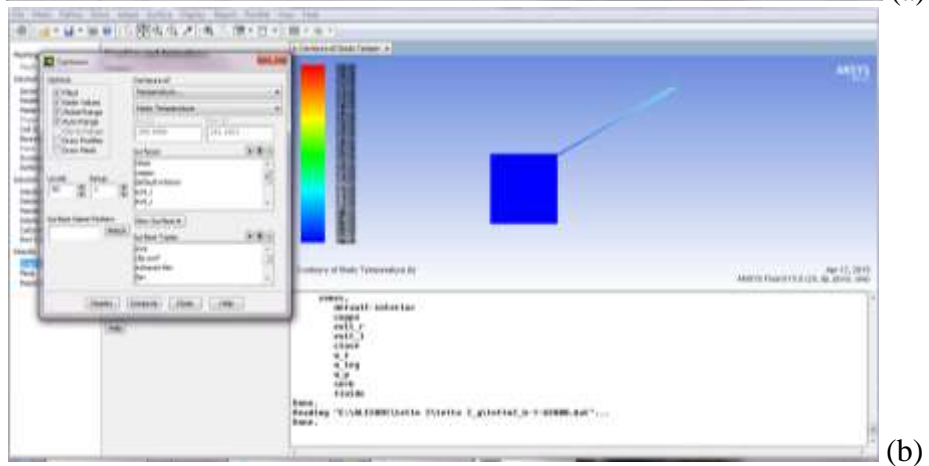


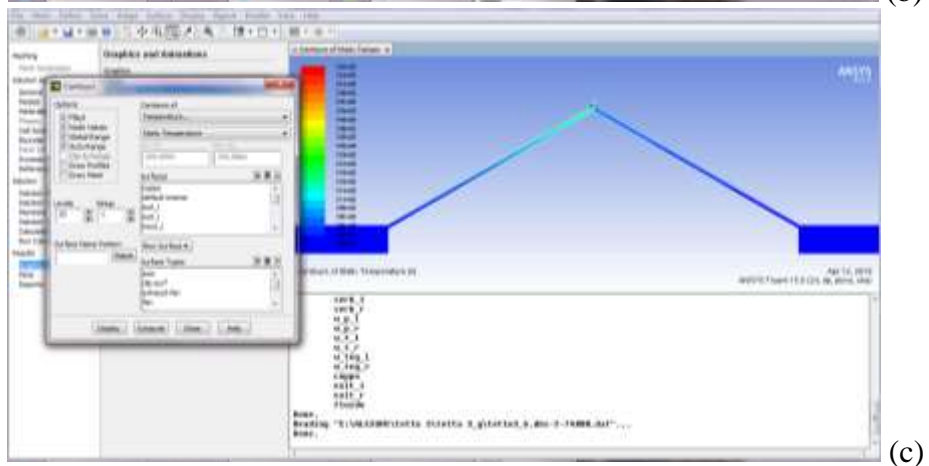
Figura 5.20: Valori della turbolenza per: (a) Configurazione (1); (b) Configurazione (2); (c) Configurazione (3).



(a)



(b)



(c)

Figura 5.21: Valori della Temperatura per: (a) Configurazione (1); (b) Configurazione (2); (c) Configurazione (3).

## 5.6 Analisi della mesh

La scelta della mesh da utilizzare è un compromesso tra la bontà della soluzione e il tempo di calcolo. In questo ambito, è stato effettuato uno studio su diverse configurazioni geometriche, utilizzando lo stesso modello di mesh. In particolare, per creare la mesh, sono state realizzate e confrontate diverse griglie con l'equazione di estrapolazione di Richardson: in base ad essa, è possibile stimare un valore di riferimento ad una generica quantità, confrontando due successive configurazioni relative alle mesh esaminate. L'errore percentuale è calcolato in termini di Numero di Nusselt medio, che è calcolato per la superficie superiore del canale. I risultati sono relativi a 6 griglie differenti. In Figura 5.22 sono mostrati i particolari di due griglie.

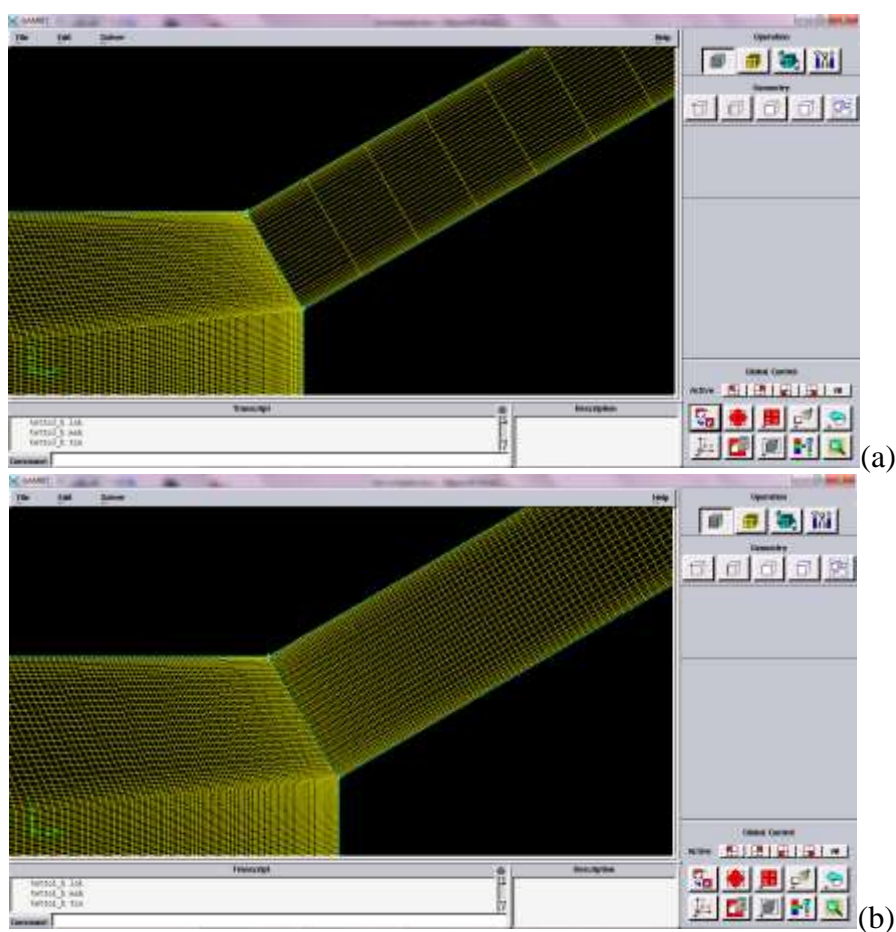


Figura 5.22: Particolare della (a) Mesh 1 e (b) Mesh 2.

Questa verifica è stata effettuata, in particolare, a causa della presenza di vortici nella sezione di ingresso dell'intercapedine, dovuti al movimento dell'aria in prossimità di un canale convergente, come mostrato in Figura 5.23:

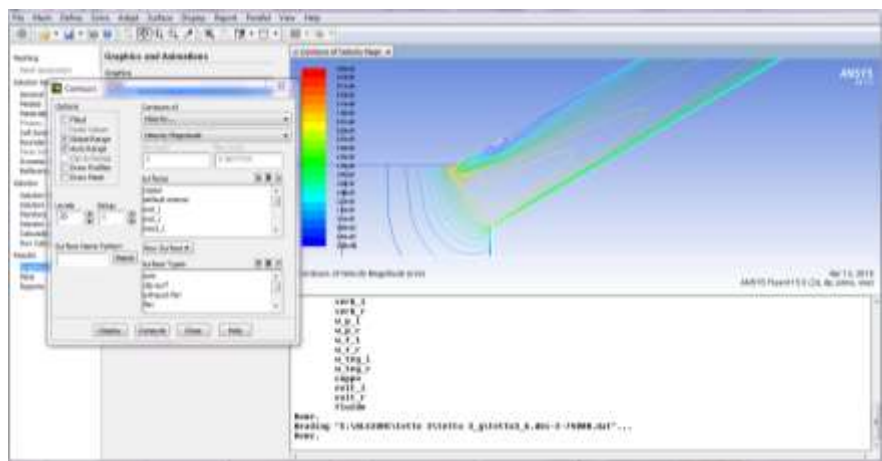


Figura 5.23: Vortice d'aria all'ingresso dell'intercapedine.

In Tabella 5 sono riportati il numero di celle  $N$  di ogni mesh analizzata e il relativo Numero di Nusselt. In Figura 5.24 è mostrato l'errore percentuale. La griglia scelta conta 52057 celle di calcolo (Mesh 4) ed essa rappresenta il compromesso ottimale tra l'accuratezza della simulazione e la durata del tempo di calcolo.

Mesh	$N_{cells}$	$Nu$	%ERR
1	13651	249.67	8.98
2	27022	257.37	5.72
3	42134	268.47	1.35
4	52057	269.16	1.09
5	82527	269.5	0.96
6	150981	272.09	-

Tabella 5: Errore percentuale sul Numero di Nusselt.

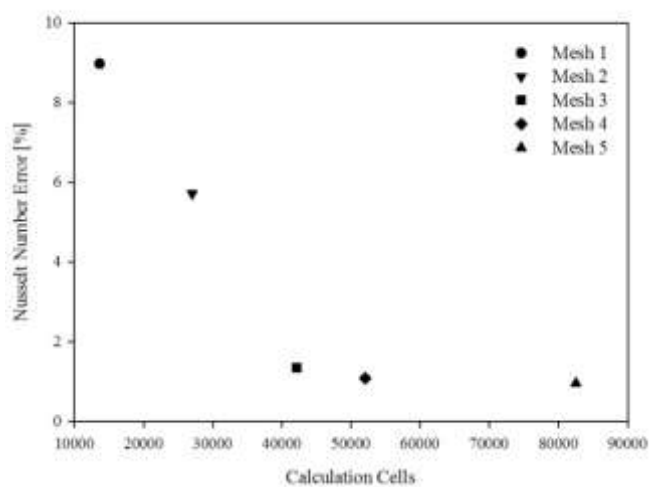


Figura 5.24: Errore percentuale del Numero di Nusselt.

## **Bibliografia**

- [1] FLUENT 15.0, user's guide
- [2] GAMBIT 2.1.6, user's guide
- [3] Norma UNI 8089:2012: Edilizia - Coperture e relativi elementi funzionali - Terminologia funzionale.
- [4] L. Venturi, Coperture Ventilare, appunti del corso di "Elementi di Tecnologia dell'Architettura", Università di Bologna, A.A. 2007/2008.
- [5] Celenit SPA Isolanti Termici - Pannelli isolanti termici ed acustici per l'edilizia, "Soluzioni per il benessere abitativo"
- [6] H.Versteeg, V. Malalasekera "An Introduction to Computational Fluid Dynamics, the Finite Volume Method", Longman, (1996).
- [7] M. Miyamoto, Y. Katoh, J. Kurima, H. Saki, Turbulent free convection heat transfer from vertical parallel plates, Heat Transfer 4 (1986) 1593-1598.



## **CAPITOLO 6**

# **CASI STUDIO E RISULTATI**

## 6.1 Introduzione

Di seguito, sono analizzati i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche effettuate sul tetto ventilato [1, 2]. In fase preliminare, è stata analizzata l'influenza del coppo sul comportamento fluidodinamico del sistema. Si ricordi, a tal proposito, che il modello è composto da un canale inclinato, la cui linea superiore simula le proprietà di tutti gli strati al di sopra il canale aerato, mentre la linea inferiore simula le proprietà di tutti gli strati al di sotto del canale. Il dominio ha dimensioni finite ed è posizionato in un mezzo indefinito e, oltre che dal canale ventilato, è composto da due serbatoi, posti all'ingresso e all'uscita del canale. Le dimensioni del serbatoio di uscita sono caratterizzate dalla sezione di uscita del canale e dipendono dalla forma del coppo [3, 4].

Per analizzare l'influenza del coppo, sono analizzate quattro configurazioni del serbatoio di uscita:

- *Configuration 1*, in Figura 6.1 (a), mostra il coppo tagliato in mezzeria e c'è una sezione di uscita alla sinistra del coppo (in rosso);
- *Configuration 2*, in Figura 6.1 (b), mostra il coppo completo e ci sono due sezioni di uscita (in rosso);
- *Configuration 3*, in Figura 6.1 (c), è geometricamente uguale alla Configuration 2, ma il coppo è impostato come sezione di uscita (in rosso);
- *Configuration 4*, in Figura 6.1 (d), presenta un serbatoio di uscita più grande (in rosso), utile a conoscere cosa accade nella regione vicino la sezione di uscita del canale ventilato, e la linea verticale che chiude il serbatoio (in giallo) è impostata come “simmetry”, linea di simmetria, per simulare l'effetto di una struttura a doppia falda. Le dimensioni del serbatoio sono  $h_x = h_y = 0.50$  m, così definito grazie ad alcuni test computazionali effettuati, che hanno provato che la variazione di temperatura e velocità all'interno del canale è piccola per maggiori dimensioni del serbatoio.

Dati i risultati di queste analisi preliminari, sono state effettuate ulteriori simulazioni considerando le 3 configurazioni geometriche descritte nel capitolo precedente: Configurazione (1), tetto a singola falda, con coppo tagliato in mezzeria; Configurazione (2), tetto a singola falda con coppo intero; Configurazione (3), tetto a doppia falda. Sulla superficie superiore

dell'intercapedine sono state considerate 5 condizioni di carico termico; per ogni condizione di carico termico, inoltre, sono state effettuate le analisi relative a 3 condizioni sulla superficie inferiore dell'intercapedine: Adiabatic, Summer e Winter (come riportato nel paragrafo 4.4.5) [5, 6].

In totale, sono stati analizzati 15 casi:

- *Caso 1*: Configurazione geometrica (1), flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore adiabatica.
- *Caso 2*: Configurazione geometrica (1), flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s = 298 \text{ K}$ .
- *Caso 3*: Configurazione geometrica (1), flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w = 293 \text{ K}$ .
- *Caso 4*: Configurazione geometrica (2), flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore adiabatica.
- *Caso 5*: Configurazione geometrica (2), flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s = 298 \text{ K}$ .
- *Caso 6*: Configurazione geometrica (2), flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $1000 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w = 293 \text{ K}$ .
- *Caso 7*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $866 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $134 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra adiabatiche.
- *Caso 8*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $866 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $134 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra poste a  $T_s = 298 \text{ K}$ .
- *Caso 9*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $866 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $134 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra poste a  $T_w = 293 \text{ K}$ .
- *Caso 10*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $707 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $293 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra adiabatiche.
- *Caso 11*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $707 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie

superiore destra pari a  $293 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra poste a  $T_s = 298 \text{ K}$ .

- *Caso 12*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $707 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $293 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra poste a  $T_w = 293 \text{ K}$ .
- *Caso 13*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra adiabatiche.
- *Caso 14*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra poste a  $T_s = 298 \text{ K}$ .
- *Caso 15*: Configurazione geometrica (3), flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ , flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ , superfici inferiori destra e sinistra poste a  $T_w = 293 \text{ K}$ .

## 6.2 Analisi numerica

Per l'analisi delle Configurations 1-4, descritte nel paragrafo precedente, sulla superficie superiore del tetto è applicato un flusso termico uniforme pari a  $1000 \text{ W/m}^2$  per simulare condizioni climatiche tipiche delle regioni mediterranee. La superficie inferiore del tetto è simulata adiabatica. La temperatura e la pressione operative sono pari, rispettivamente, a  $300 \text{ K}$  e  $1.013 \text{ bar}$  [9].

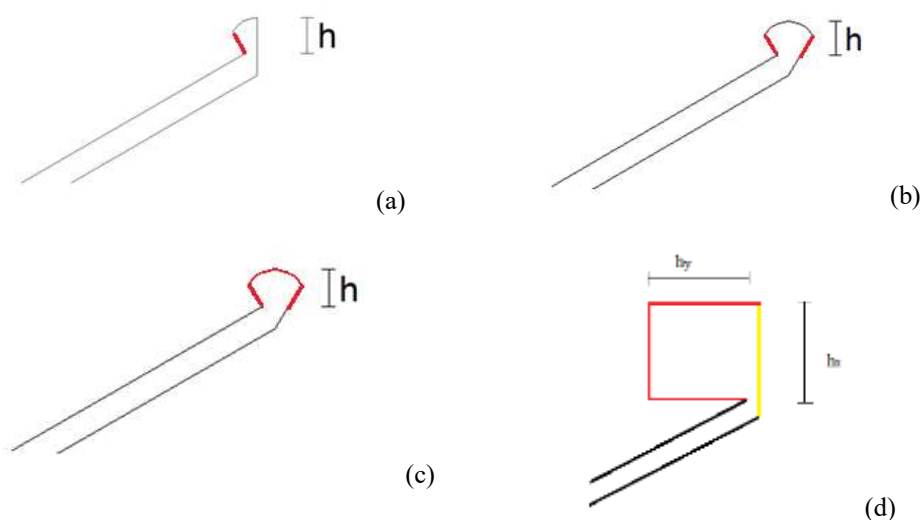


Figura 6.1: Configurazioni della sezione di uscita del canale ventilato; (a) Configuration 1; (b) Configuration 2; (c) Configuration 3; (d) Configuration 4.

In Figura 6.2 sono riportati i Campi di Temperatura. In generale, si osserva che i valori aumentano nel canale con la distanza dalla sezione di imbocco. Il valore massimo è raggiunto vicino alla sezione di uscita del canale. La Configuration 1 presenta il valore più alto della temperatura. Nel canale ventilato senza il coppo, i valori aumentano nel canale con la distanza dall'imbocco e sono più alti vicino la sezione di uscita del serbatoio. L'andamento è lo stesso visto in Figura 6.2 (a), ma quando c'è il coppo, questo è riscaldato dall'aria che lascia il canale; ora, la sezione di uscita è libera ed è l'aria nell'ambiente ad essere riscaldata. Per la Configuration 4, nel serbatoio di uscita l'aria è riscaldata verticalmente dal flusso proveniente dal canale.

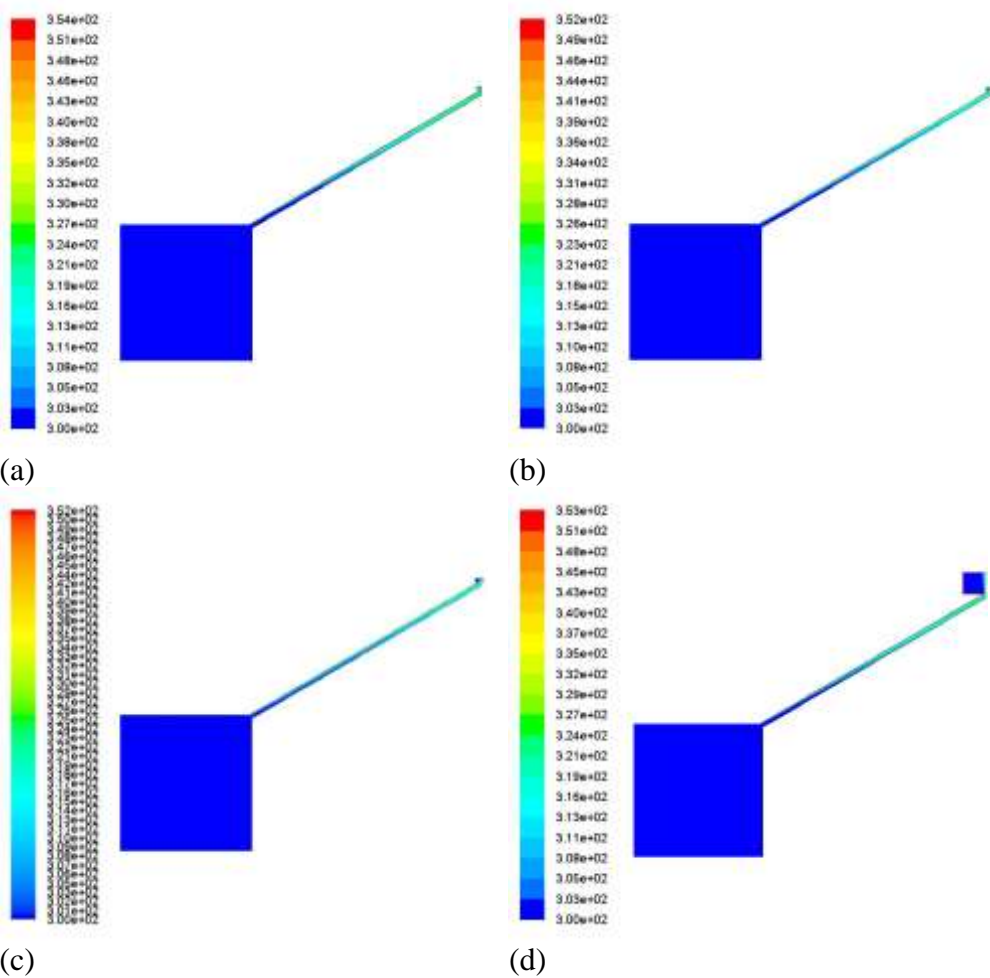


Figura 6.2: Campo di Temperatura [K]: (a) Configuration 1; (b) Configuration 2; (c) Configuration 3; (d) Configuration 4.

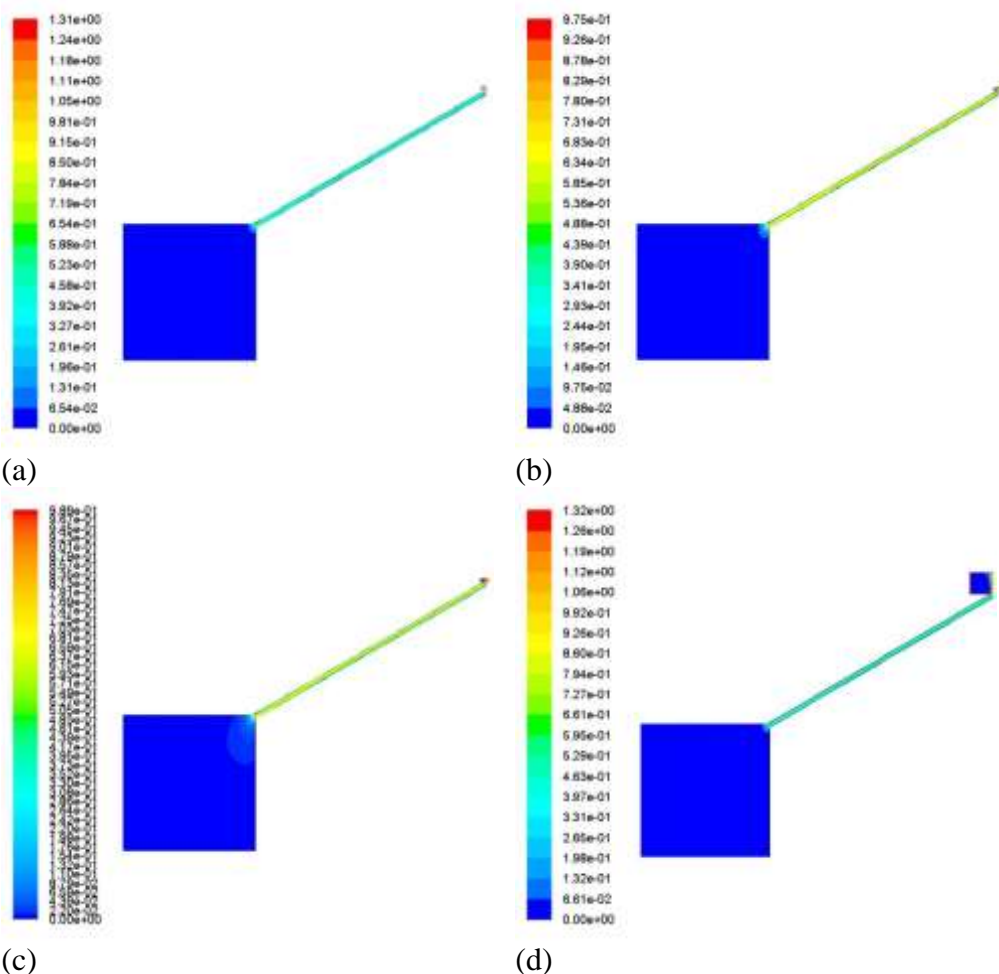


Figura 6.3: Campo di Velocità [m/s]: (a) Configuration 1; (b) Configuration 2; (c) Configuration 3; (d) Configuration 4.

La Figura 6.3 mostra i campi di velocità nel tetto ventilato: i valori aumentano nel canale con la distanza dalla sezione di imbocco a causa del riscaldamento dell'aria. I valori della velocità sono più alti nella Configuration 1, ma solo in prossimità del coppo, a causa della forma del serbatoio di uscita, invece la Configuration 2 mostra i valori della velocità più alti in tutto il canale. anche per le Configurations 3 e 4 il valore massimo è raggiunto vicino la sezione di uscita del canale ventilato. Quanto detto è meglio riportato in Figura 6.4, che mostra i vettori velocità nel serbatoio di uscita del canale. A causa della forma geometrica della zona di uscita della Configuration 1, in Figura 6.4 (a), un vortice fa aumentare i valori della velocità in prossimità del coppo e si riscontrano valori

più alti rispetto alla Configuration 2, in Figura 6.4 (b). Nella Configuration 3, in Figura 6.4 (c), i valori più alti della velocità sono raggiunti nella sezione di uscita sulla destra: il flusso caldo segue il contorno della sezione di uscita del canale e c'è un'area di stagnamento sulla sinistra dell'uscita del serbatoio. Nella Configuration 4, in Figura 6.4 (d), il fluido caldo risale verso l'alto e i valori della velocità sono più alti lungo la linea di simmetria, ma in assenza di serbatoio non c'è un vortice vicino la sezione di uscita, poiché l'aria si muove verticalmente verso l'ambiente esterno.

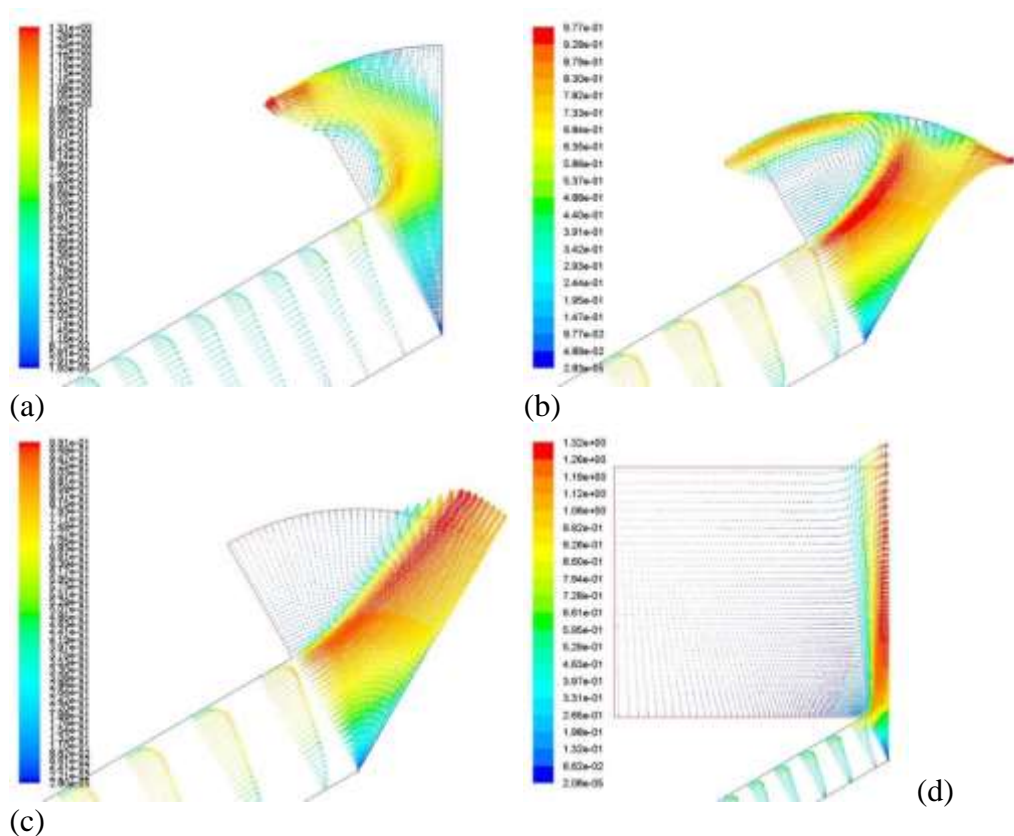


Figura 6.4: Vettori Velocità nel serbatoio di uscita: (a) Configuration 1; (b) Configuration 2; (c) Configuration 3; (d) Configuration 4.

Di seguito, sono riportati i profili di temperatura lungo 5 sezioni trasversali del canale, lungo la direzione Y, con  $0 \leq Y \leq b$ , posizionate a 1.00 m, 2.00 m, 3.00 m, 4.00 m, 5.00 m dall'entrata (lungo la direzione X). L'andamento è lo stesso



lungo le sezioni del tetto, perché parte del calore converge nella zona più bassa della copertura e la temperatura aumenta verso la parte superiore del tetto. Il valore massimo è raggiunto nella sezione di uscita, sulla linea superiore per tutte e quattro le configurazioni analizzate.

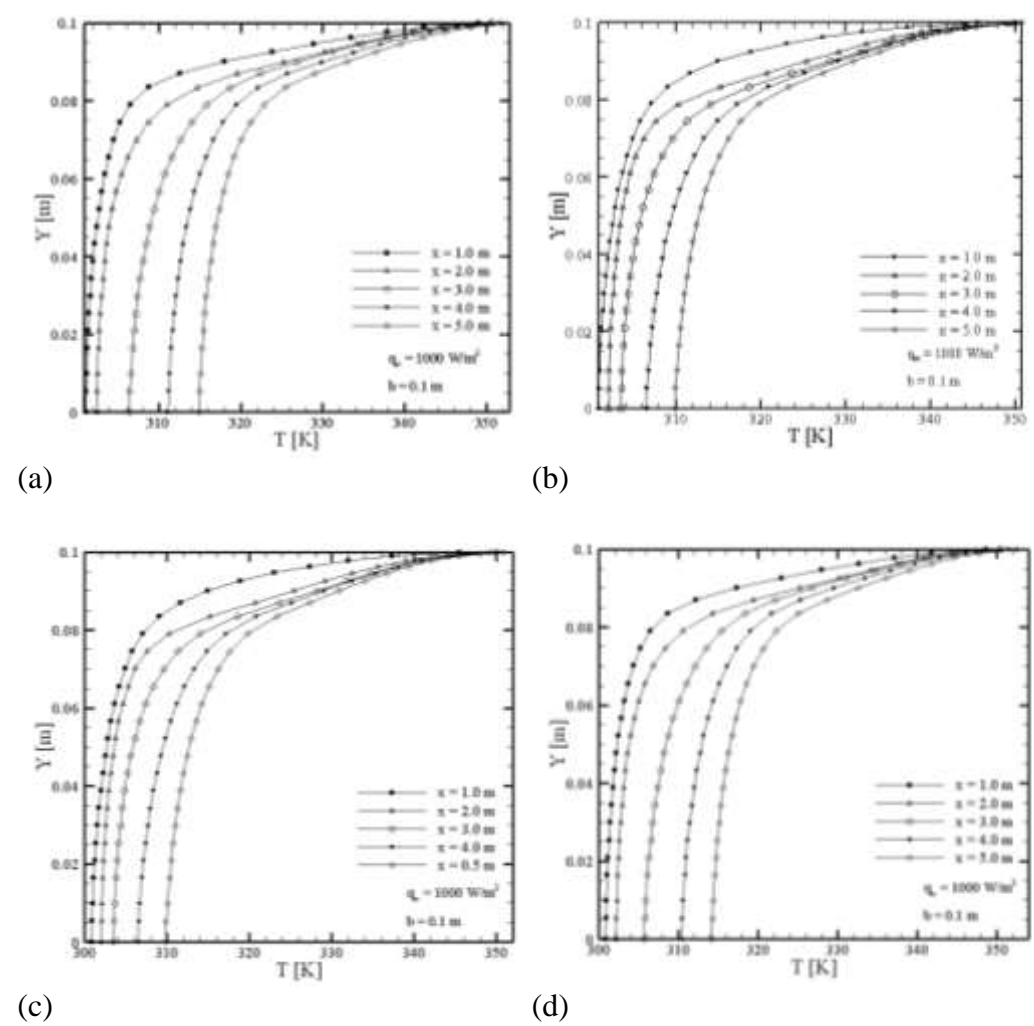
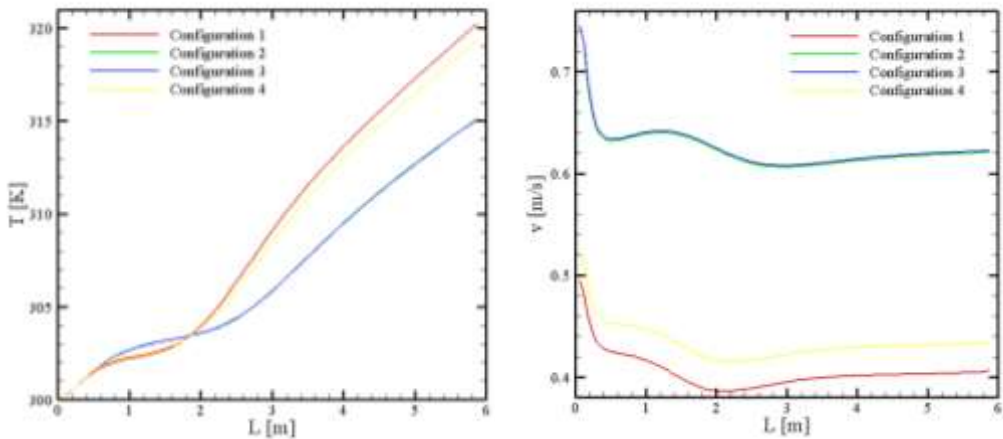


Figura 6.5: Profili di Temperatura nelle sezioni trasversali: (a) Configuration 1; (b) Configuration 2; (c) Configuration 3; (d) Configuration 4.



(a) (b)  
 Figura 6.6: Profili di Temperatura (a) e di Velocità (b) dell'aria lungo l'asse del canale ventilato.

Le Figure 6.6 (a) e 6.6 (b) mostrano gli andamenti di temperatura e velocità lungo l'asse di mezzeria del canale ventilato (lungo la direzione X, con  $0 \leq X \leq L$ , a  $Y = b/2$ ). Le Configurations 1 e 4, con una sezione di uscita più piccola, presentano un valore più alto della temperatura e il più basso valore di velocità nel canale ventilato. Le Configurations 2 e 3 presentano gli stessi valori di temperatura e velocità: questi andamenti mostrano che la presenza del coppo influenza i valori nel serbatoio di uscita, ma non nel canale ventilato e una sezione di uscita più larga favorisce un abbassamento della temperatura e un miglior trasporto di aria calda nella cavità.

Dalle analisi effettuate è stato possibile dedurre che le Configurations 1 e 4 presentano i valori più alti di temperatura e i più bassi di velocità nel canale. La forma geometrica del serbatoio di uscita implica lo sviluppo di un vortice quando il coppo è tagliato in mezzeria e un effetto camino quando il serbatoio di uscita ha dimensioni maggiori. Le Configurations 2 e 3, invece, presentano i valori più alti di velocità nel canale: la presenza di due sezioni di uscita (o di una sezione più ampia) favorisce il flusso di aria calda. La variazione nell'apertura del canale cambia il comportamento dinamico del fluido. La presenza del coppo influenza la temperatura e la velocità nella sezione di uscita, ma i risultati relativi alle Configurations 2 e 3 mostrano che il coppo non influenza ciò che accade nel canale. Comunque, il coppo è un elemento architettonico molto importante,

soprattutto per proteggere il canale dalle intemperie e dai corpi estranei. La forma del coppo e le dimensioni del serbatoio esterno non influenzano il comportamento della cavità di ventilazione: il restringimento della sezione di uscita caratterizza sia i valori di temperatura che di velocità nel canale. Il restringimento del canale causa un aumento della temperatura e una diminuzione della velocità nel canale.

Grazie a quanto ottenuto da questi risultati, sono state effettuate le simulazioni relative ai Casi 1-15, descritti nel paragrafo precedente. Per la visualizzazione dei risultati, sono state prese in considerazione: 5 linee lungo la sezione del canale, poste a distanza di 1 m, 2 m, 3 m, 4 m, 5m rispettivamente dall'imbocco del canale, per i profili di temperatura e velocità e per il valore di portata massica d'aria; la linea identificativa della superficie superiore dell'intercapedine (interfaccia tra legno ed aria), per il profilo di temperatura e del numero di Nusselt; la linea d'asse del canale, per i profili di temperatura e velocità [6]. Le sezioni analizzate sono riportate in Figura 6.7.

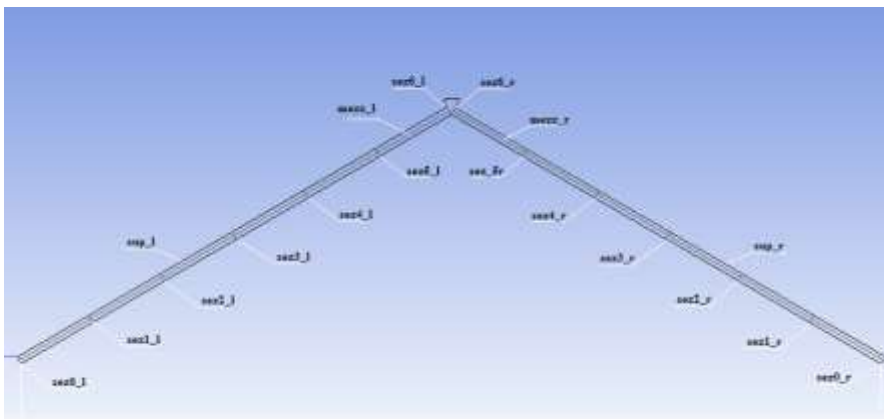


Figura 6.7: Sezioni del canale per la visualizzazione dei risultati delle simulazioni.

*Sez0\_l,r: sezioni di ingresso dell'intercapedine a sinistra e a destra; sez1\_l,r: sezioni ad 1 m dall'ingresso sinistro e destro, rispettivamente; sez2\_l,r: sezioni a 2 m dall'ingresso; sez3\_l,r: sezioni a 3 m dall'ingresso; sez4\_l,r: sezioni a 4 m dall'ingresso; sez5\_l,r: sezioni a 5 m dall'ingresso; sez6\_l,r: sezioni allo sbocco dell'intercapedine; mezz\_l: linea d'asse dell'intercapedine sinistra; mezz\_r: linea d'asse dell'intercapedine destra; sup\_l: linea superiore dell'intercapedine sinistra; sup\_r: linea superiore dell'intercapedine destra.*

Non sono stati considerati i profili di temperatura e velocità nelle sezioni trasversali sinistre e destre 1 e 6 poiché si trovano rispettivamente all'imbocco e allo sbocco dei canali.

Si analizzano, di seguito, i risultati ottenuti.

### **6.2.1 Portata Massica**

Lungo le sezioni trasversali, sono stati ricavati i valori di portata massica d'aria che attraversa il canale; i valori sono riportati in Tabella 6.1.

Si osserva che nei Casi 4, 5 e 6, in cui si considera la Configurazione geometrica (2), il valore della portata massica è superiore a quello relativo ai Casi 1, 2 e 3, in cui si considera la Configurazione geometrica (1), per ogni condizione della superficie inferiore dell'intercapedine. Per i casi successivi, in cui è stata utilizzata la Configurazione geometrica (3), il valore della portata massica risulta superiore nell'intercapedine a cui è assegnato il valore più alto di flusso termico; è stata effettuata, quindi, un'ulteriore suddivisione, al fine di distinguere i risultati ottenuti per le falde sinistra e destra del tetto. Per i Casi 7, 8, 9, con una condizione di flusso ripartito in  $866 \text{ W/m}^2$  sulla falda sinistra e  $134 \text{ W/m}^2$  sulla falda destra, i valori di portata massica risultano superiori nell'intercapedine sinistra. Per i Casi 10, 11 e 12, con una condizione di flusso ripartito in  $707 \text{ W/m}^2$  sulla falda sinistra e  $293 \text{ W/m}^2$  sulla falda destra, i valori di portata massica risultano superiori nell'intercapedine sinistra. Per i Casi 13, 14 e 15, con una condizione di flusso ripartito in  $500 \text{ W/m}^2$  sulla falda sinistra e  $500 \text{ W/m}^2$  sulla falda destra, i valori di portata massica risultano gli stessi in entrambe le intercapedini.

Dai risultati ottenuti, si può concludere che i valori massimi di portata corrispondono alla Configurazione geometrica (2), con superficie inferiore dell'intercapedine adiabatica.

<b>Caso</b>	<b>Configurazione</b>	<b><math>\dot{m}</math> [kg/s]</b>
<b>1</b>	1	0.00470
<b>2</b>	1	0.00449
<b>3</b>	1	0.00433
<b>4</b>	2	0.00698
<b>5</b>	2	0.00673
<b>6</b>	2	0.00649
<b>7_l</b>	3 (falda sinistra)	0.00594
<b>8_l</b>	3 (falda sinistra)	0.00465
<b>9_</b>	3 (falda sinistra)	0.00436
<b>7_r</b>	3 (falda destra)	0.00184
<b>8_r</b>	3 (falda destra)	0.00138
<b>9_r</b>	3 (falda destra)	0.00109
<b>10_l</b>	3 (falda sinistra)	0.00488
<b>11_l</b>	3 (falda sinistra)	0.00475
<b>12_l</b>	3 (falda sinistra)	0.00463
<b>10_r</b>	3 (falda destra)	0.00227
<b>11_r</b>	3 (falda destra)	0.00190
<b>12_r</b>	3 (falda destra)	0.00154
<b>13</b>	3	0.00358
<b>14</b>	3	0.00328
<b>15</b>	3	0.00301

Tabella 6.1: Portata massica per i Casi analizzati.

Di seguito, in Figura 6.8, è mostrato il valore della portata massica in funzione del flusso termico imposto sulla superficie superiore dell'intercapedine, distinguendo le condizioni della superficie inferiore dell'intercapedine. Si osserva che, in corrispondenza di  $q_w = 1000 \text{ W/m}^2$ , ci sono 2 gruppi di valori: quelli più in basso sono riferiti ai *Casi 1, 2 e 3*, mentre quelli più in alto sono riferiti ai *Casi 4, 5 e 6*, in cui si fa riferimento ad una Configurazione geometrica (2): la presenza del coppo intero permette di ottenere dei risultati che mostrano lo stesso andamento di quelli ottenuti considerando la struttura nella sua interezza.

In termini adimensionali [7], grazie al numero di Reynolds e del numero di Rayleigh, si ottiene qualitativamente lo stesso andamento, come mostrato in Figura 6.9 .

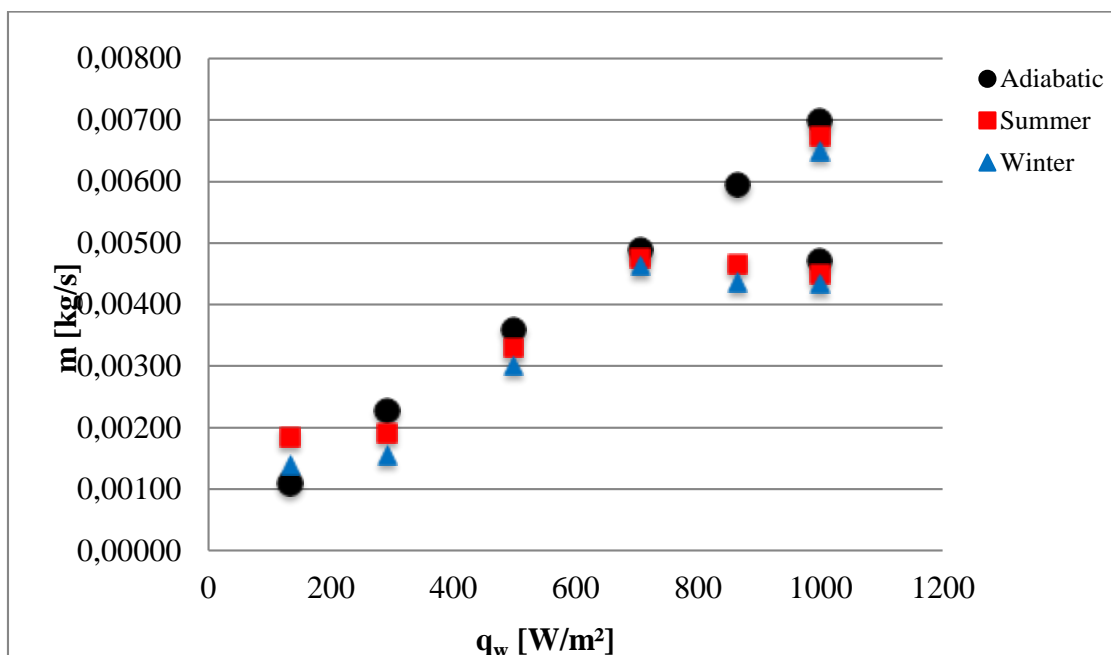


Figura 6.8: Portata massica in funzione del flusso termico.

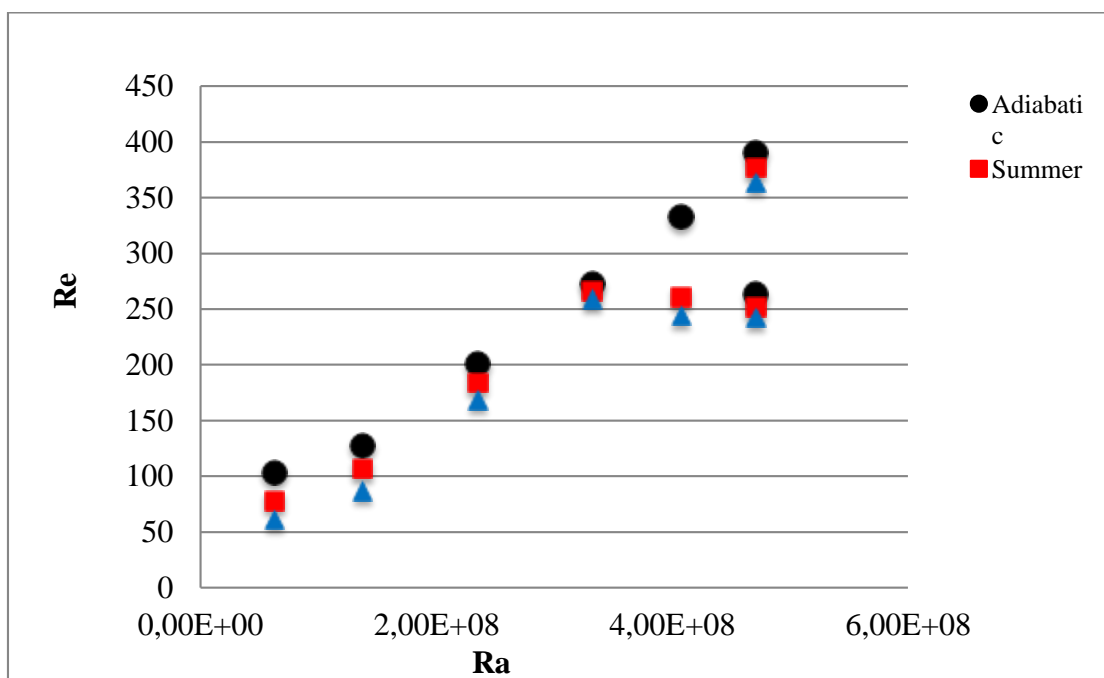


Figura 6.9: Numero di Reynolds in funzione del numero di Rayleigh.

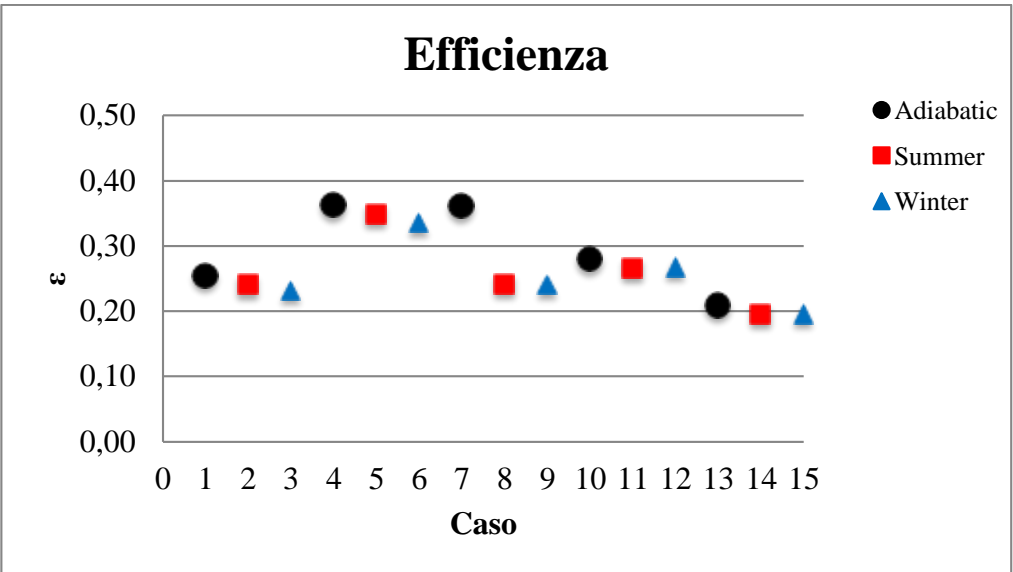
È stato ricavato il valore dell'efficienza [8] per ognuno dei casi analizzati, come il rapporto tra la potenza termica utile e la potenza termica disponibile:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_u}{\dot{Q}_d} \quad (6.1)$$

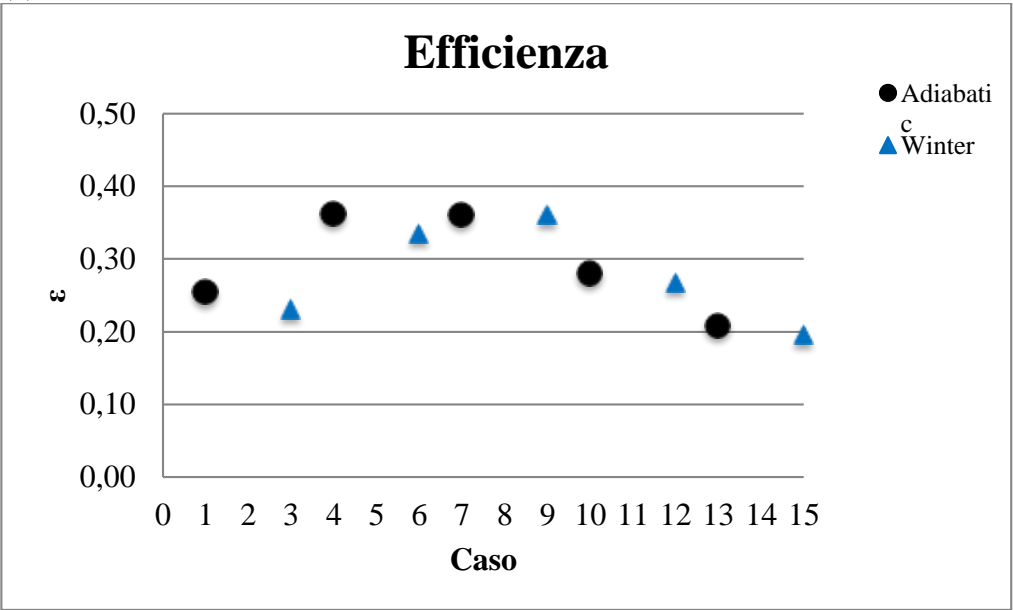
in cui:

$$\dot{Q}_u = \dot{m} c_p (T_{mu} - T_{mi}) \quad (6.2)$$

In Figura 6.10 (a) si riportano i valori dell'Efficienza distinguendo le condizioni “*Adiabatic*”, “*Summer*” e “*Winter*”. Come si vede dalla Figura 6.10 (b), l'efficienza in regime invernale è più bassa di quella in regime adiabatico ed estivo a parità di configurazione geometrica e condizioni a contorno. Se, però, si considera che il calore che si ha all'interno dell'intercapedine può essere introdotto all'interno dell'ambiente in inverno (al fine di migliorare le condizioni termoigrometriche con un conseguente risparmio energetico), il valore dell'efficienza in regime invernale aumenta, diventando prossimo a quello in regime adiabatico.



(a)



(b)

Figura 6.10: Efficienza relativa a: (a) Casi analizzati nei tre regimi; (b) Casi analizzati in regime adiabatico ed invernale.



## 6.2.2 Temperatura lungo la linea d'asse dell'intercapedine

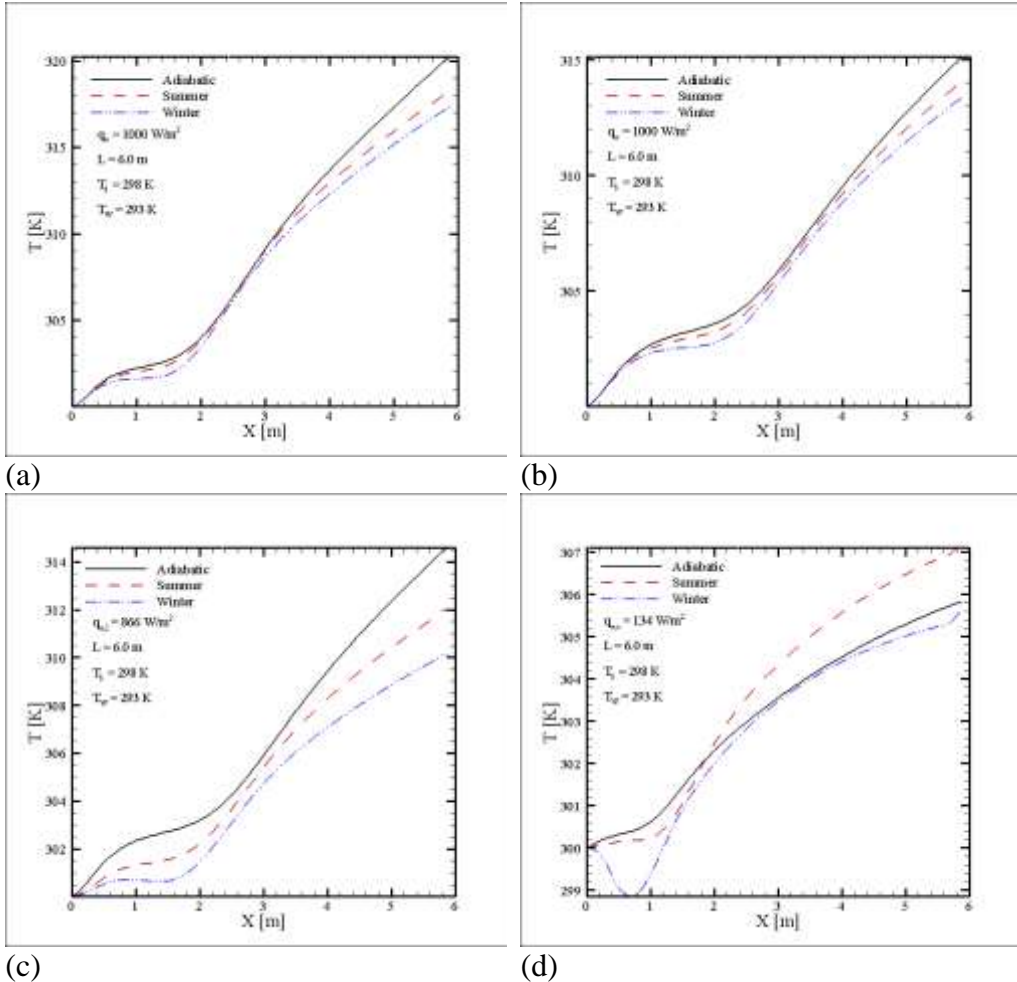


Figura 6.11: Temperatura lungo la linea d'asse per: (a) Casi 1, 2 e 3; (b) Casi 4, 5 e 6; (c) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse sinistra; (d) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse destra.

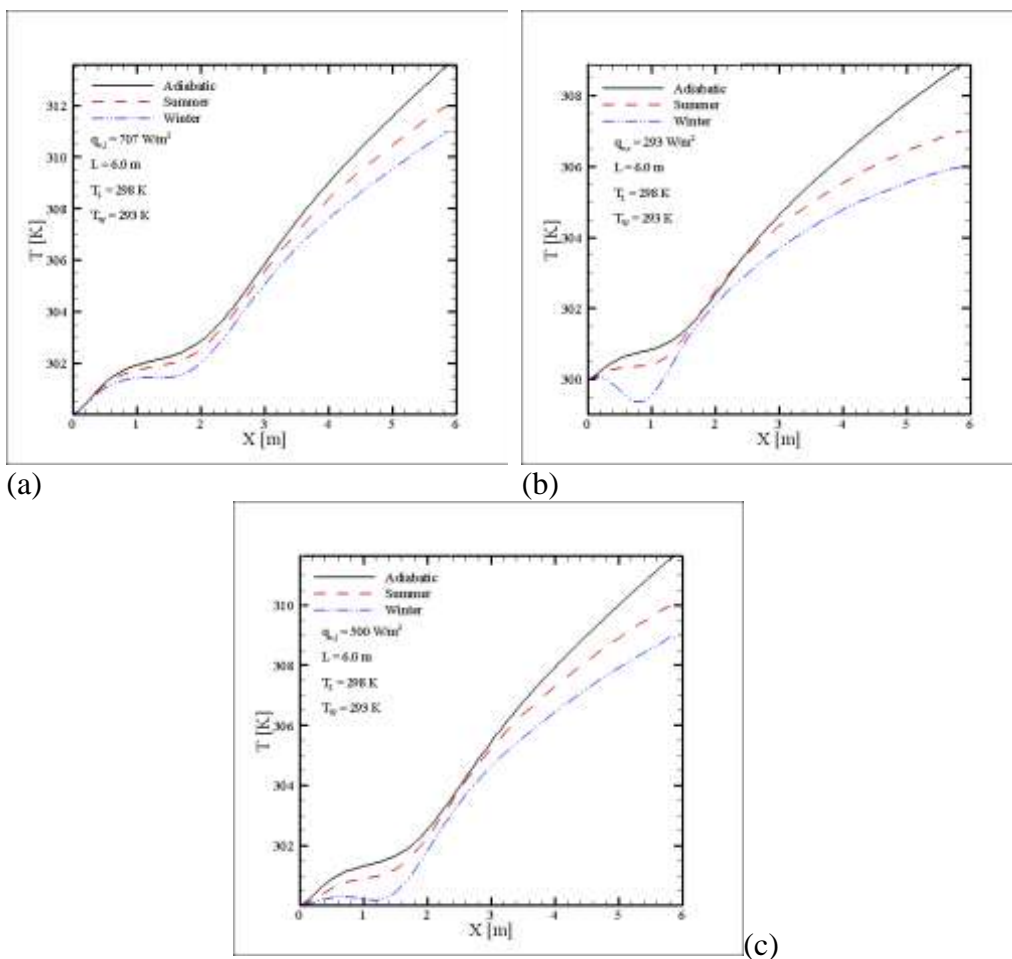


Figura 6.12: Temperatura lungo la linea d'asse per: (a) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse sinistra; (b) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse destra; (c) Casi 13, 14 e 15.

Il valore della temperatura all'imbocco è prossima a quella dell'aria esterna, per poi crescere all'interno dell'intercapedine, grazie al moto convettivo di aria che, asportando una quota del calore derivante dall'irraggiamento sul manto di copertura, consente all'intercapedine di riscaldarsi rispetto all'ambiente esterno. I valori superiori di temperatura si riscontrano quando si considera la Configurazione geometrica (1). In particolare, per il Caso 1, il valore massimo è di circa 320 K. Inoltre, per ogni caso esaminato, i valori maggiori di temperatura si osservano per la condizione adiabatica della superficie inferiore dell'intercapedine. Questo andamento non si ha solo quando il valore del flusso di calore è relativamente piccolo, ovvero nei Casi 7, 8 e 9 per la falda destra, con

$q_w = 134 \text{ W/m}^2$ , in cui il valore minimo di temperatura è inferiore a 306 K, e nei Casi 10, 11 e 12 per la falda destra, con  $q_w = 293 \text{ W/m}^2$ , in cui il valore minimo di temperatura è pari a 306 K. Quando si considera la condizione invernale, si osserva l'influenza della minore temperatura sulla superficie inferiore dell'intercapedine

### 6.2.3 Temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine

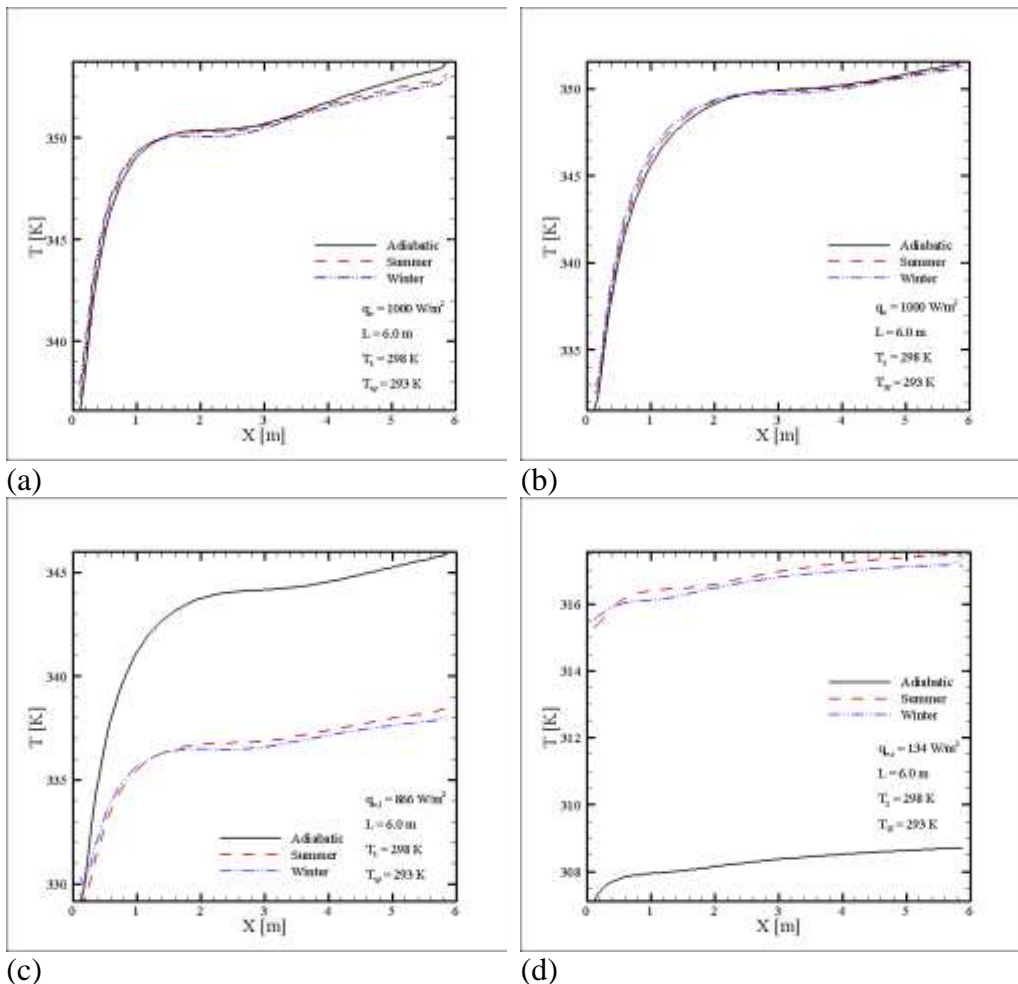


Figura 6.13: Temperatura lungo la superficie superiore per: (a) Casi 1, 2 e 3; (b) Casi 4, 5 e 6; (c) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse sinistra; (d) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse destra.

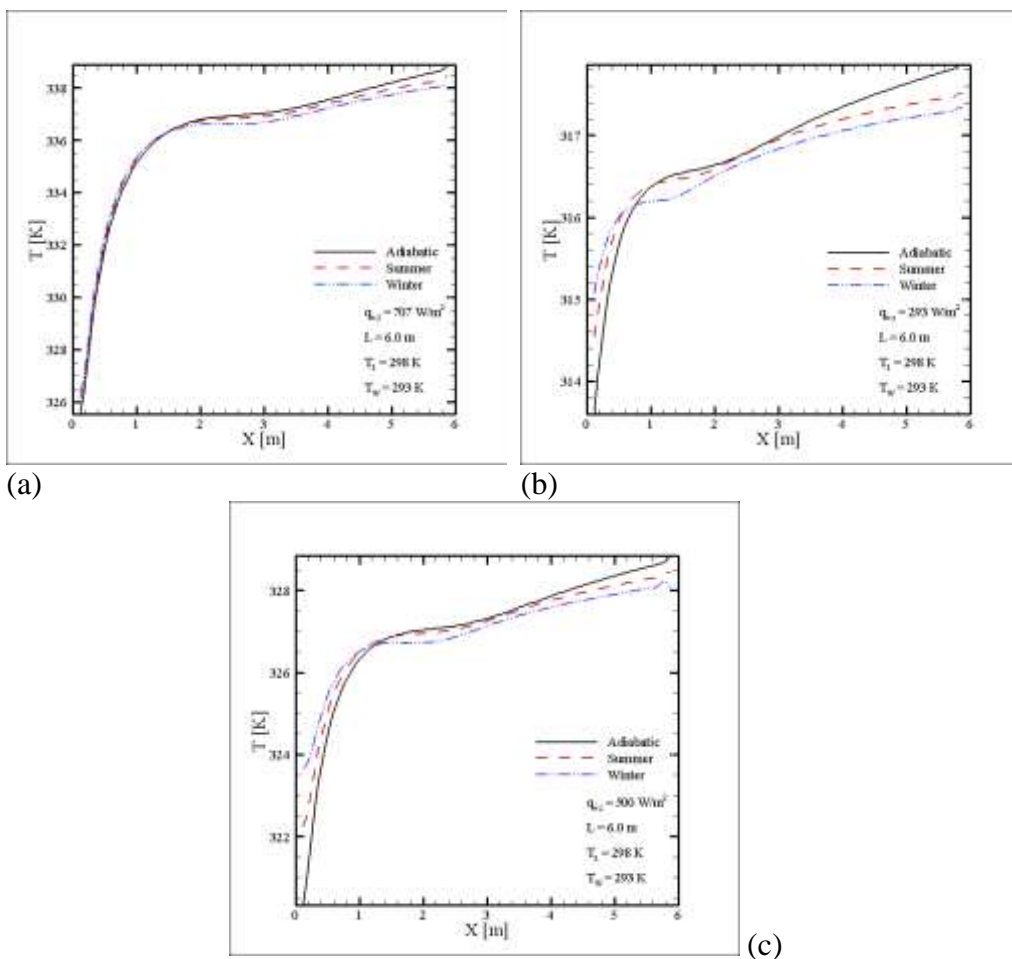


Figura 6.14: Temperatura lungo la superficie superiore per: (a) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse sinistra; (b) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse destra; (c) Casi 13, 14 e 15.

La temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine, a diretto contatto con l'ambiente esterno, cresce repentinamente nella sezione iniziale del canale e raggiunge il valore massimo in prossimità dello sbocco del canale, poiché la superficie si riscalda sia a causa del flusso termico applicato che per il passaggio d'aria all'interno del canale. I maggiori valori di temperatura si riscontrano quando si considera la Configurazione geometrica (1). Inoltre, per ogni caso esaminato, i valori maggiori di temperatura si riscontrano per la condizione adiabatica della superficie inferiore dell'intercapedine: questo andamento però si riscontra soltanto sulla parte finale della superficie. Il valore

massimo di temperatura si ha nel Caso 1 ed è pari a circa 355 K, di poco superiore alla temperatura massima raggiunta nei Casi 2 e 3. Per i Casi 4, 5 e 6, invece, la temperatura massima raggiunta è praticamente la stessa ed è pari a 352 K. Il valore minimo di temperatura si riscontra sulla falda destra nel Caso 7, quando il flusso termico è minimo, ed è pari a circa 307 K.

## 6.2.4 Temperatura lungo le superfici trasversali

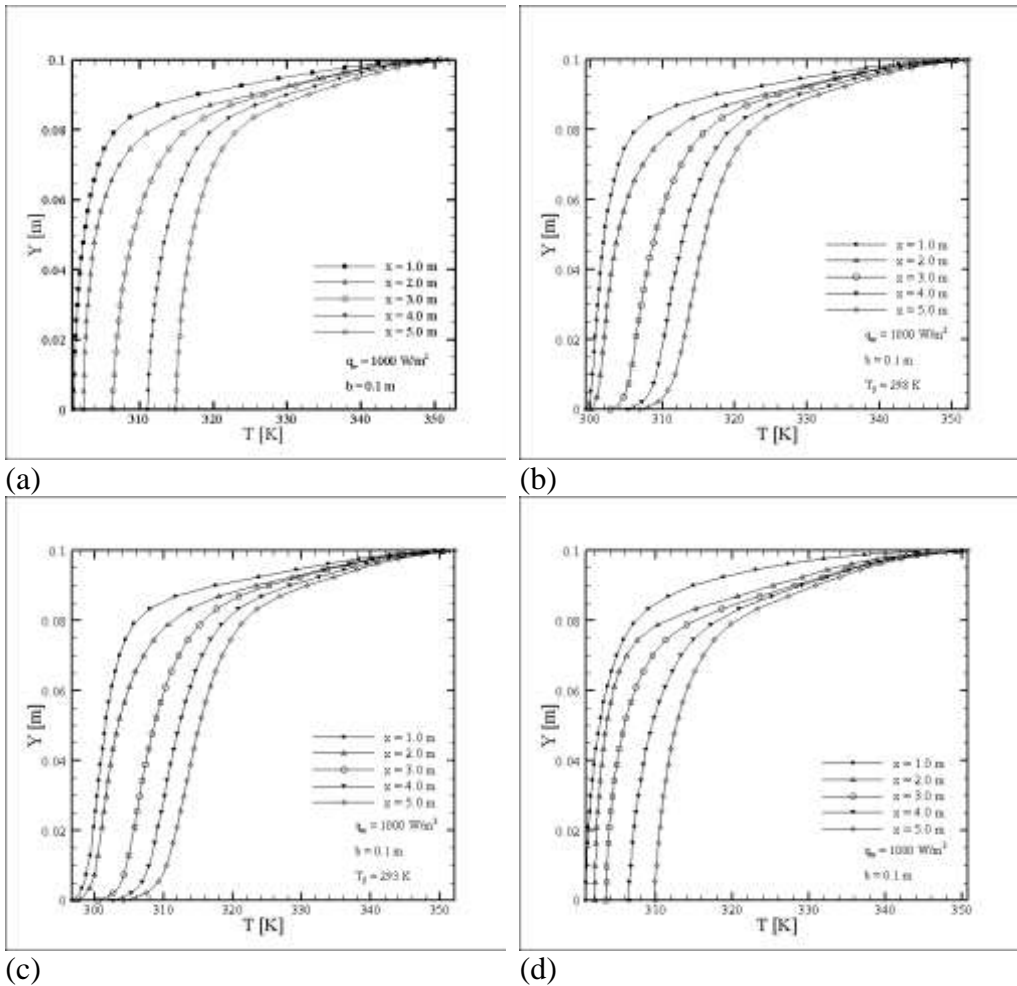
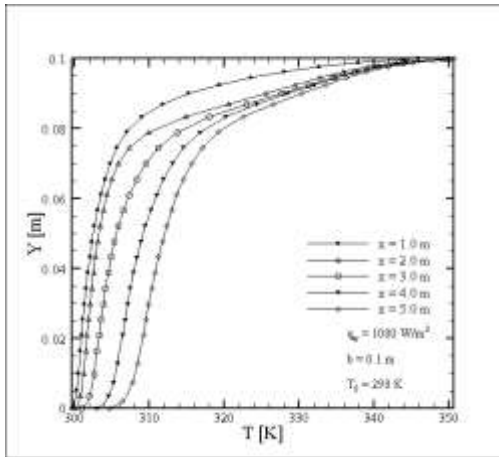
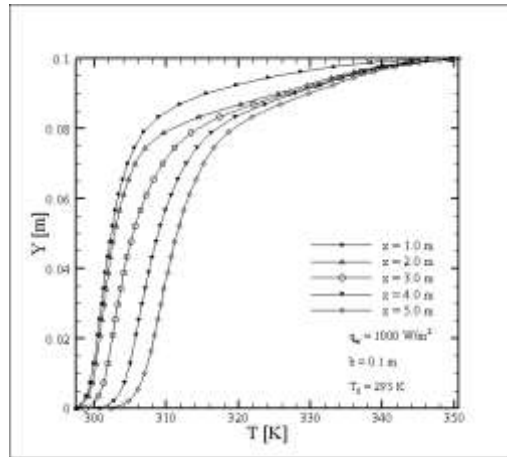


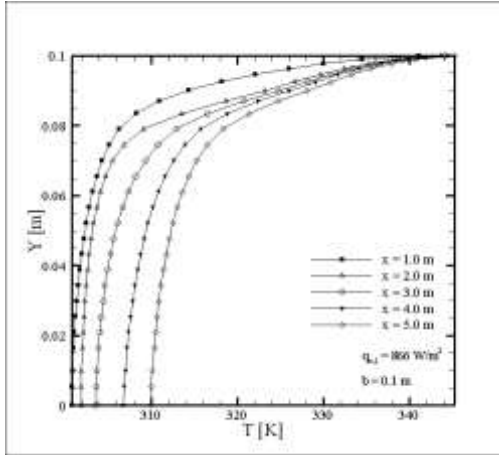
Figura 6.15: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.



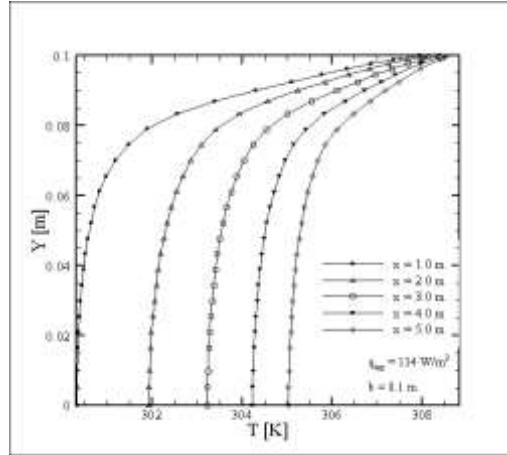
(a)



(b)

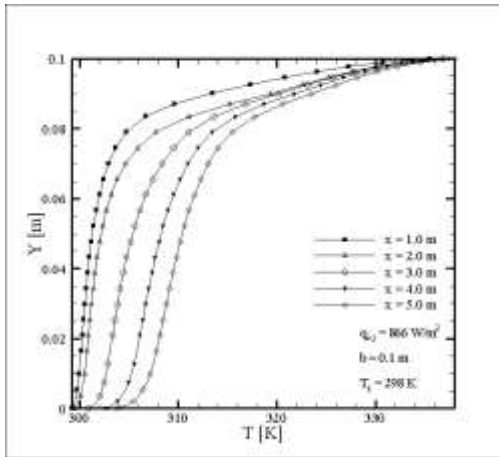


(c)

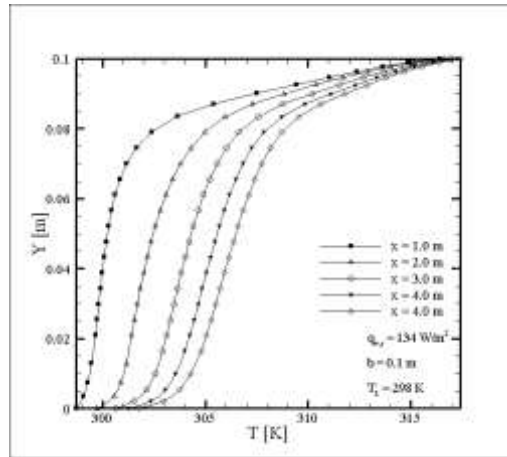


(d)

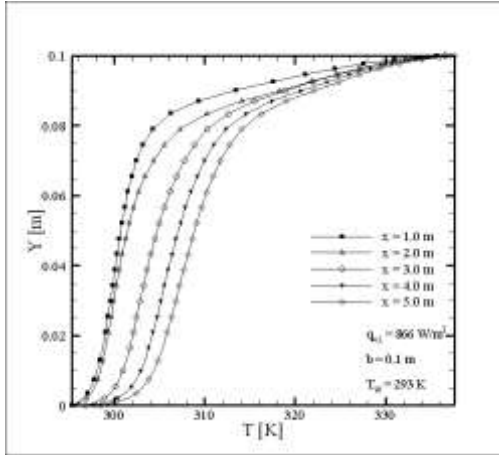
Figura 6.16: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 5; (b) Caso 6; (c) Caso 7 sinistra; (d) Caso 7 destra.



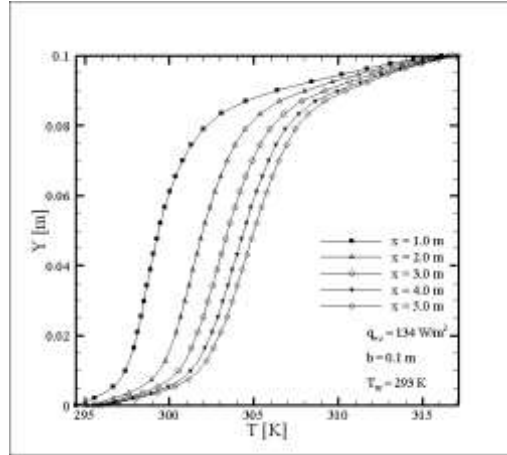
(a)



(b)

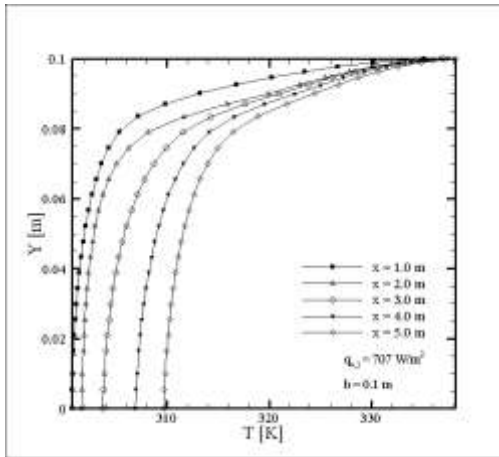


(c)

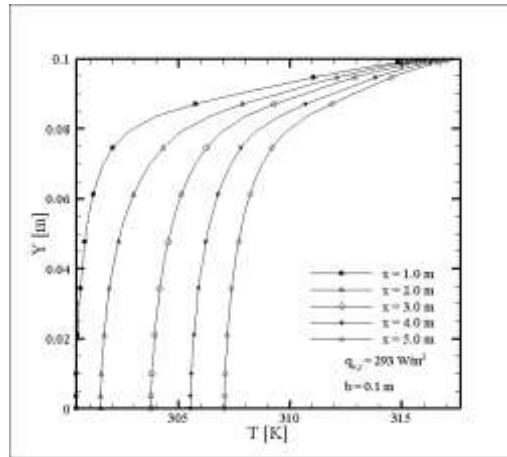


(d)

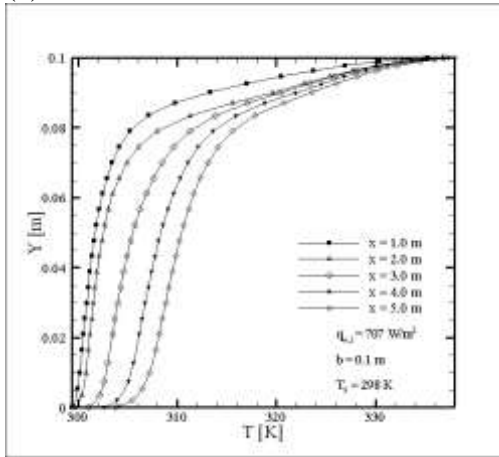
Figura 6.17: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 8 sinistra; (b) Caso 8 destra; (c) Caso 9 sinistra; (d) Caso 9 destra.



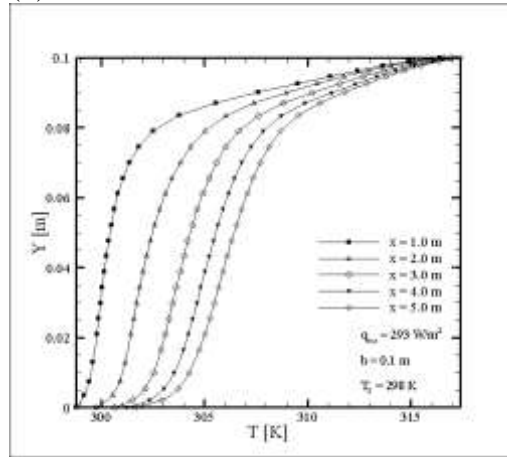
(a)



(b)



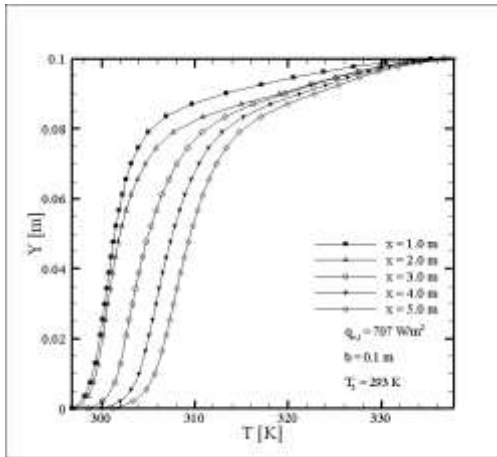
(c)



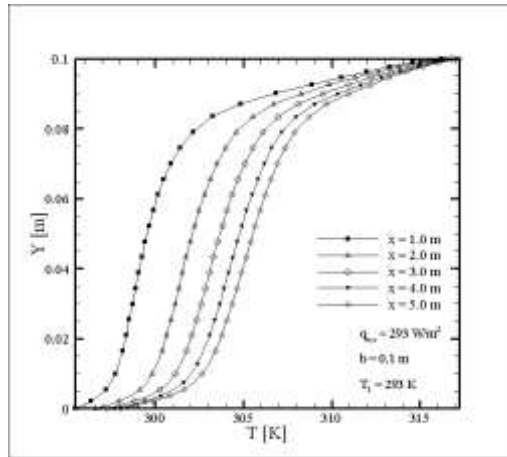
(d)

Figura 6.18: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 10 sinistra; (b) Caso 10 destra; (c) Caso 11 sinistra; (d) Caso 11 destra.

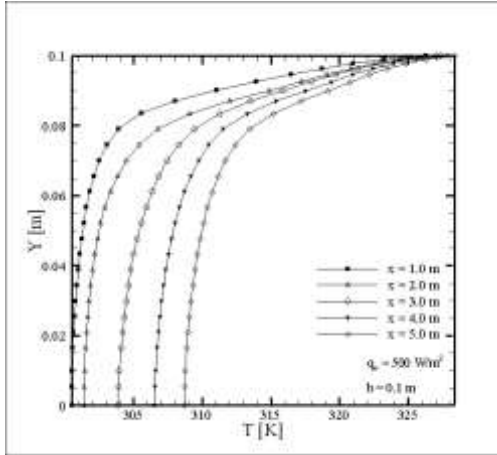




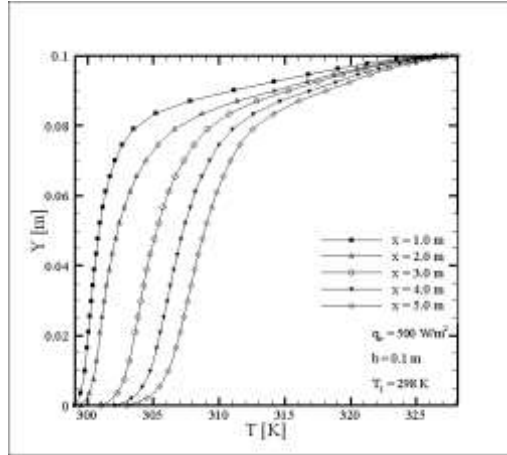
(a)



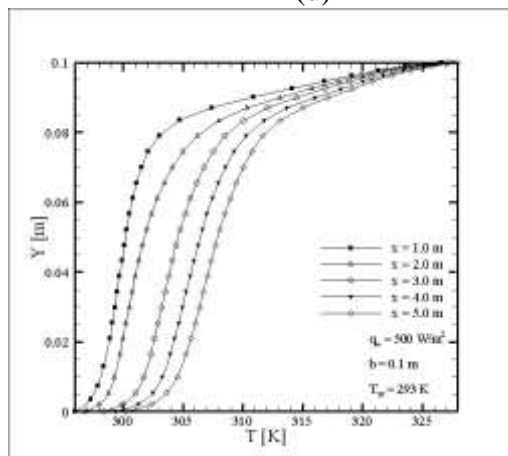
(b)



(c)



(d)



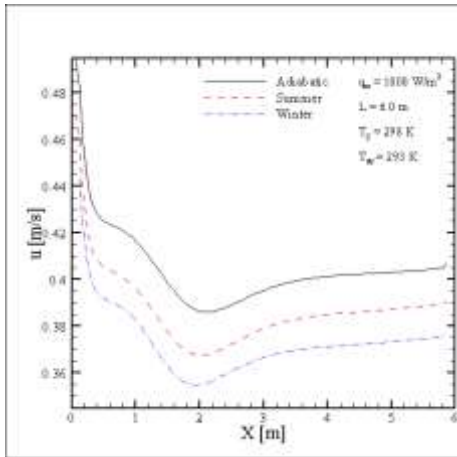
(e)

Figura 6.19: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 12 sinistra; (b) Caso 12 destra; (c) Caso 13; (d) Caso 14; (e) Caso 15.

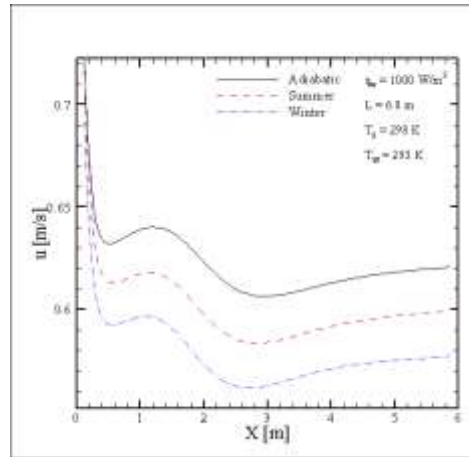
L'andamento della temperatura lungo le superfici trasversali è crescente; il valore minimo si ha in prossimità dello 0 di riferimento, posto nel punto di intersezione tra la superficie trasversale e la superficie inferiore dell'intercapedine, e il valore massimo si ha nel punto più elevato della sezione trasversale. Il valore minimo è influenzato sia dalla temperatura dell'aria all'imbocco, che dalla condizione della superficie inferiore e, all'interno del canale, i valori crescono. Per tutti i casi analizzati, i valori massimi di temperatura si riscontrano nell'ultima sezione (quella posta ad un'ascissa  $x$  pari a 5.0 m di distanza dall'imbocco dell'intercapedine) e l'andamento delle curve presenta una crescita repentina nell'ultimo tratto, in prossimità della superficie superiore. I valori nei casi di singola falda sono confrontabili e risultano minori nel caso di tetto a doppia falda, anche sul lato dove il flusso applicato è maggiore. Il valore massimo si ha nei Casi 1, 2 e 3 ed è pari a circa 352 K, invece il valore minimo si ha nel Caso 7, sulla falda destra dove il flusso applicato è  $q_w = 134 \text{ W/m}^2$ , ed è pari a circa 309 K.

### **6.2.5 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine**

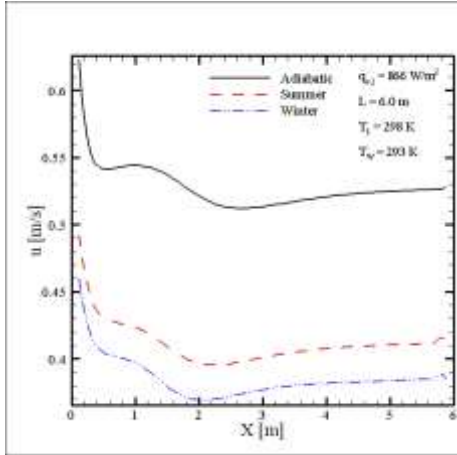
La velocità lungo la linea d'asse risulta maggiore all'imbocco, a causa dell'aspirazione d'aria dall'esterno. Ha poi un andamento discendente e cresce di nuovo verso lo sbocco, ma fino ad un valore che è comunque minore di quello iniziale. I valori maggiori si riscontrano per la condizione adiabatica della superficie inferiore, tranne nel caso di flusso termico molto piccolo (tetto a doppia falda, sul canale di destra nei Casi 7, 8 e 9). La velocità è massima nel caso di tetto a singola falda e con coppo intero, quando supera 0.7 m/s, mentre è minima nel Caso 7, quando è pari a circa 0.1 m/s all'imbocco del canale. nel caso di tetto a singola falda e con coppo tagliato in mezzeria, invece, la velocità è di poco superiore a 0.48 m/s.



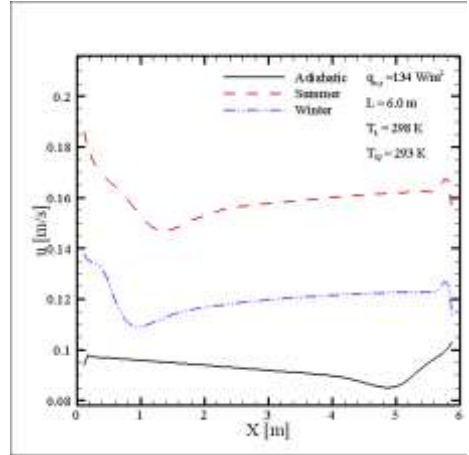
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.20: Velocità lungo la linea d'asse per: (a) Casi 1, 2 e 3; (b) Casi 4, 5 e 6; (c) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse sinistra; (d) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse destra.

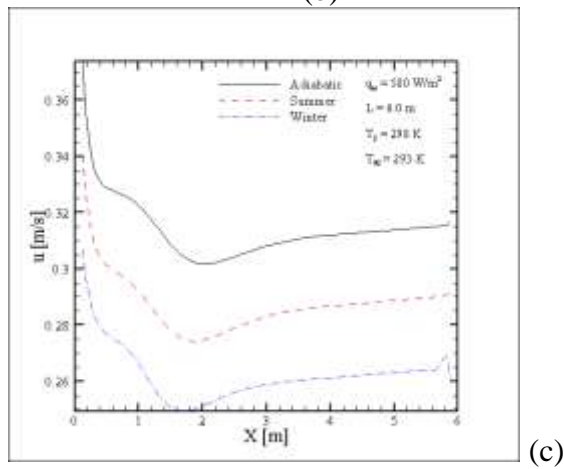
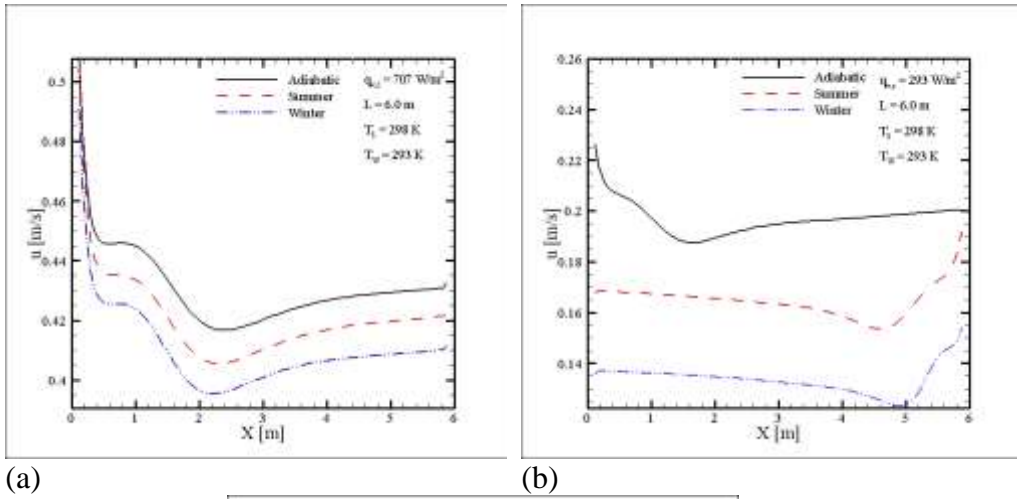
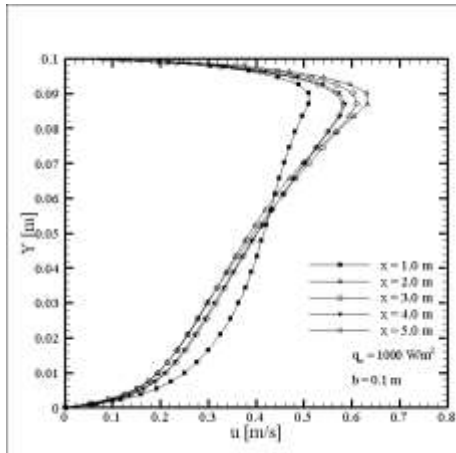
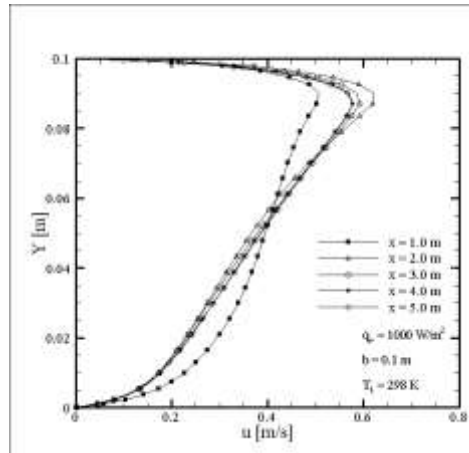


Figura 6.21: Velocità lungo la linea d'asse per: (a) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse sinistra; (b) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse destra; (c) Casi 13, 14 e 15.

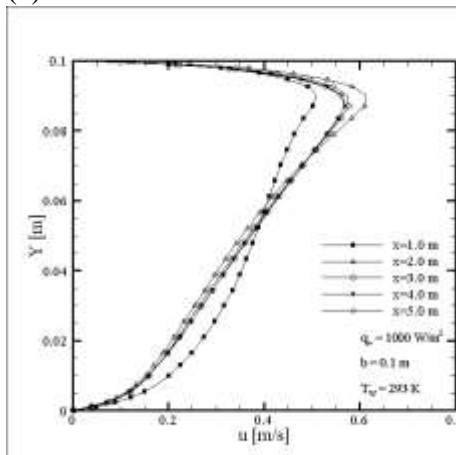
## 6.2.6 Velocità lungo le superfici trasversali



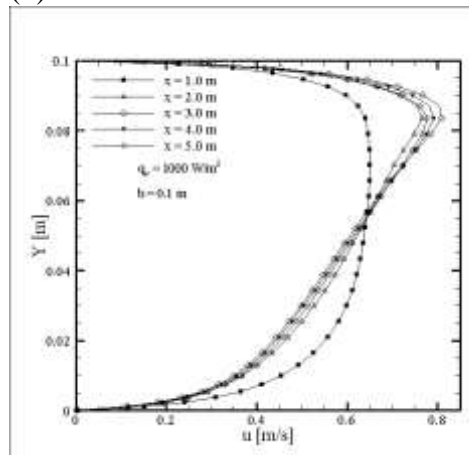
(a)



(b)

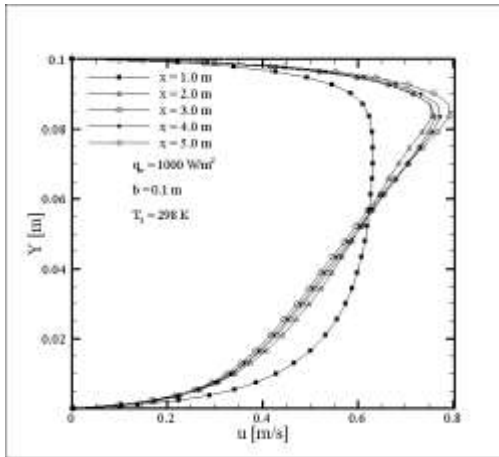


(c)

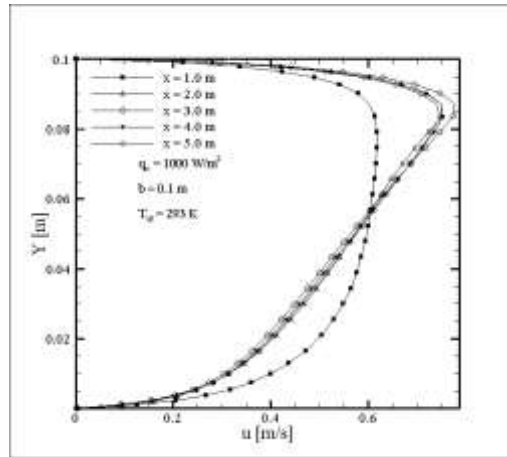


(d)

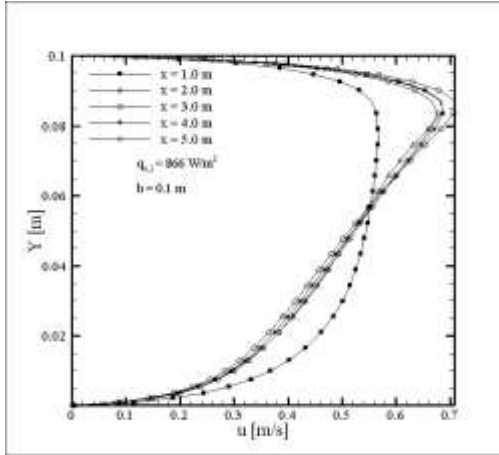
Figura 6.22: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.



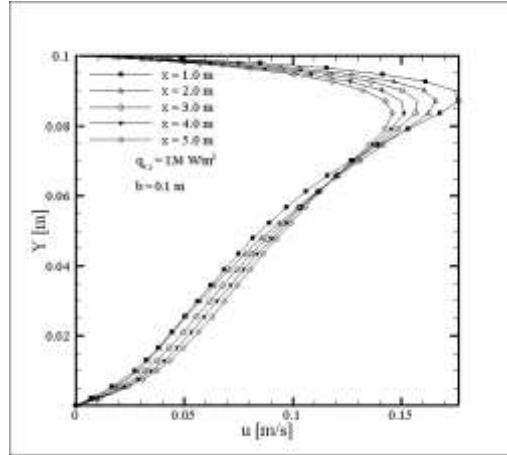
(a)



(b)

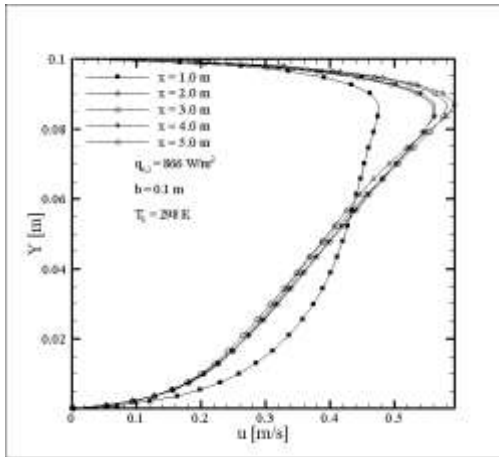


(c)

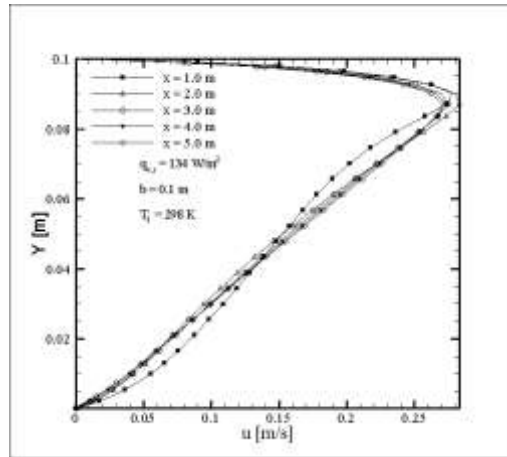


(d)

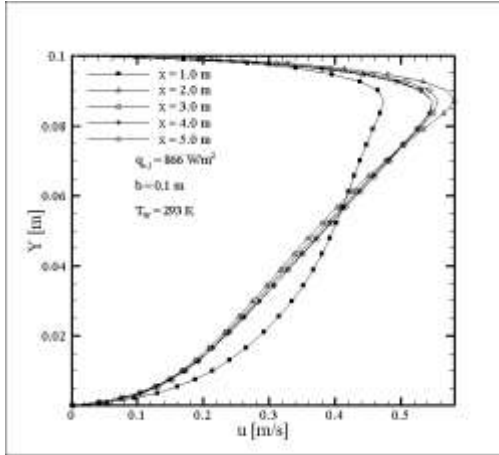
Figura 6.23: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 5; (b) Caso 6; (c) Caso 7 sinistra; (d) Caso 7 destra.



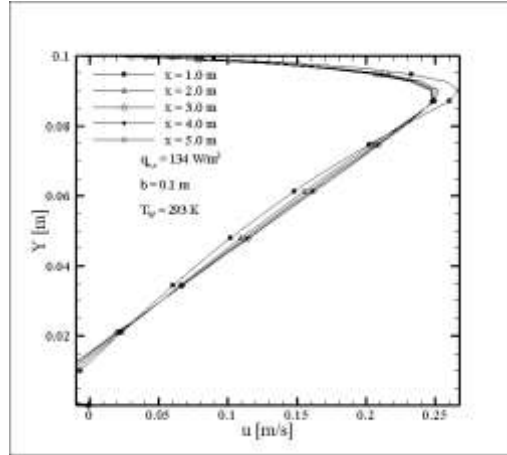
(a)



(b)

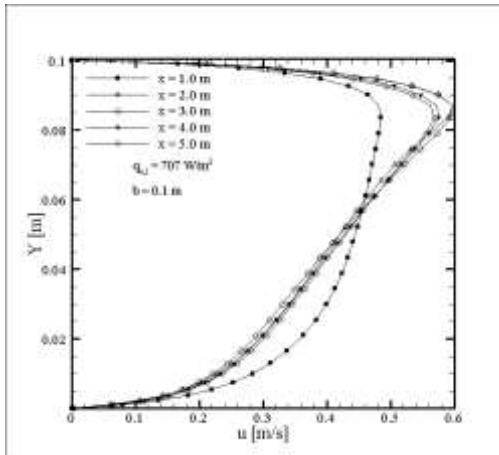


(c)

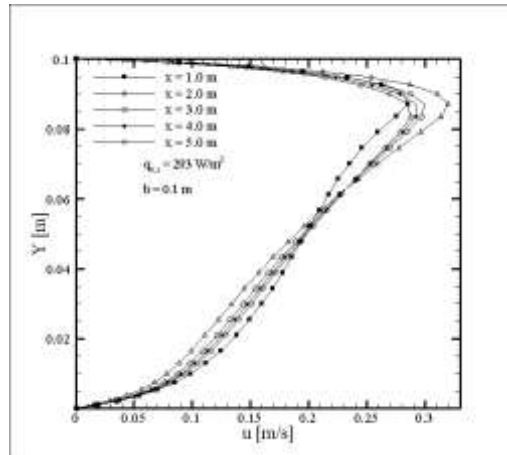


(d)

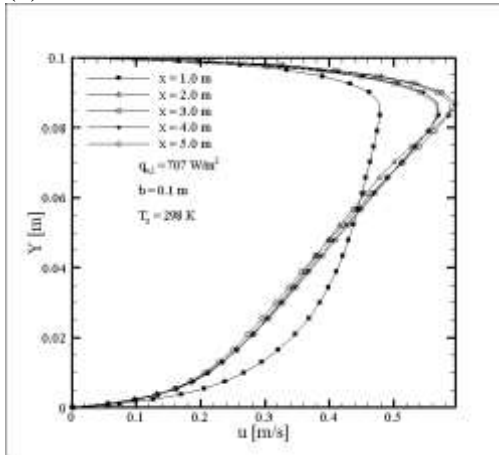
Figura 6.24: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 8 sinistra; (b) Caso 8 destra; (c) Caso 9 sinistra; (d) Caso 9 destra.



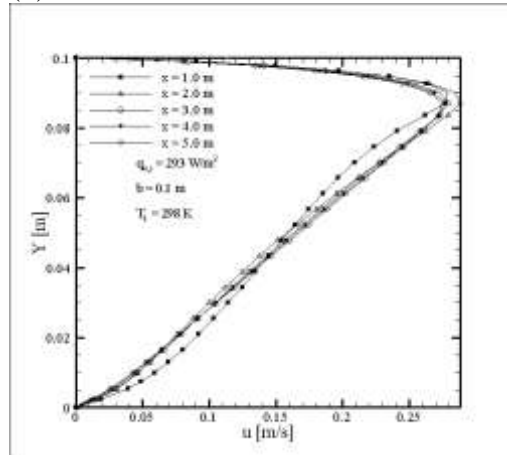
(a)



(b)



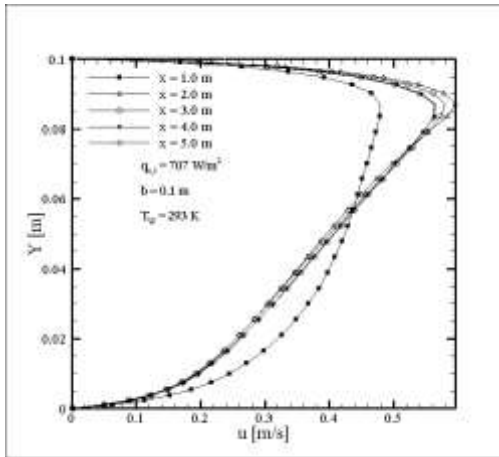
(c)



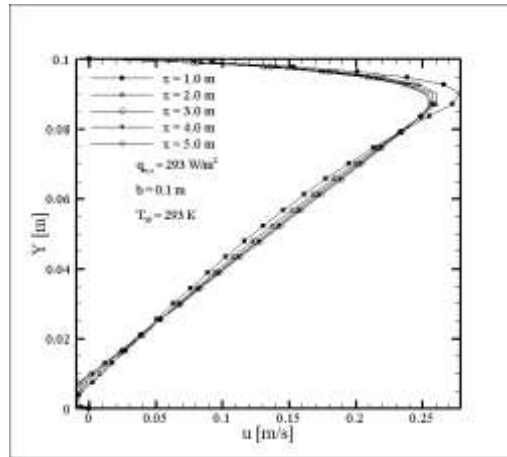
(d)

Figura 6.25: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 10 sinistra; (b) Caso 10 destra; (c) Caso 11 sinistra; (d) Caso 11 destra.

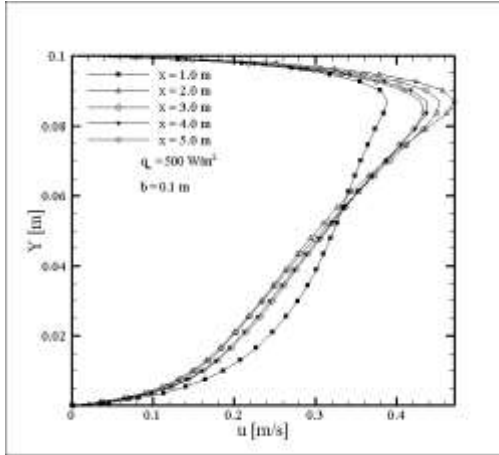




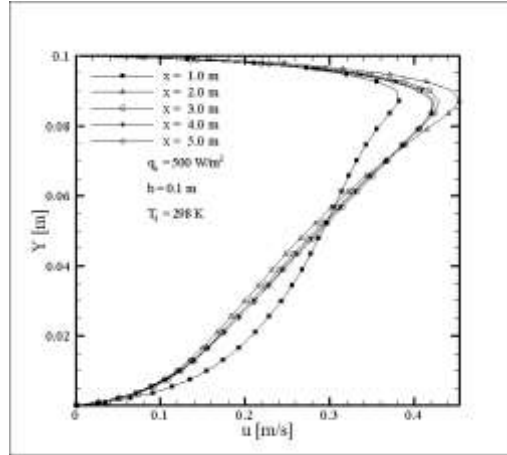
(a)



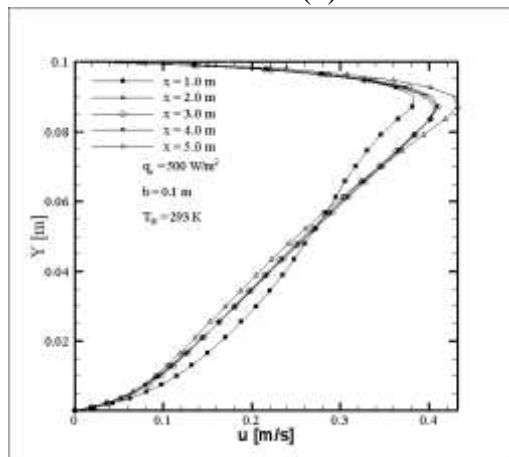
(b)



(c)



(d)



(e)

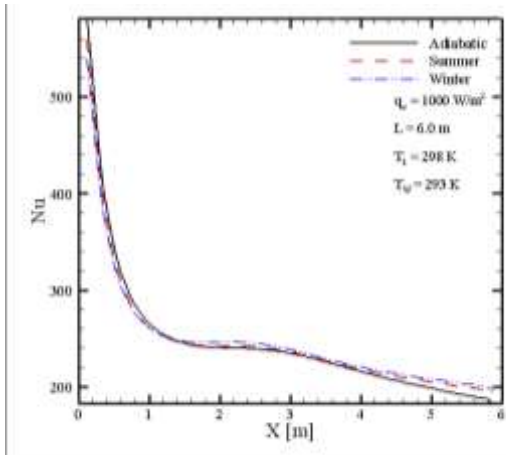
Figura 6.26: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4 e 5 per: (a) Caso 12 sinistra; (b) Caso 12 destra; (c) Caso 13; (d) Caso 14; (e) Caso 15.

La velocità nelle sezioni trasversali ha un andamento caratteristico: presenta i valori minimi nella zona di contatto con le pareti dell'intercapedine e un picco in prossimità della superficie superiore. L'andamento è lo stesso lungo le sezioni del tetto, perché parte del calore converge nella zona più bassa della copertura e la temperatura aumenta verso la parte superiore del tetto. Nel caso di flusso termico sufficientemente elevato, il profilo di velocità nella prima sezione si presenta pienamente sviluppato.

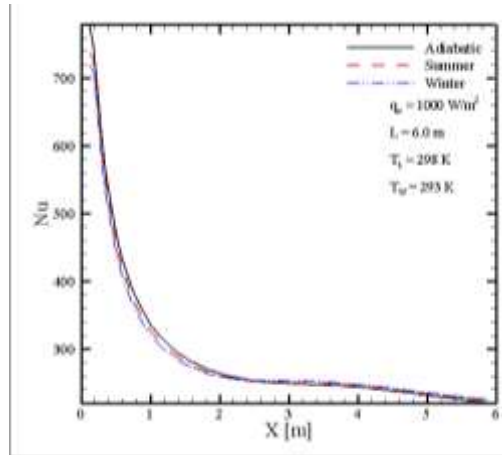
Quando il coppo è tagliato in mezzeria (Casi 1, 2 e 3), la velocità risulta inferiore che nella configurazione a coppo intero (Casi 4, 5, 6). Osservando i risultati relativi al tetto a doppia falda, si evince che nella falda di sinistra, su cui è applicato un flusso termico maggiore, i valori di velocità sono più elevati, mentre nella falda di destra i valori della velocità sono inferiori e i 5 profili sono più ravvicinati. Il valore massimo della velocità si ha nel Caso 4 ed è pari a circa 0.8 m/s, mentre è pari a 0.6 m/s nel Caso 1. La velocità è minima nel Caso 7 sulla falda destra ed è pari a circa 0.157 m/s.

### **6.2.7 Numero di Nusselt**

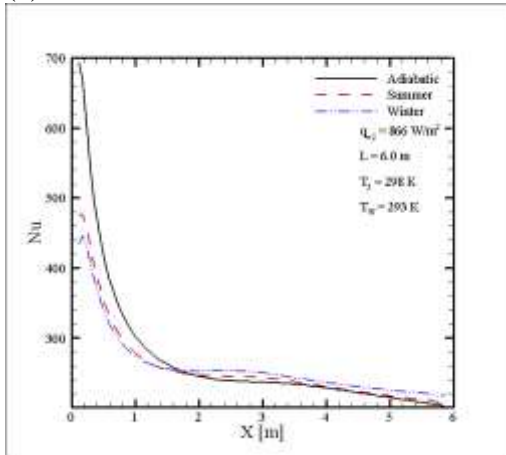
Il numero di Nusselt, che rappresenta il rapporto tra il calore scambiato per convezione e il calore che la stessa superficie scambierebbe per conduzione, si presenta massimo all'imbocco dell'intercapedine e decresce in direzione dello sbocco. La curva in condizioni adiabatiche presenta valori più elevati rispetto alle altre 2 curve presso l'imbocco, ma questi risultano sempre inferiori quando si considera la Configurazione geometrica (3), quando il carico termico è lo stesso su entrambe le falde (Casi 13, 14, 15) o comunque ha valori prossimi (Casi 10, 11, 12). Il valore massimo è pari a circa 780, nel Caso 4, invece il valore minimo si ha nel Caso 9 ed è pari a circa 180.



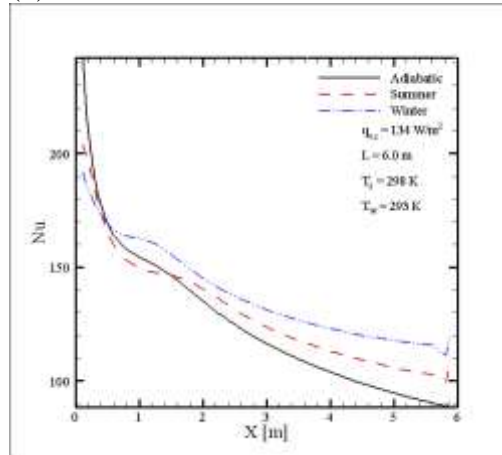
(a)



(b)

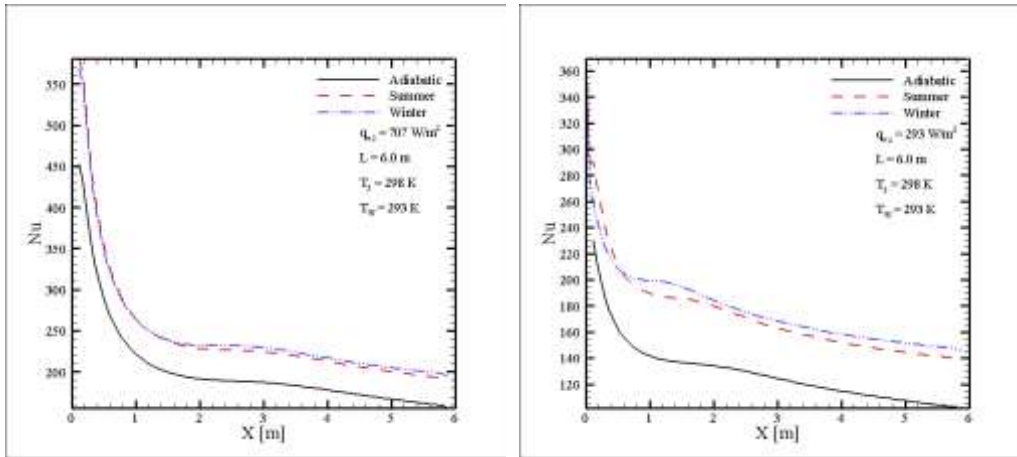


(c)



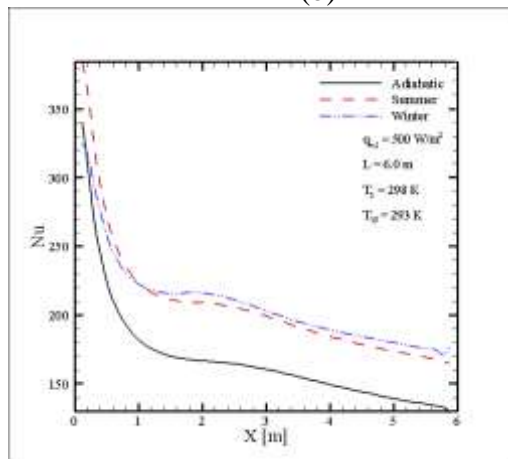
(d)

Figura 6.27: Numero di Nusselt per: (a) Casi 1, 2 e 3; (b) Casi 4, 5 e 6; (c) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse sinistra; (d) Casi 7, 8 e 9 linea d'asse destra.



(a)

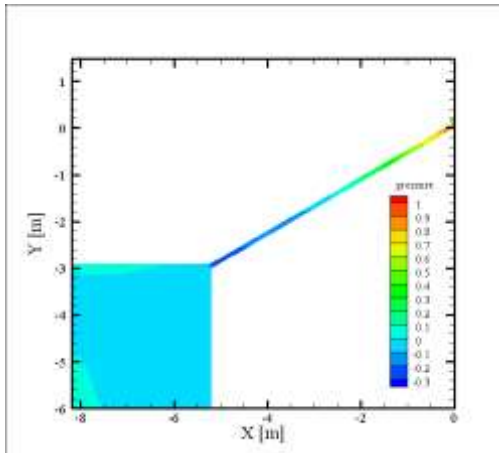
(b)



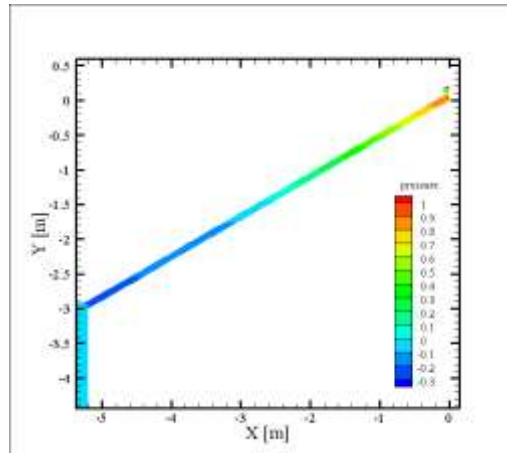
(c)

Figura 6.28: Numero di Nusselt per: (a) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse sinistra; (b) Casi 10, 11 e 12 linea d'asse destra; (c) Casi 13, 14 e 15.

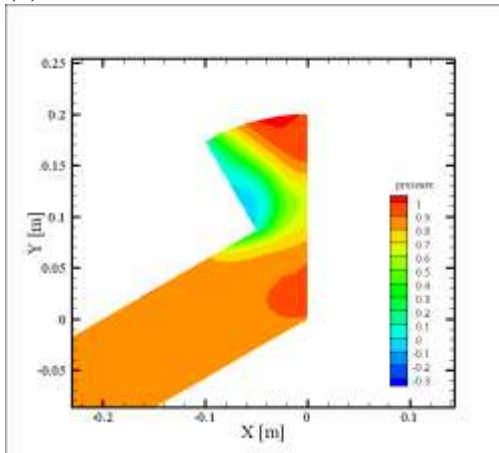
## 6.2.8 Campo di pressione



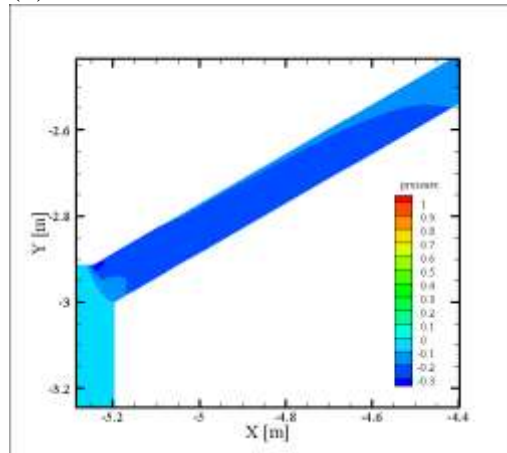
(a)



(b)

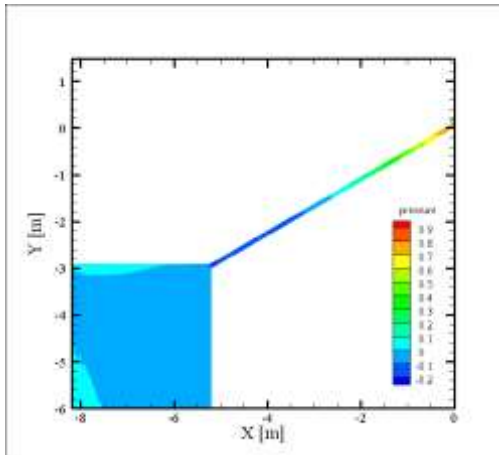


(c)

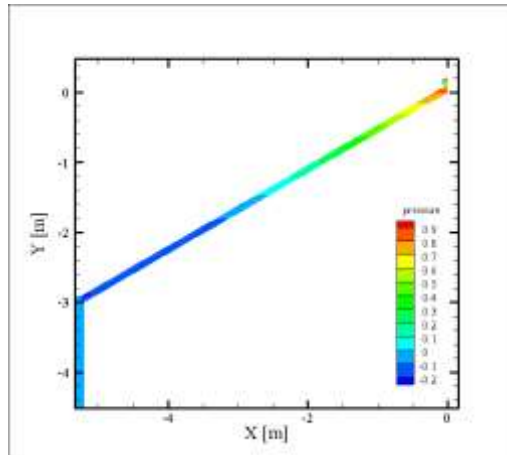


(d)

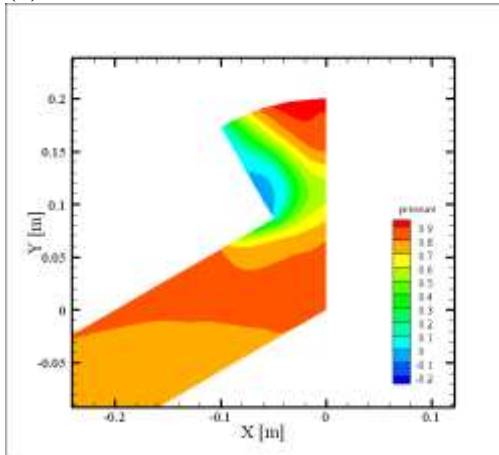
Figura 6.29: Campo di Pressione per il Caso 1: (a) Dominio; (b) Intercapedine; (c) Coppo; (d) Imbocco.



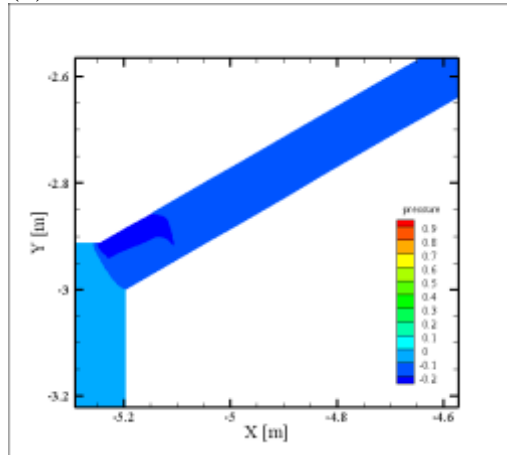
(a)



(b)

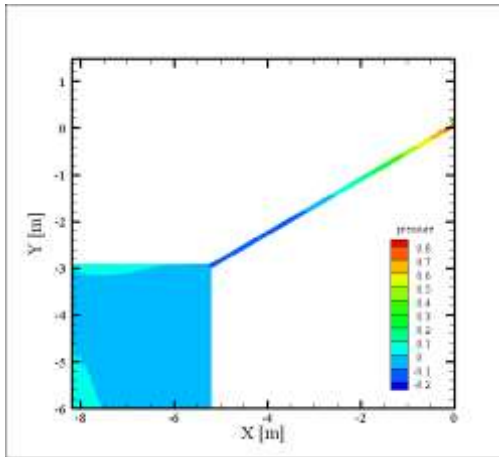


(c)

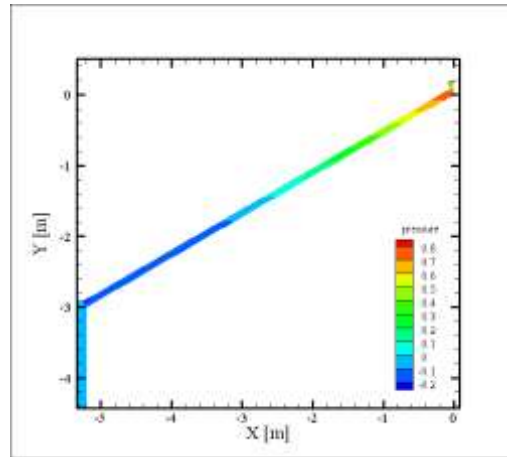


(d)

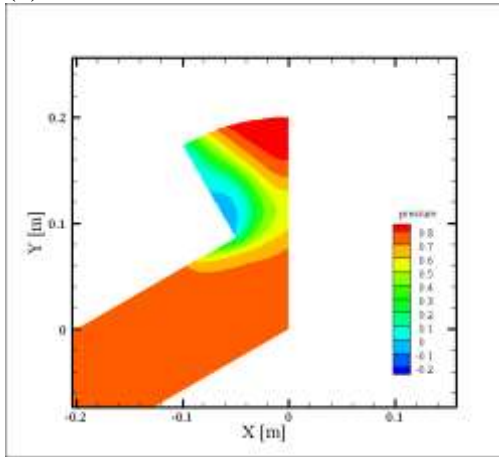
Figura 6.30: Campo di Pressione per il Caso 2: (a) Dominio; (b) Intercapedine; (c) Coppo; (d) Imbocco.



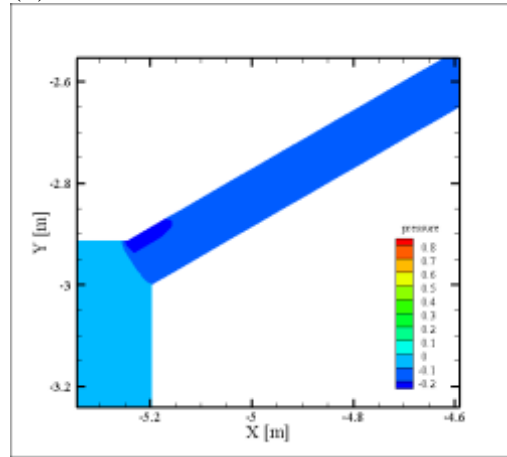
(a)



(b)

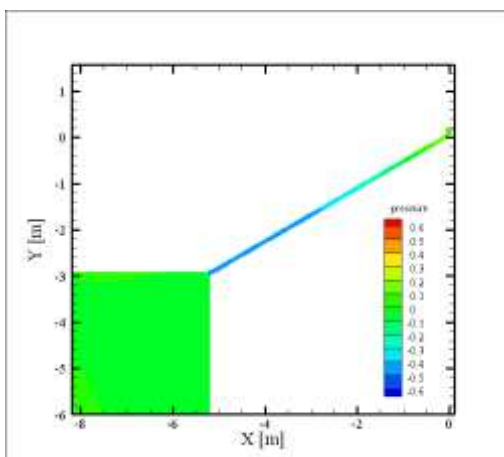


(c)

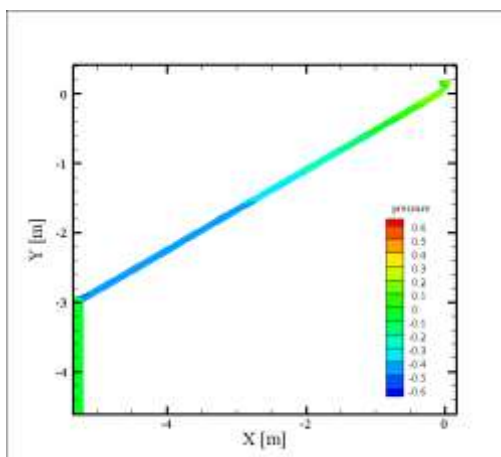


(d)

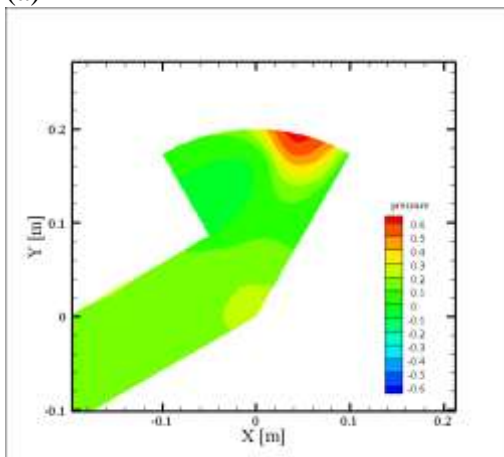
Figura 6.31: Campo di Pressione per il Caso 3: (a) Dominio; (b) Intercapedine; (c) Coppo; (d) Imbocco.



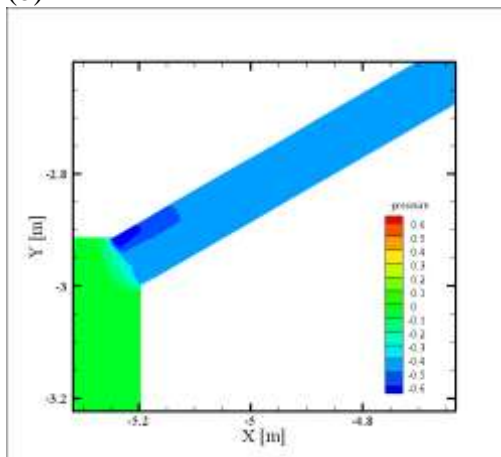
(a)



(b)



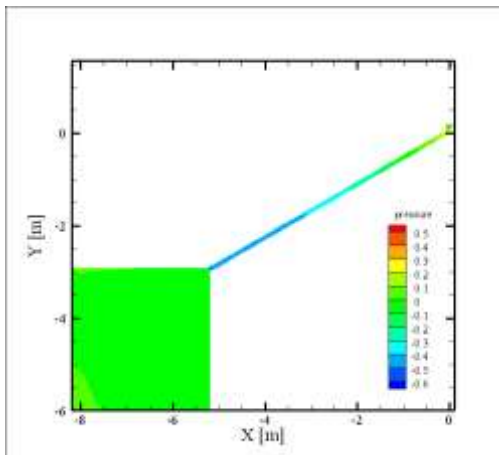
(c)



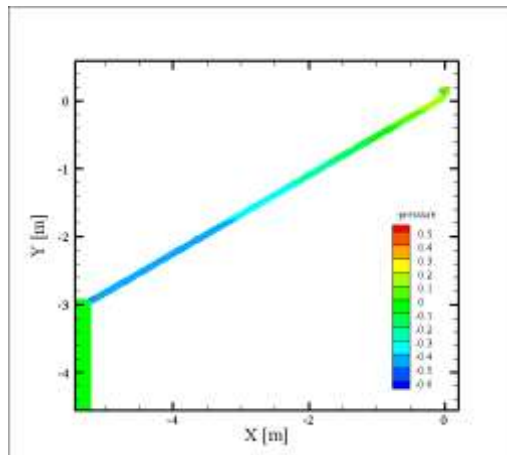
(d)

Figura 6.32: Campo di Pressione per il Caso 4: (a) Dominio; (b) Intercapedine; (c) Coppo; (d) Imbocco.

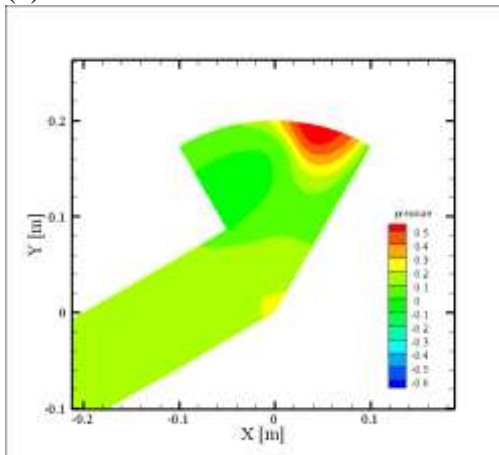




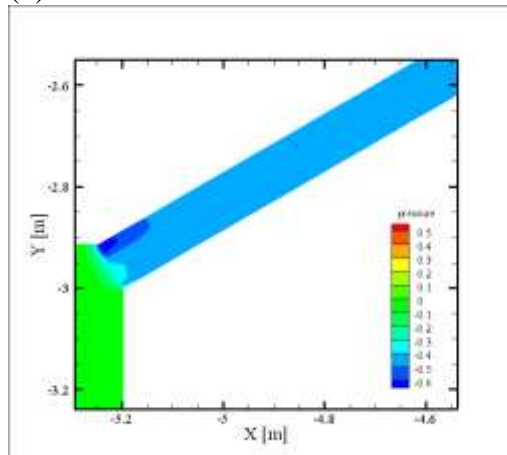
(a)



(b)

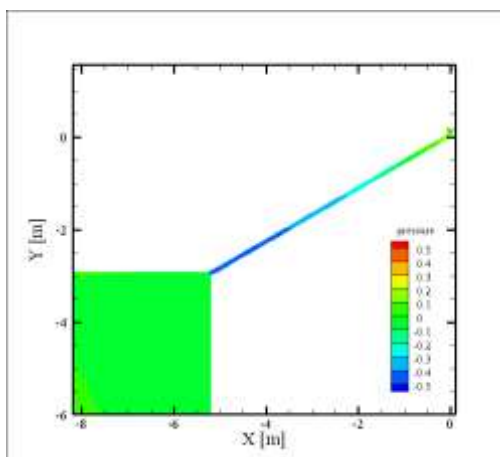


(c)

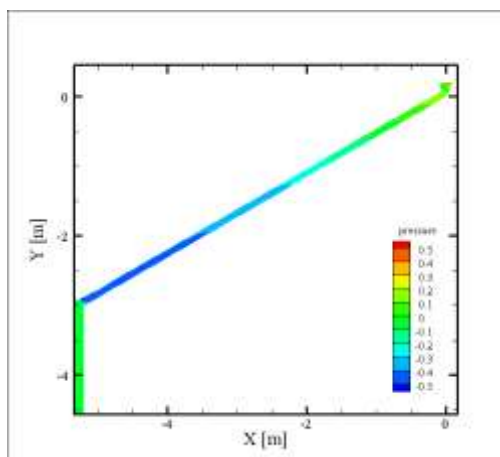


(d)

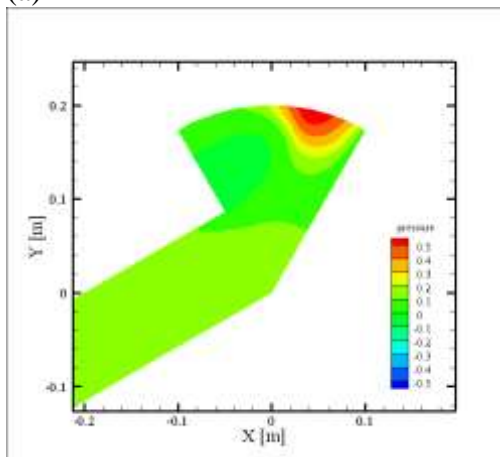
Figura 6.33: Campo di Pressione per il Caso 5: (a) Dominio; (b) Intercapedine; (c) Coppo; (d) Imbocco.



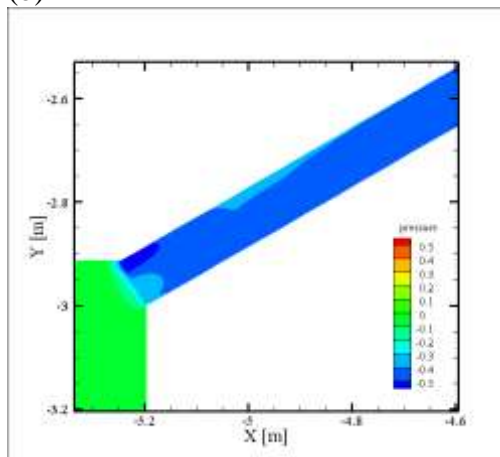
(a)



(b)

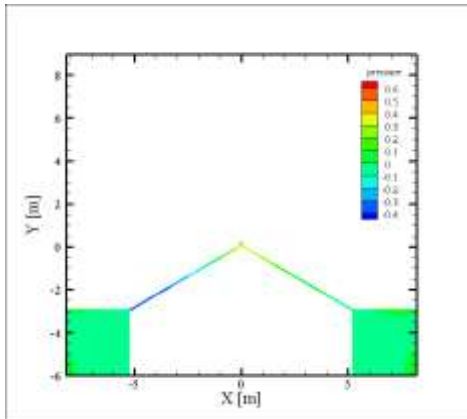


(c)

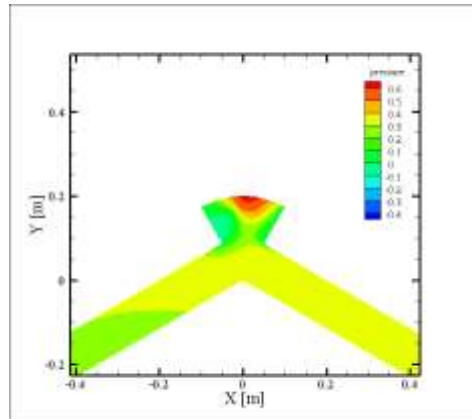


(d)

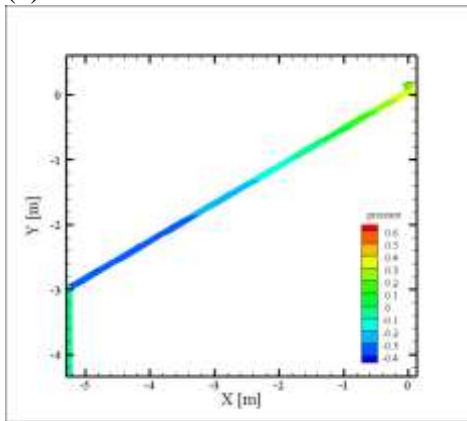
Figura 6.34: Campo di Pressione per il Caso 6: (a) Dominio; (b) Intercapedine; (c) Coppo; (d) Imbocco.



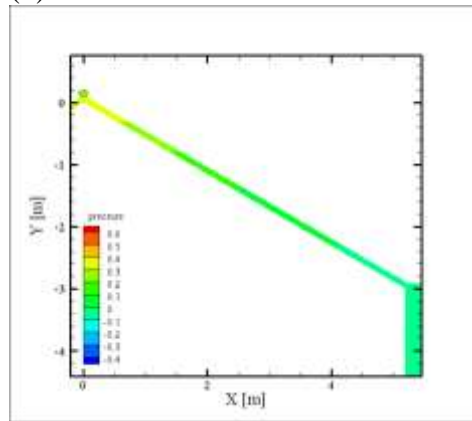
(a)



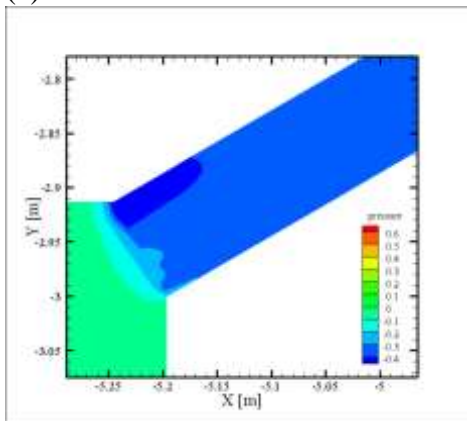
(b)



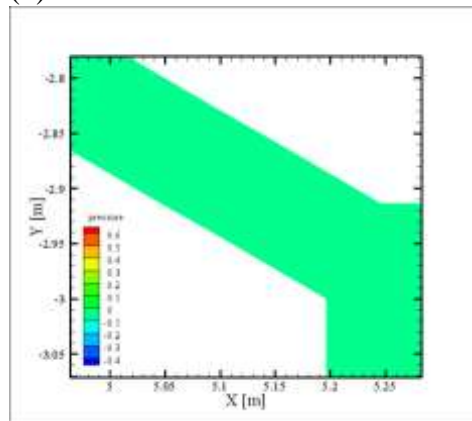
(c)



(d)

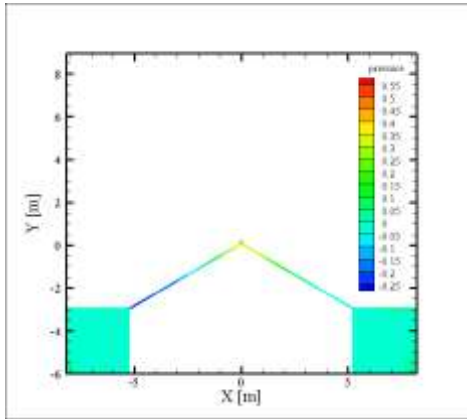


(e)

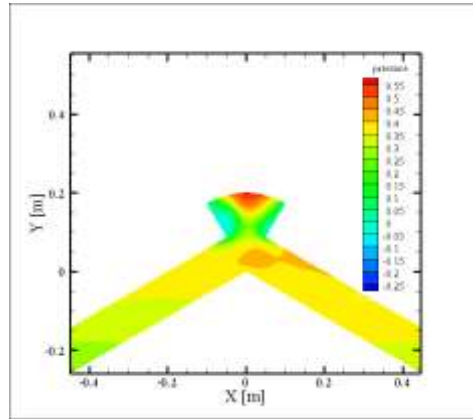


(f)

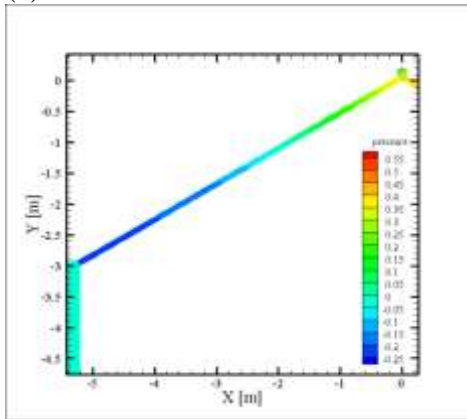
Figura 6.35: Campo di Pressione per il Caso 7: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.



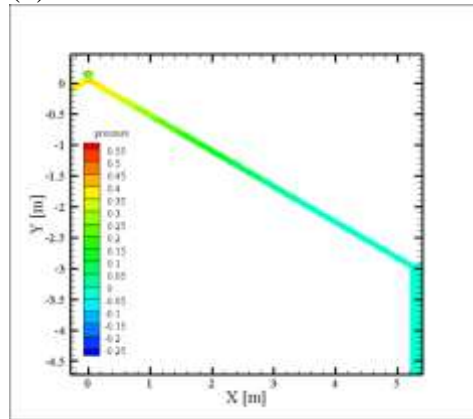
(a)



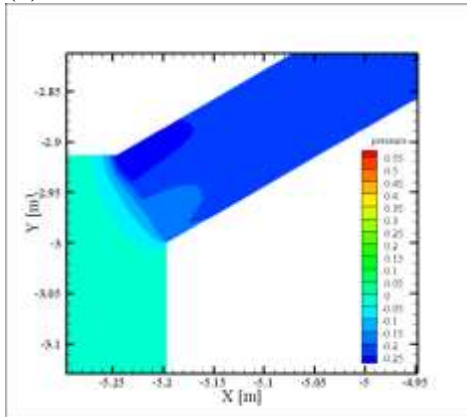
(b)



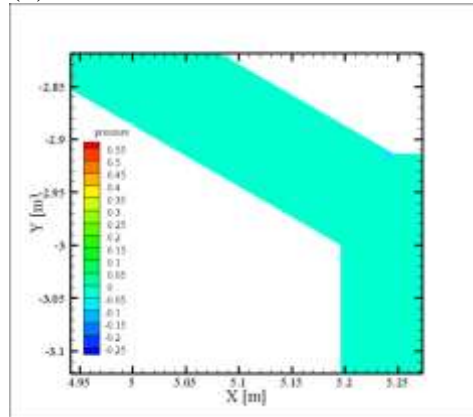
(c)



(d)

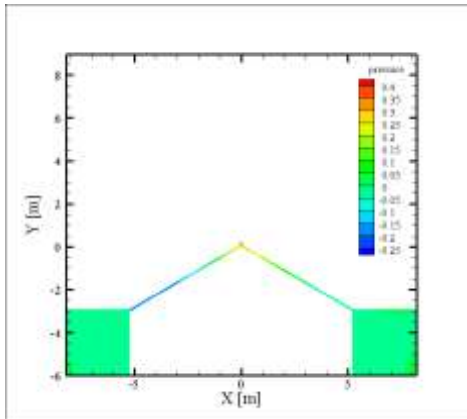


(e)

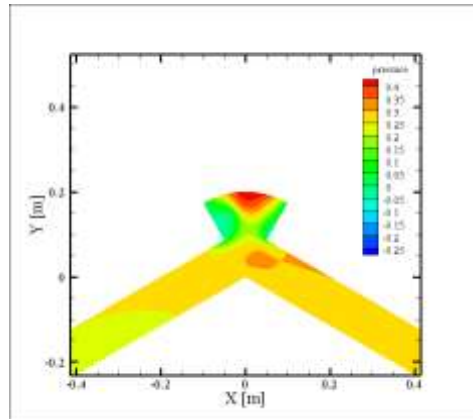


(f)

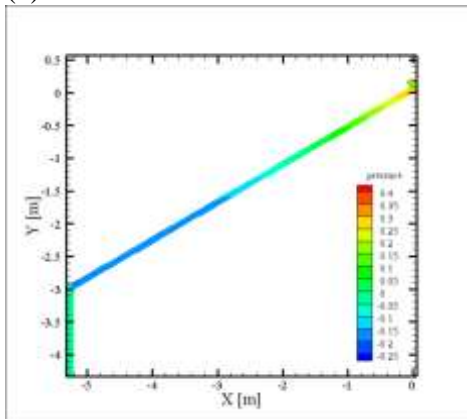
Figura 6.36 Campo di Pressione per il Caso 8: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.



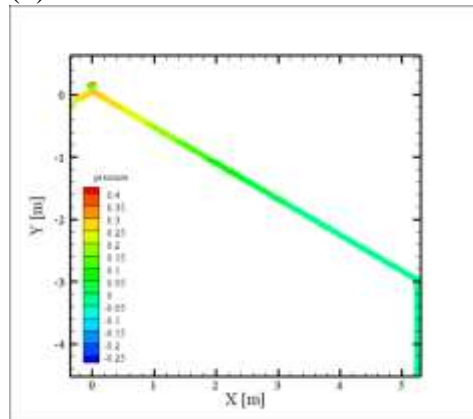
(a)



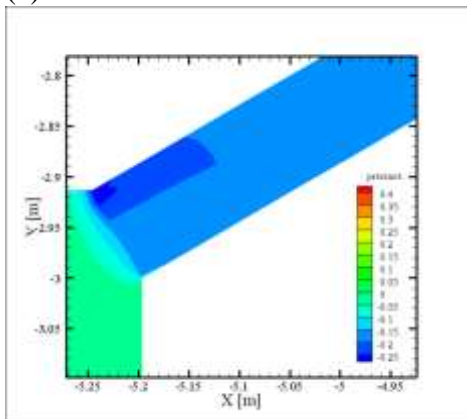
(b)



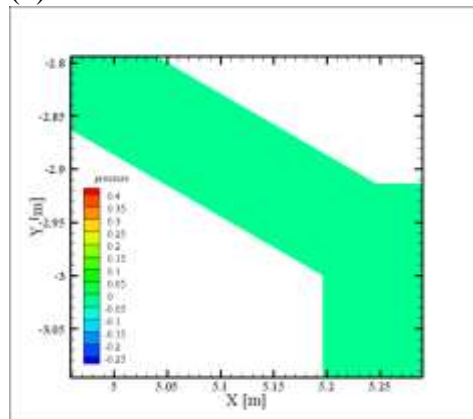
(c)



(d)

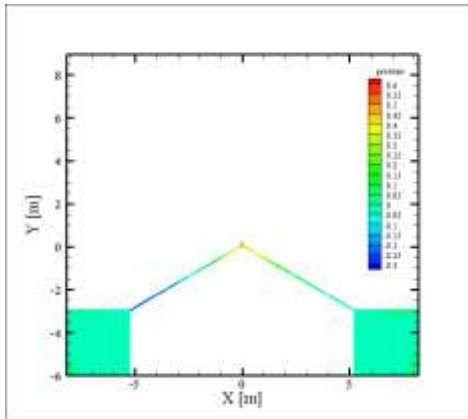


(e)

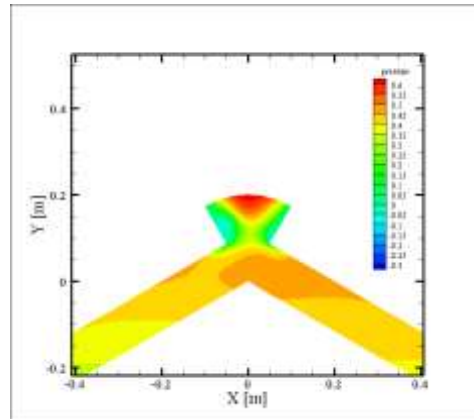


(f)

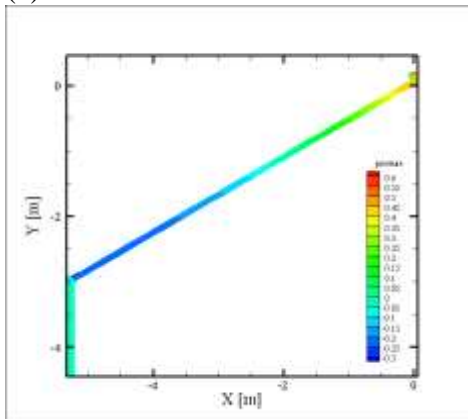
Figura 6.37 Campo di Pressione per il Caso 9: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.



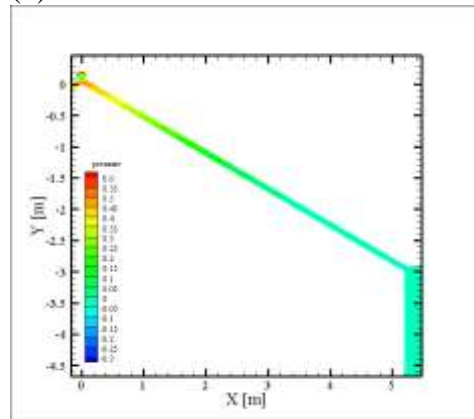
(a)



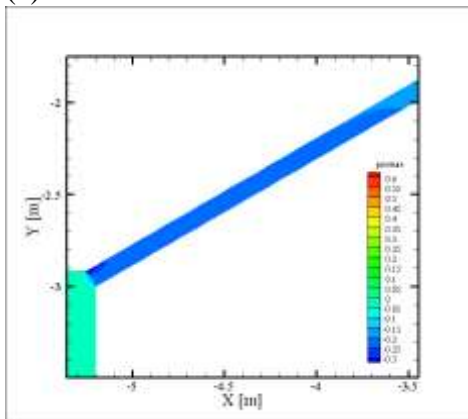
(b)



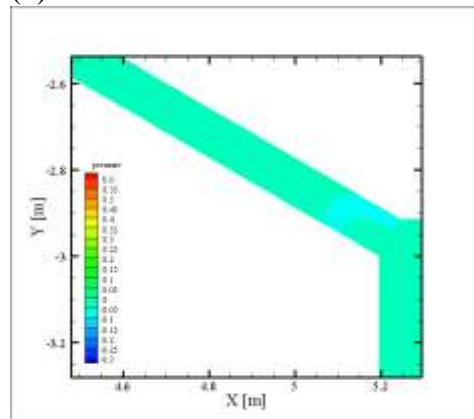
(c)



(d)

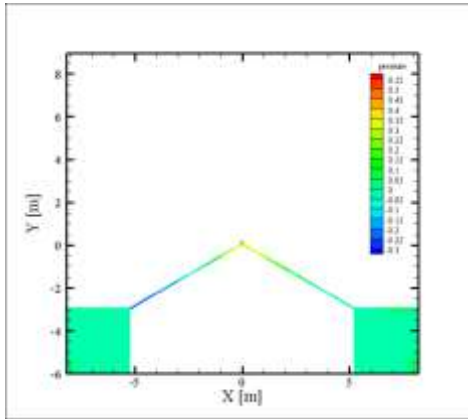


(e)

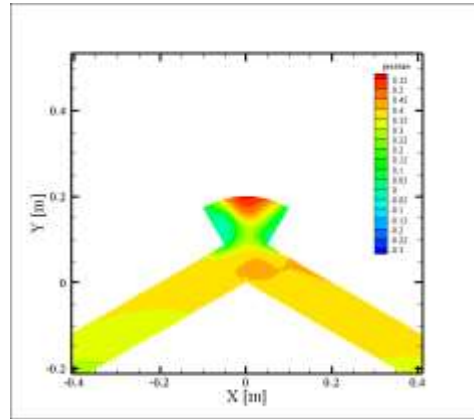


(f)

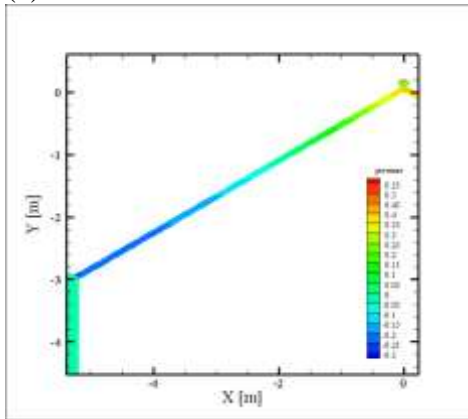
Figura 6.38 Campo di Pressione per il Caso 10: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.



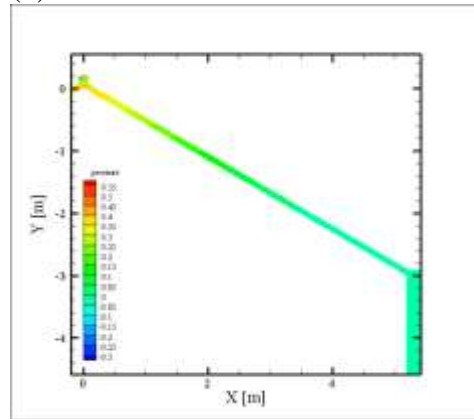
(a)



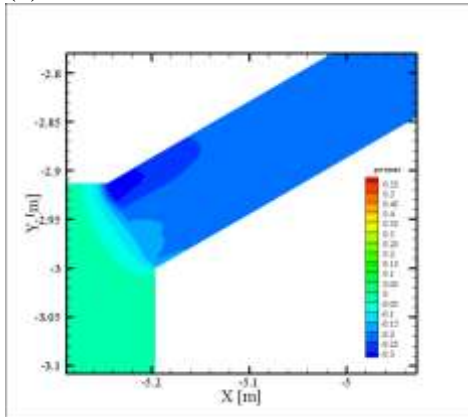
(b)



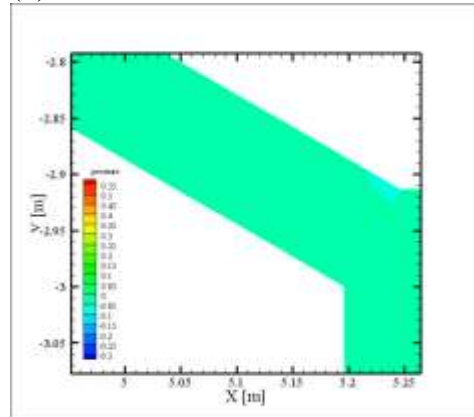
(c)



(d)



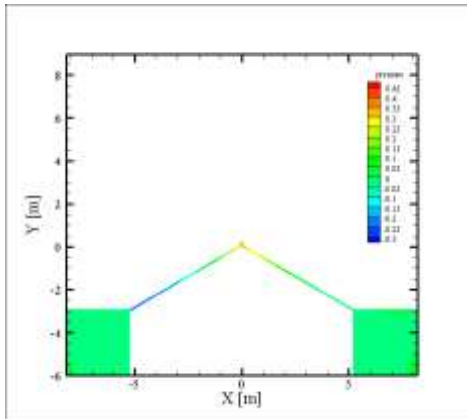
(e)



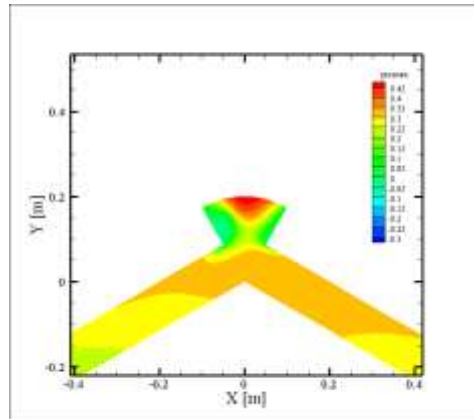
(f)

Figura 6.39 Campo di Pressione per il Caso 11: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.

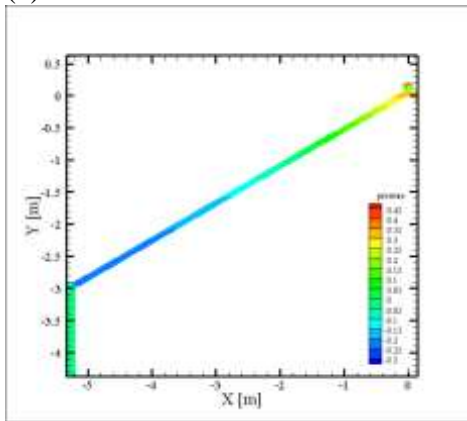




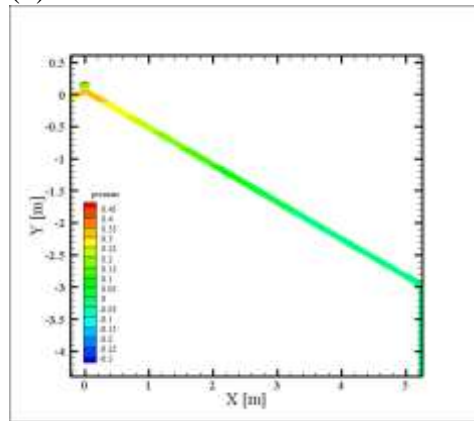
(a)



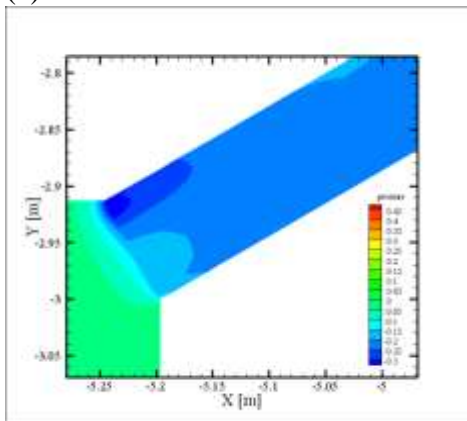
(b)



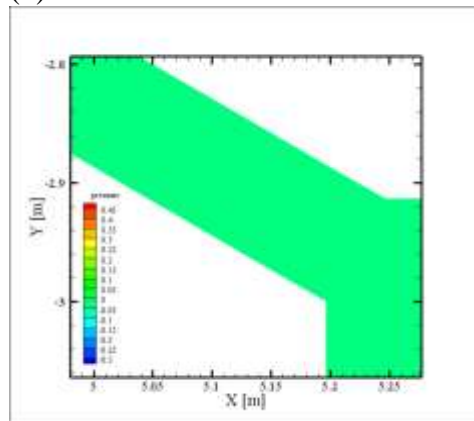
(c)



(d)



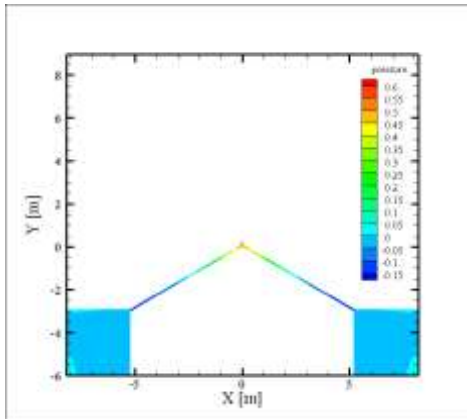
(e)



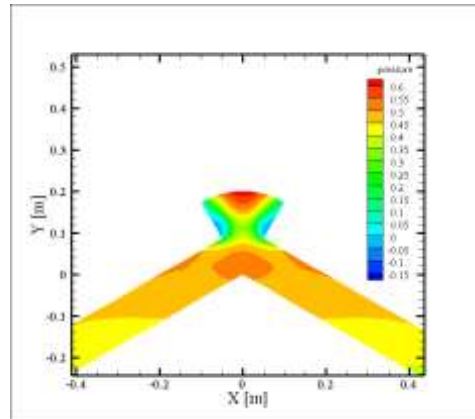
(f)

Figura 6.40 Campo di Pressione per il Caso 12: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.

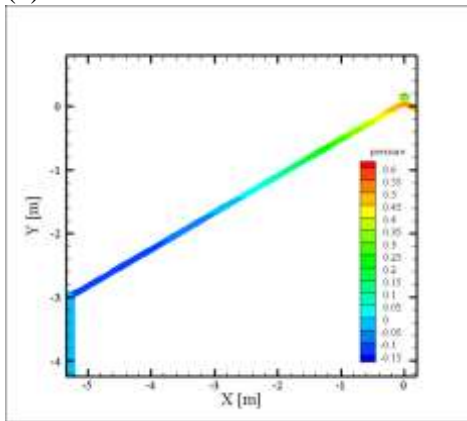




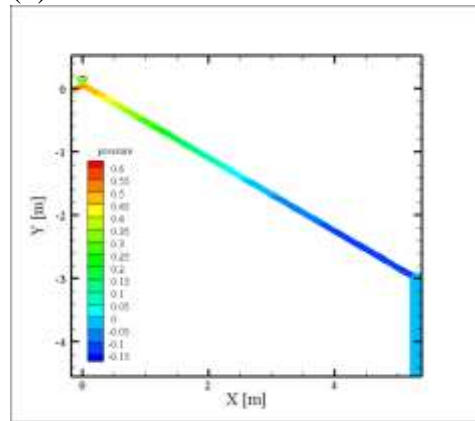
(a)



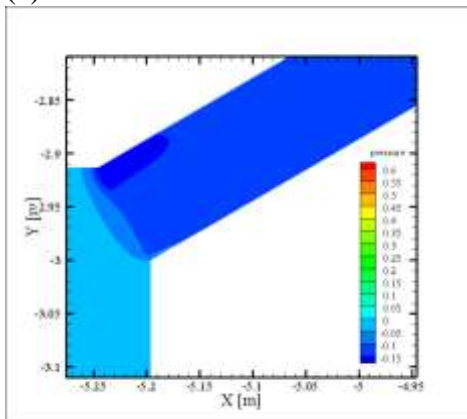
(b)



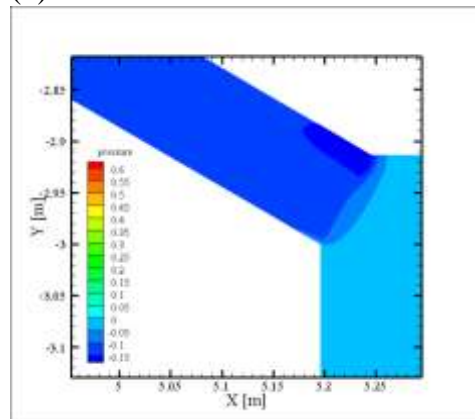
(c)



(d)

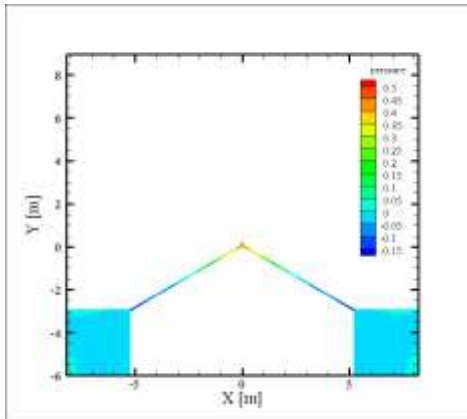


(e)

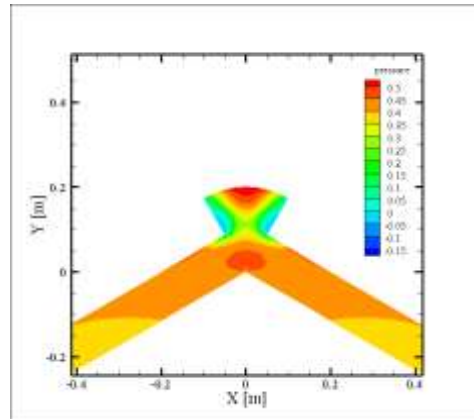


(f)

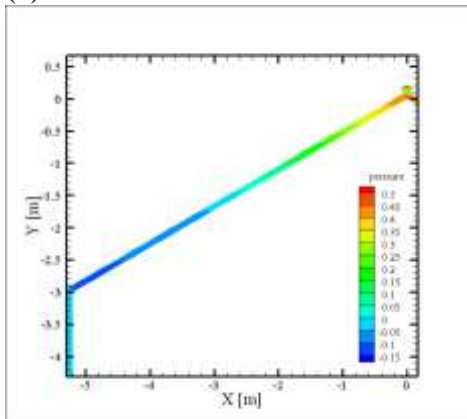
Figura 6.41 Campo di Pressione per il Caso 13: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.



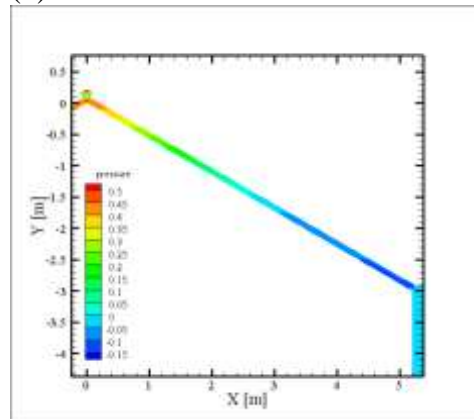
(a)



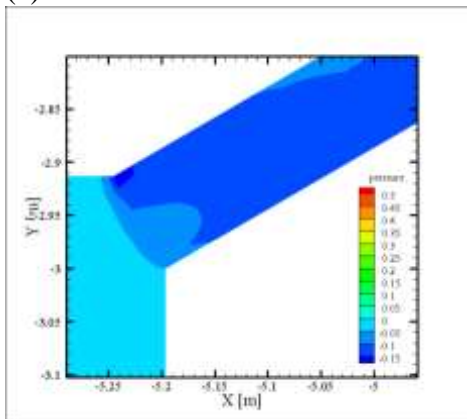
(b)



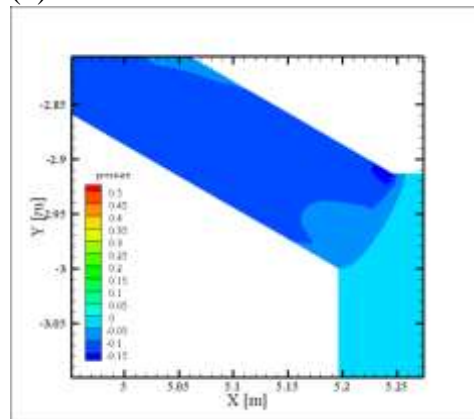
(c)



(d)

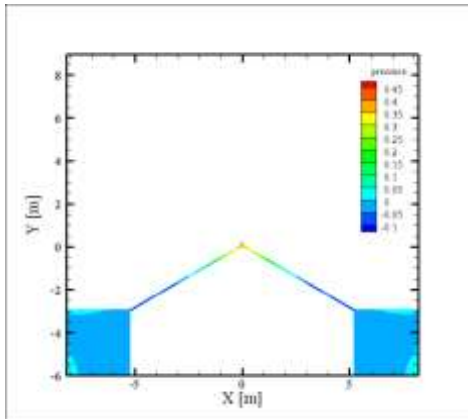


(e)

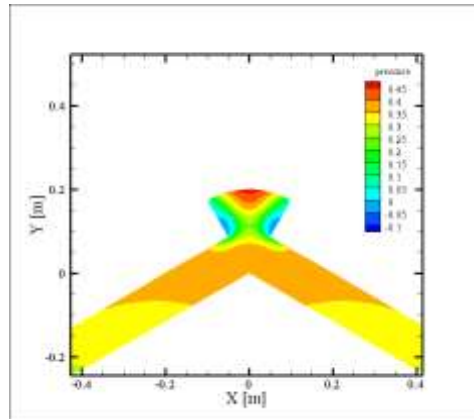


(f)

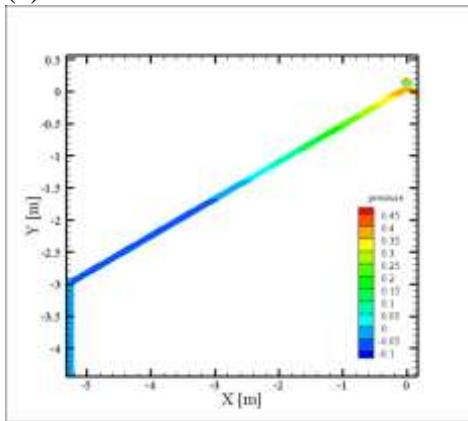
Figura 6.42 Campo di Pressione per il Caso 14: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistro; (f) Imbocco destro.



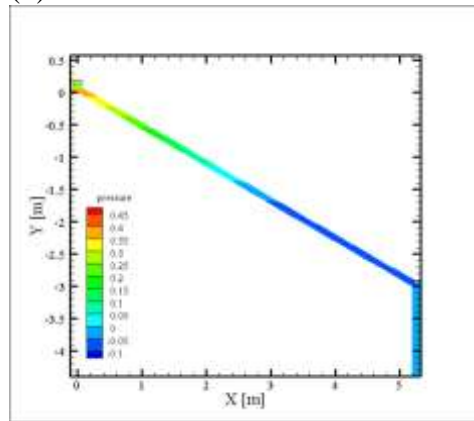
(a)



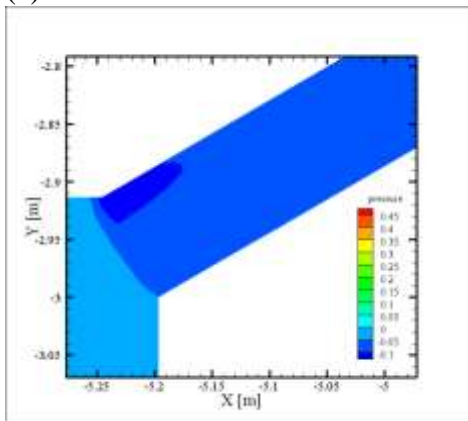
(b)



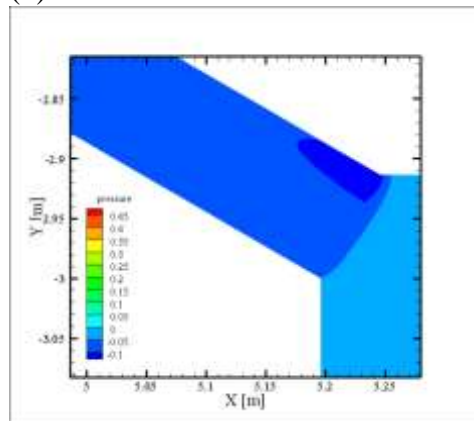
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 6.43 Campo di Pressione per il Caso 15: (a) Dominio; (b) Coppo; (c) Intercapedine sinistra; (d) Intercapedine destra; (e) Imbocco sinistra; (f) Imbocco destro.

Per i Casi 1, 2 e 3 si analizza la distribuzione della pressione considerando la Configurazione (1) e i valori massimi, sia positivi che negativi, si riscontrano in condizioni adiabatiche della superficie inferiore dell'intercapedine.

Per i Casi 4, 5 e 6 si analizza la distribuzione della pressione considerando la Configurazione (2) e i valori massimi, sia positivi che negativi, si riscontrano in condizioni adiabatiche della superficie inferiore dell'intercapedine. Rispetto alla Configurazione (1), i valori positivi della pressione sono inferiori, mentre quelli negativi risultano superiori: la zona di depressione riguarda il serbatoio di ingresso ed è più estesa in prossimità dell'imbocco.

Per i Casi 7, 8 e 9 si analizza la distribuzione di pressione relativa alla Configurazione geometrica (3) ed una condizione di carico termico che vede flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $866 \text{ W/m}^2$  e flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $134 \text{ W/m}^2$ . I valori di depressione sono più elevati al crescere del flusso termico.

Per i Casi 11, 12 e 13 si analizza la distribuzione di pressione relativa alla Configurazione geometrica (3) ed una condizione di carico termico che vede flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $707 \text{ W/m}^2$  e flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $293 \text{ W/m}^2$ . I valori di depressione sono più elevati al crescere del flusso termico.

Per i Casi 7, 8 e 9 si analizza la distribuzione di pressione relativa alla Configurazione geometrica (3) ed una condizione di carico termico che vede flusso di calore sulla superficie superiore sinistra pari a  $500 \text{ W/m}^2$  e flusso di calore sulla superficie superiore destra pari a  $500 \text{ W/m}^2$ . I valori pressione sono simmetrici al pari del carico termico.

### **6.3 Analisi numerica in condizioni estive ed invernali**

Di seguito, si è approfondito lo studio del tetto ventilato in condizioni stagionali differenti [10]. A tal proposito, è stata considerata una sola configurazione geometrica, quella a singola falda e con coppo intero (Figura 6.44), al variare delle condizioni del carico termico sulla superficie superiore del canale. I valori del flusso termico imposto sono stati estratti dal database PVGIS-CMSAF, considerando un edificio tipo, con inclinazione del tetto di  $30^\circ$  e un orientamento del piano (azimut) di  $0^\circ$ , al fine di simulare due condizioni:

- Summer, Regime Estivo, con valori medi di irradianza solare di una giornata tipo nel mese di giugno, dalle ore 9:00 alle 18:00;
- Winter, Regime Invernale, con valori medi di irradianza solare di una giornata tipo nel mese di dicembre, dalle ore 9:00 alle 16:00.

I valori sono riportati in Tabella 6.2.

Per quanto riguarda, invece, la superficie inferiore dell'intercapedine, sono state considerate 2 condizioni al contorno:

- Summer: si considera la superficie ad una temperatura pari a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , allo scopo di simulare le condizioni di benessere termoigrometrico in un ambiente interno in periodo estivo.
- Winter: si considera la superficie ad una temperatura pari a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , allo scopo di simulare le condizioni di benessere termoigrometrico in un ambiente interno in periodo invernale.

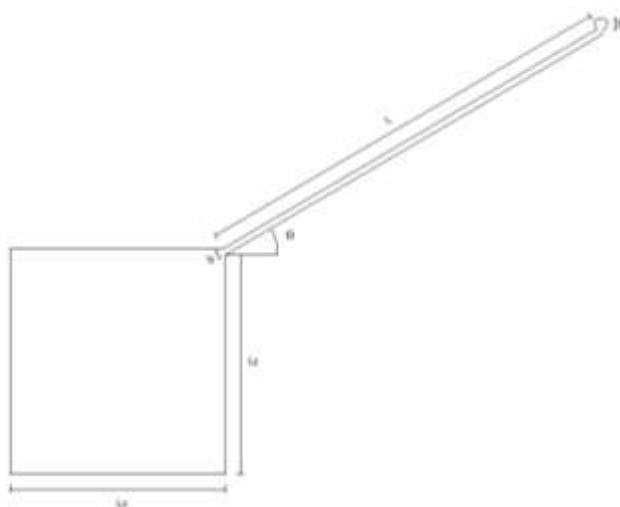


Figura 6.44: Dominio computazionale.

Ora [h]	$\dot{q}_s$ [W/m <sup>2</sup> ]	$\dot{q}_w$ [W/m <sup>2</sup> ]
9	667	310
10	782	410
11	849	467
12	862	478
13	822	444
14	730	365
15	593	245
16	422	81
17	236	
18	85	

Tabella 6.2: Valori medi di irradianza solare in condizioni estive  $\dot{q}_s$  e invernali  $\dot{q}_w$ .

Per la visualizzazione dei risultati, sono state prese in considerazione le seguenti sezioni di riferimento:

- 5 linee lungo la sezione del canale, poste a distanza di 1 m, 2 m, 3 m, 4 m, 5m rispettivamente dall'imbocco del canale, per i profili di temperatura e velocità e per il valore di portata massica d'aria.
- la linea identificativa della superficie superiore dell'intercapedine (interfaccia tra legno ed aria), per il profilo di temperatura e del numero di Nusselt;
- la linea d'asse del canale, per i profili di temperatura, velocità e pressione.

Le sezioni sono mostrate in Figura 6.45.

Non sono stati considerati i profili di temperatura e velocità nelle sezioni trasversali 1 e 6 poiché si trovano rispettivamente all'imbocco e allo sbocco dei canali.

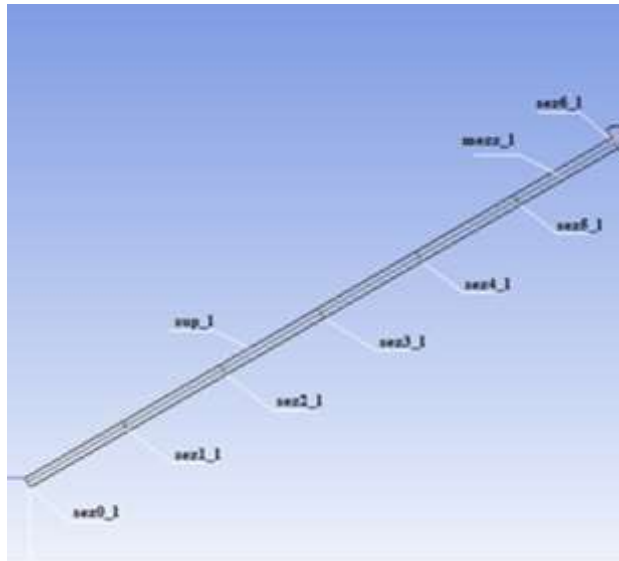


Figura 6.45: Sezioni del canale per la visualizzazione dei risultati delle simulazioni.

Sez0\_1: sezione di ingresso dell'intercapedine; sez1\_1: sezione ad 1 m dall'ingresso; sez2\_1: sezione a 2 m dall'ingresso; sez3\_1: sezione a 3 m dall'ingresso; sez4\_1: sezione a 4 m dall'ingresso; sez5\_1: sezione a 5 m dall'ingresso; sez6\_1: sezione allo sbocco dell'intercapedine; mezz\_1: linea d'asse dell'intercapedine; sup\_1: linea superiore dell'intercapedine.

## 6.4 Regime Invernale

Sono stati analizzati i seguenti casi:

- Caso 1: ore 9:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $310 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .
- Caso 2: ore 10:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $410 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .
- Caso 3: ore 11:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $467 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .
- Caso 4: ore 12:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $478 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .
- Caso 5: ore 13:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $444 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .

- Caso 6: ore 14:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $365 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .
- Caso 7: ore 15:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $245 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .
- Caso 8: ore 16:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a  $81 \text{ W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_w=293 \text{ K}$ .

### 6.4.1 Temperatura lungo le sezioni longitudinali

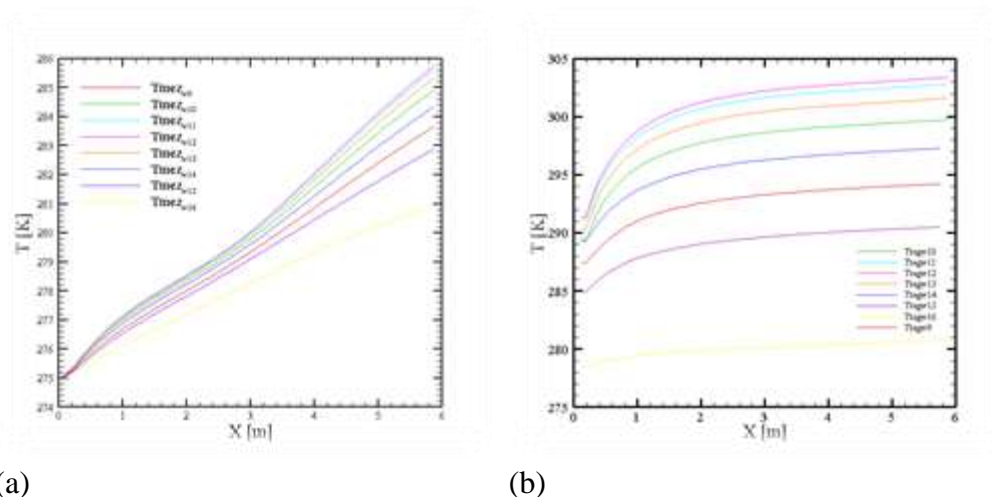


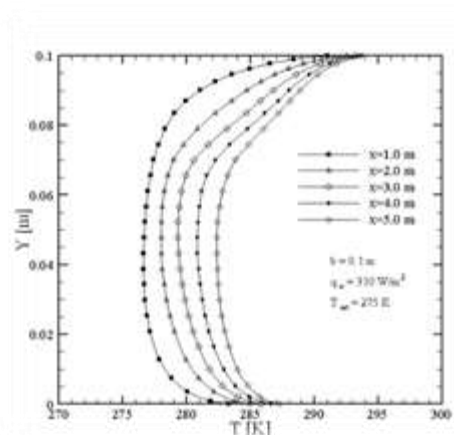
Figura 6.46: Temperatura lungo: (a) linea d'asse del canale; (b) superficie superiore del canale

La temperatura lungo la linea d'asse, in Figura 6.45 (a), aumenta con la distanza dalla sezione d'ingresso grazie al moto convettivo di aria che, asportando una quota del calore derivante dall'irraggiamento sul manto di copertura, consente all'intercapedine di riscaldarsi rispetto all'ambiente esterno. Le curve hanno qualitativamente lo stesso andamento e la temperatura di uscita, nei vari casi, si discosta di pochi gradi. La temperatura risulta massima alle ore 12 (Caso 4) quando è massimo il flusso solare. Si nota, inoltre, come l'incremento di temperatura, dalla sezione di ingresso a quella di uscita, sia più contenuto alle ore 16:00 (Caso 8) quando è minimo l'apporto radiativo. La temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine, Figura 6.45 (b), a diretto contatto con

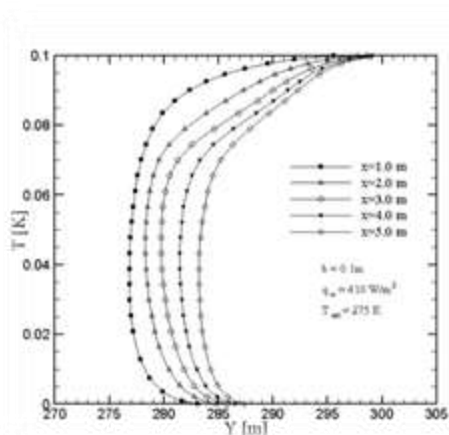


l'ambiente esterno, aumenta con la distanza dalla sezione d'ingresso del canale, e l'incremento è tanto più elevato quanto maggiore è il flusso termico derivante dall'irraggiamento, infatti i maggiori valori di temperatura si riscontrano alle ore 12:00 (Caso 4)

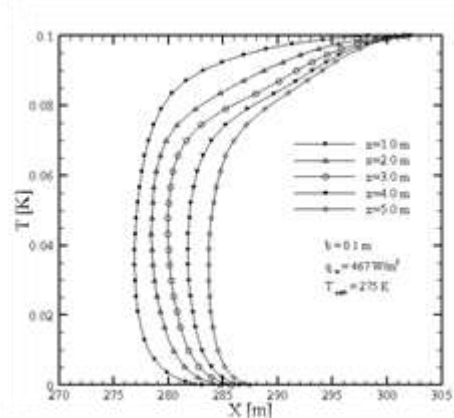
## 6.4.2 Temperatura lungo le superfici trasversali



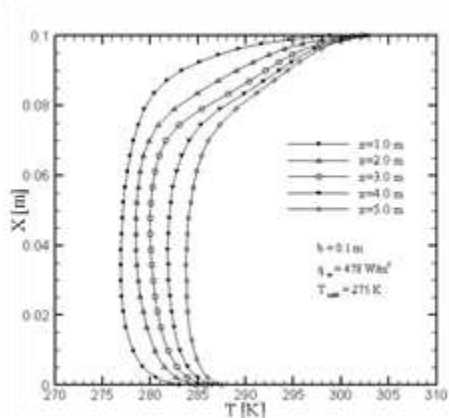
(a)



(b)

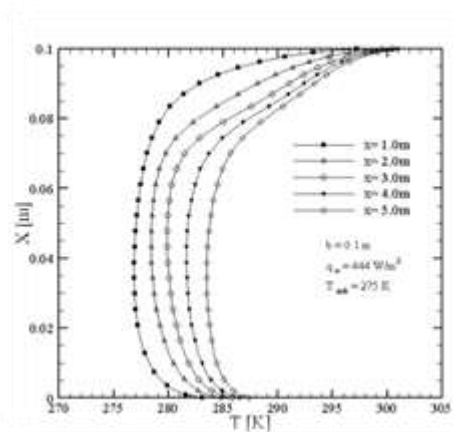


(c)

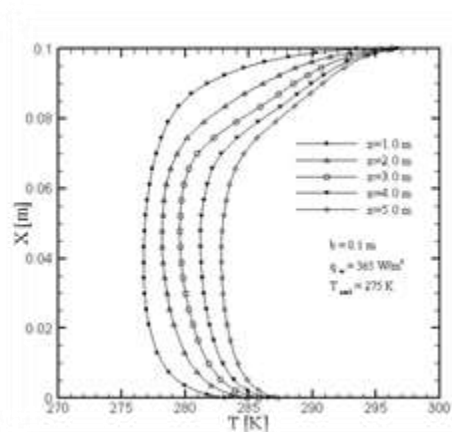


(d)

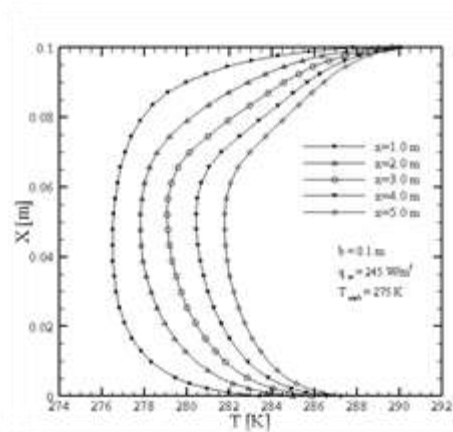
Figura 6.47: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.



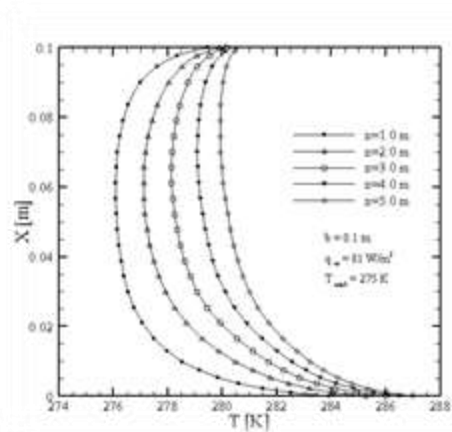
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.48: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 5; (b) Caso 6; (c) Caso 7; (d) Caso 8.

Si osserva che i valori massimi di temperatura si riscontrano nell'ultima sezione (per  $x=5.0$  m). Le curve presentano inizialmente un andamento della temperatura decrescente per poi mantenersi piuttosto costanti in prossimità della mezzeria del canale ed aumentare avvicinandosi alla superficie superiore dell'intercapedine. Alle ore 16:00 (Caso 8) si osserva un'inversione di tendenza riscontrandosi la temperatura più alta in prossimità della superficie inferiore dell'intercapedine. In questo ultimo caso, infatti, l'apporto radiativo è molto basso e quindi la superficie superiore dell'intercapedine si riscalda di meno di quella inferiore.

6.4.3 Campo di temperatura

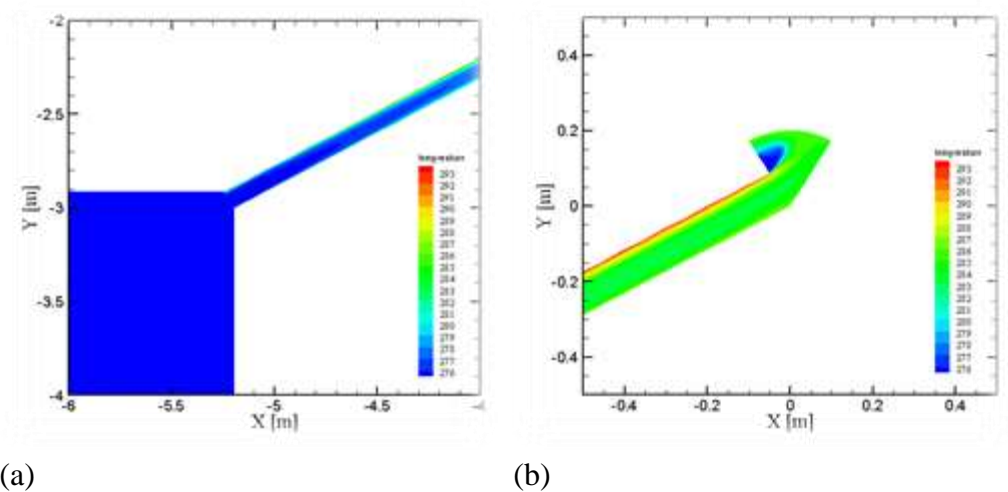


Figura 6.49: Campo di Temperatura per il Caso 1: (a) Imbocco; (b) Coppo.

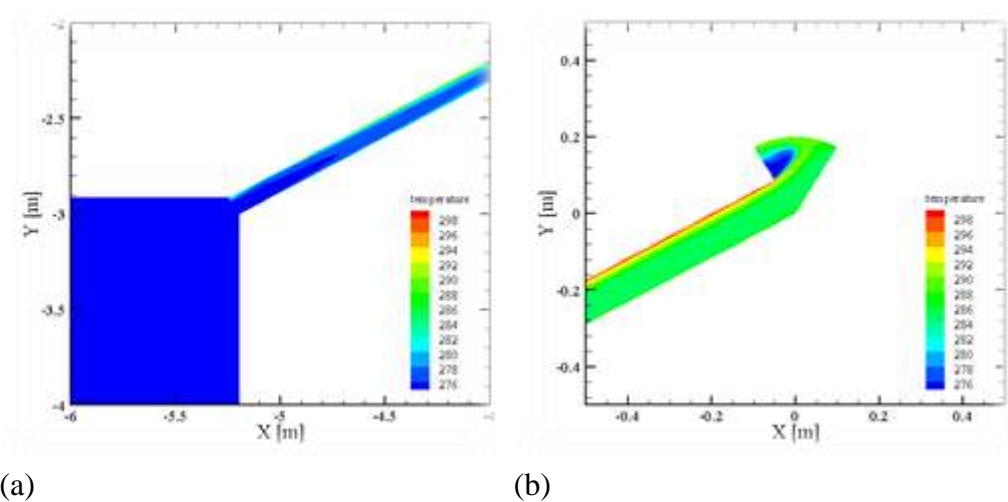
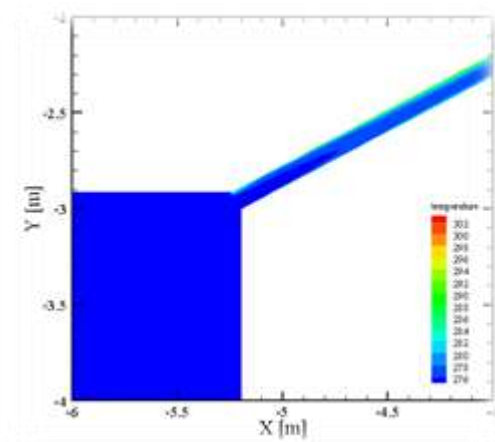
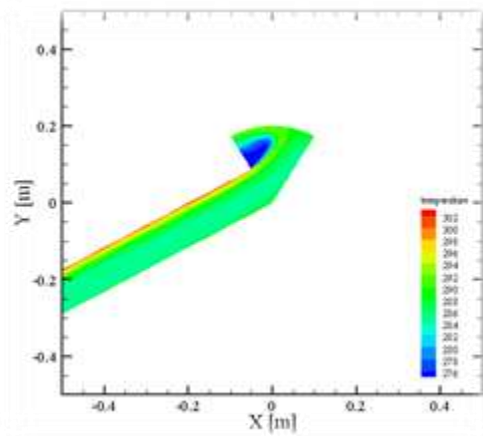


Figura 6.50: Campo di Temperatura per il Caso 2: (a) Imbocco; (b) Coppo.

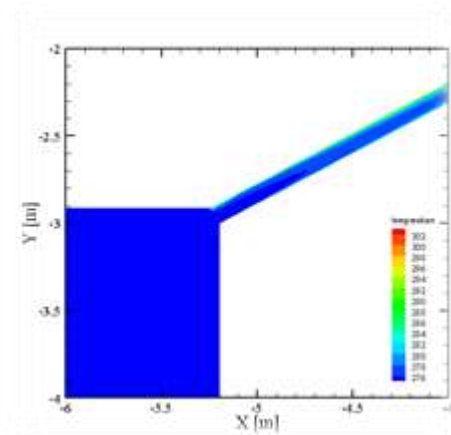


(a)

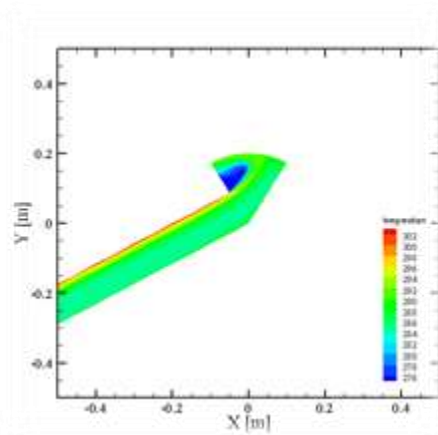


(b)

Figura 6.51: Campo di Temperatura per il Caso 3: (a) Imbocco; (b) Coppo.

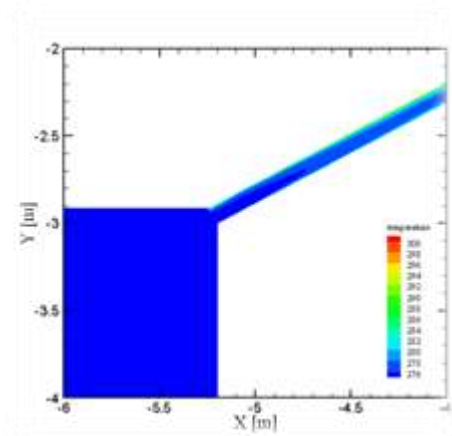


(a)

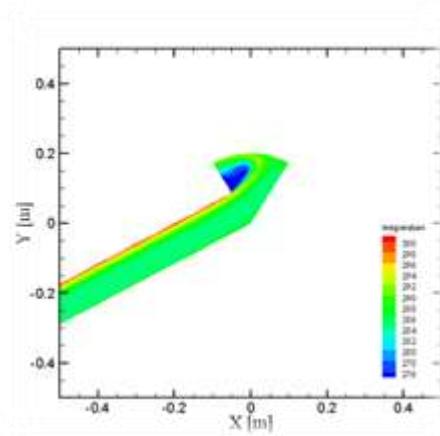


(b)

Figura 6.52: Campo di Temperatura per il Caso 4: (a) Imbocco; (b) Coppo.

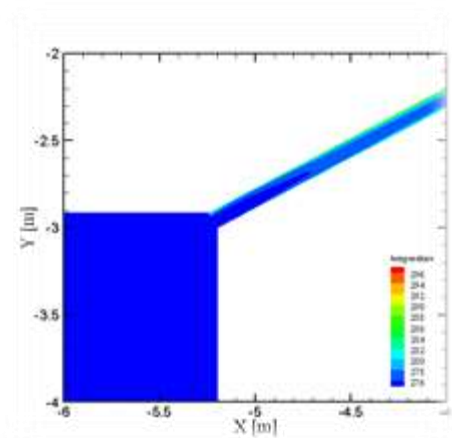


(a)

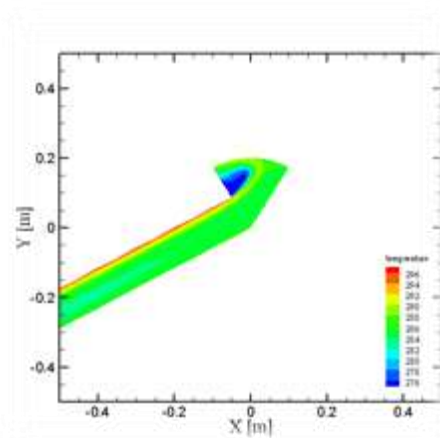


(b)

Figura 6.53: Campo di Temperatura per il Caso 5: (a) Imbocco; (b) Coppo.

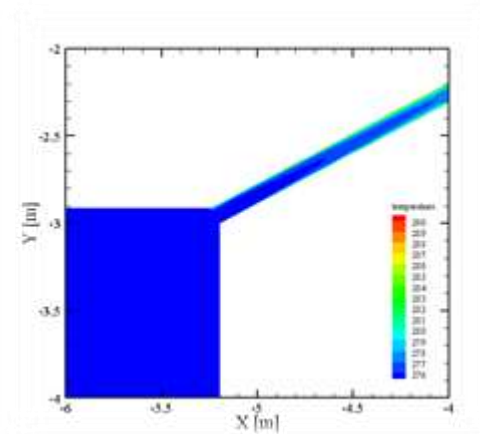


(a)

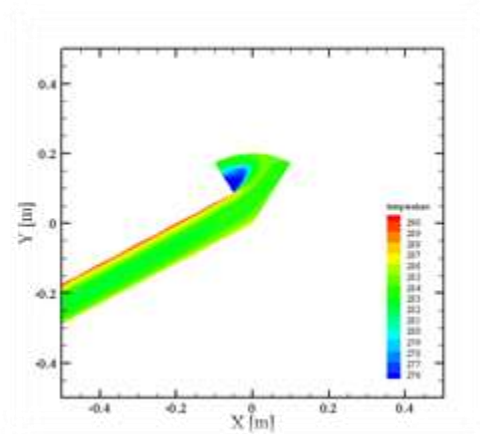


(b)

Figura 6.54: Campo di Temperatura per il Caso 6: (a) Imbocco; (b) Coppo.

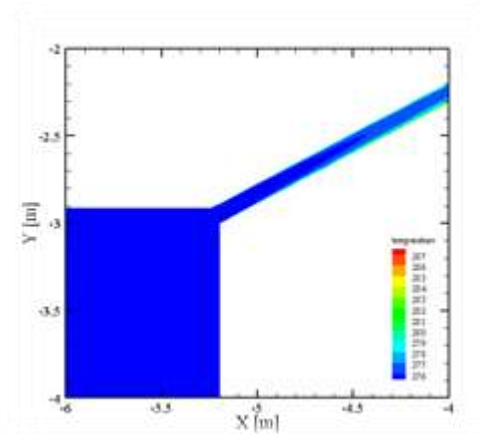


(a)

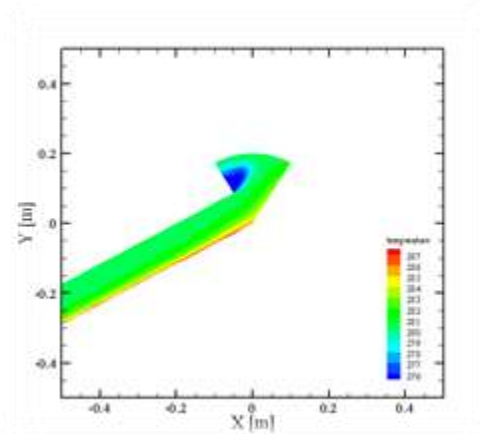


(b)

Figura 6.55: Campo di Temperatura per il Caso 7: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a)



(b)

Figura 6.56: Campo di Temperatura per il Caso 8: (a) Imbocco; (b) Coppo.

Il campo di temperatura mostra come lo scambio termico e il flusso d'aria sono influenzati dal flusso termico applicato sulla superficie superiore del canale. La temperatura lungo la superficie aumenta con la distanza dalla sezione d'ingresso del canale, e l'incremento è tanto più elevato quanto maggiore è il flusso termico, infatti i maggiori valori di temperatura si riscontrano alle ore 12:00. La temperatura maggiore si ha in corrispondenza della superficie superiore dell'intercapedine in tutti i casi eccetto l'ultimo, poiché a causa delle condizioni

al contorno imposte, la superficie inferiore del canale si trova ad una temperatura più elevata di quella esterna e il flusso applicato è molto basso. Inoltre, osservando in particolare il coppo, si nota una diminuzione della temperatura dovuto ad un ricircolo d'aria.

#### 6.4.4 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine

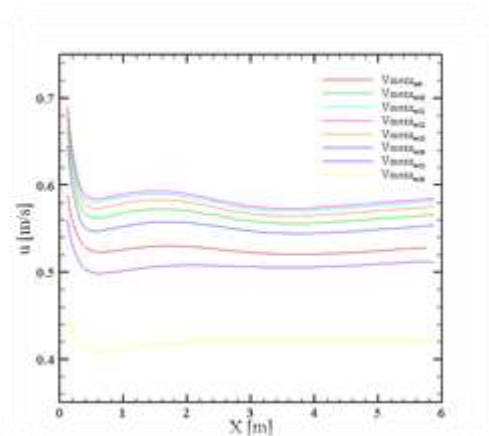
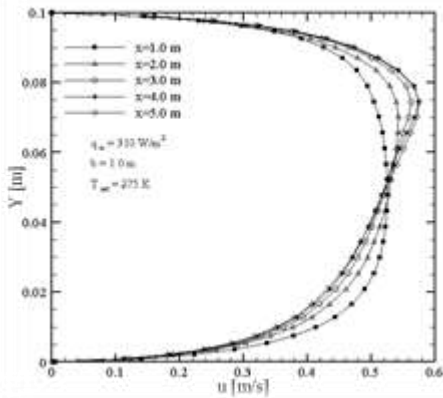


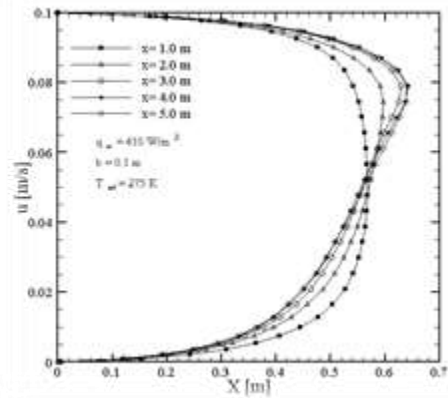
Figura 6.57: Velocità lungo la linea d'asse per i Casi da 1 a 8.

La velocità lungo la linea d'asse risulta maggiore all'imbocco, a causa dell'aspirazione d'aria dall'esterno. Ha poi un andamento discendente e cresce di nuovo verso lo sbocco, ma fino ad un valore che è comunque minore di quello iniziale. I valori maggiori si riscontrano per il Caso 4, alle ore 12:00, ed è pari a circa 0.7 m/s all'imbocco, mentre la velocità minore si riscontra alle ore 16:00 (Caso 8) dove è minima la portata massica di aria, ed è pari a circa 0.42 m/s allo sbocco.

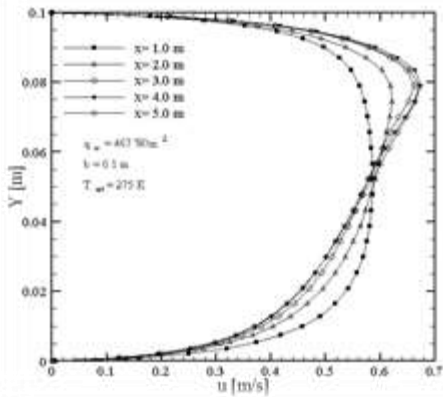
### 6.4.5 Velocità lungo le superfici trasversali



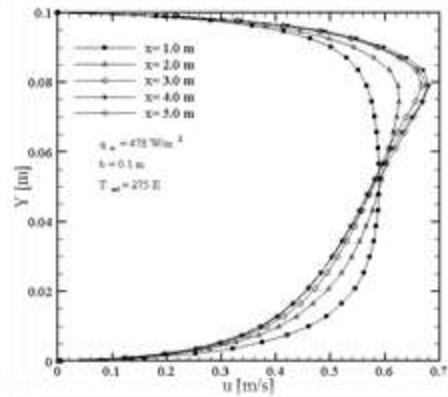
(a)



(b)



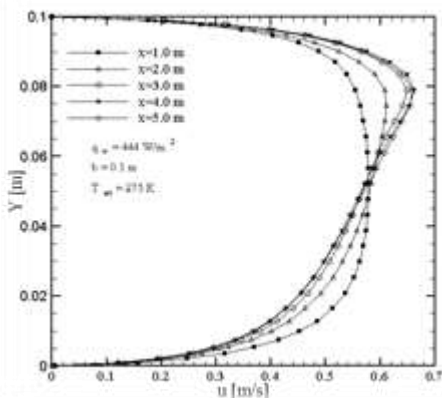
(c)



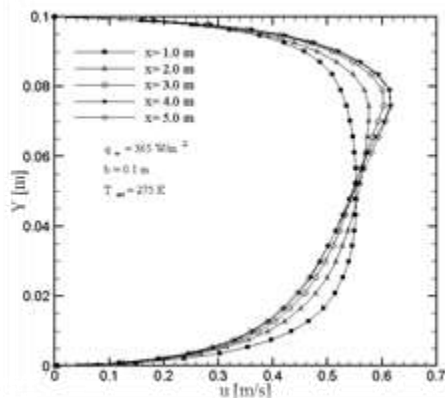
(d)

Figura 6.58: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.

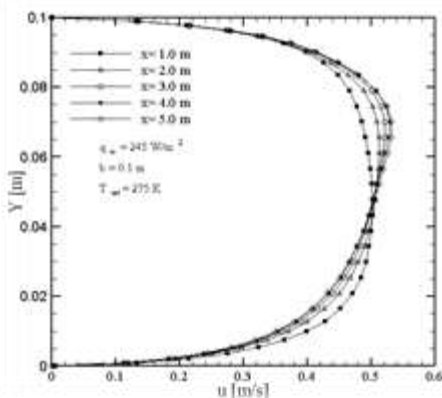




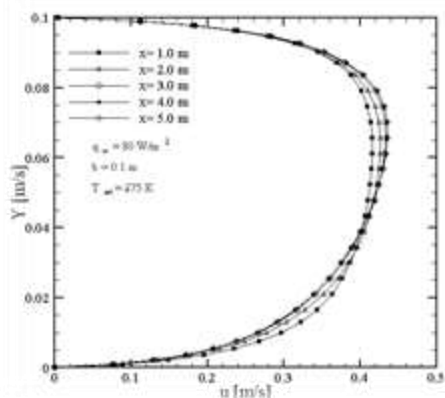
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.59: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 5; (b) Caso 6; (c) Caso 7; (d) Caso 8.

La velocità nelle sezioni trasversali ha un andamento caratteristico: presenta i valori minimi nella zona di contatto con le pareti dell'intercapedine (a causa degli effetti di bordo) e un picco in prossimità della superficie superiore. Nel caso di flusso termico sufficientemente elevato, il profilo di velocità nella prima sezione si presenta pienamente sviluppato. Il valore della velocità è massimo alle 12:00 (Caso 4), quando tocca 0.7 m/s, ed è minimo alle 16:00 (Caso 8), quando è pari a circa 0.4 m/s, con un flusso applicato sulla superficie superiore è pari a 80 W/m<sup>2</sup>. Minore è il flusso termico applicato, meno pronunciato è il picco di velocità che si ha in prossimità della superficie superiore dell'intercapedine.

6.4.6 Linee di flusso della velocità

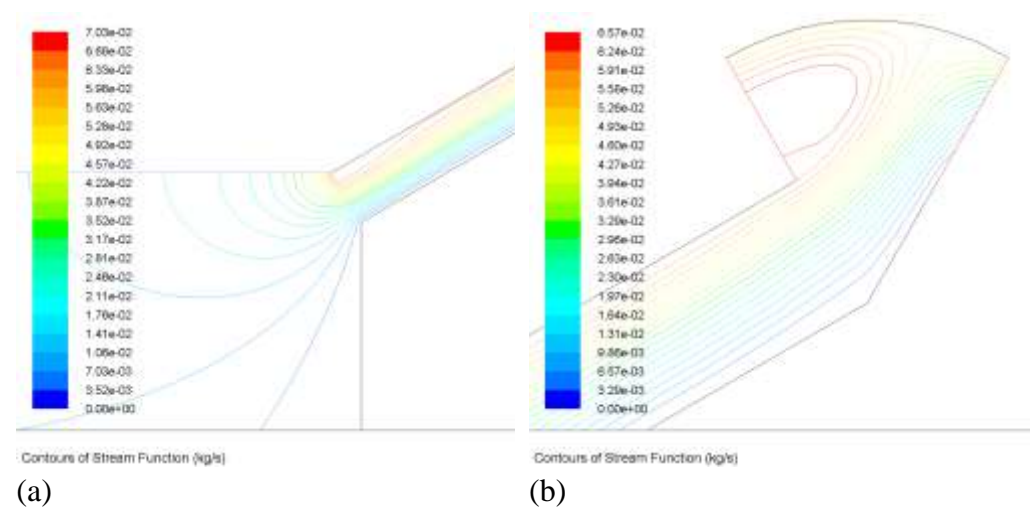


Figura 6.60: Linee di flusso della Velocità per il Caso 1: (a) Imbocco; (b) Coppo.

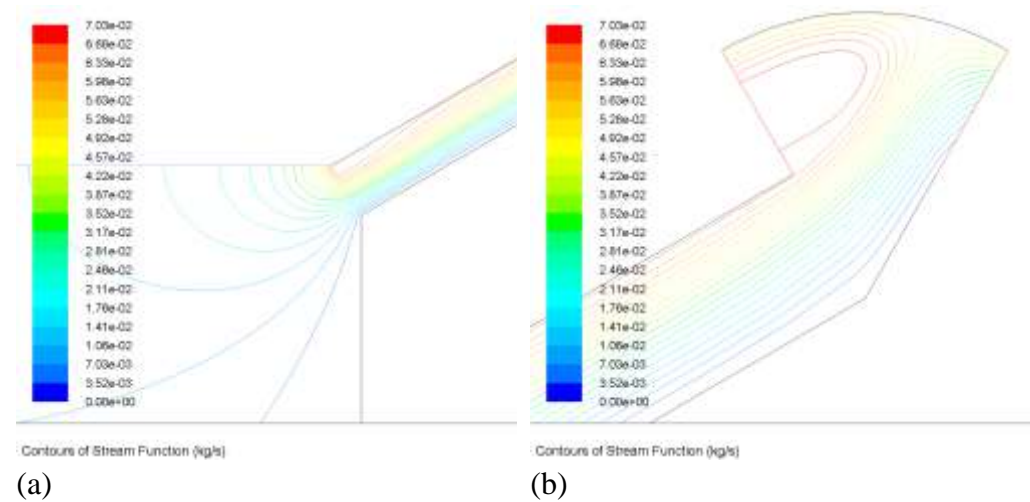


Figura 6.61: Linee di flusso della Velocità per il Caso 2: (a) Imbocco; (b) Coppo.

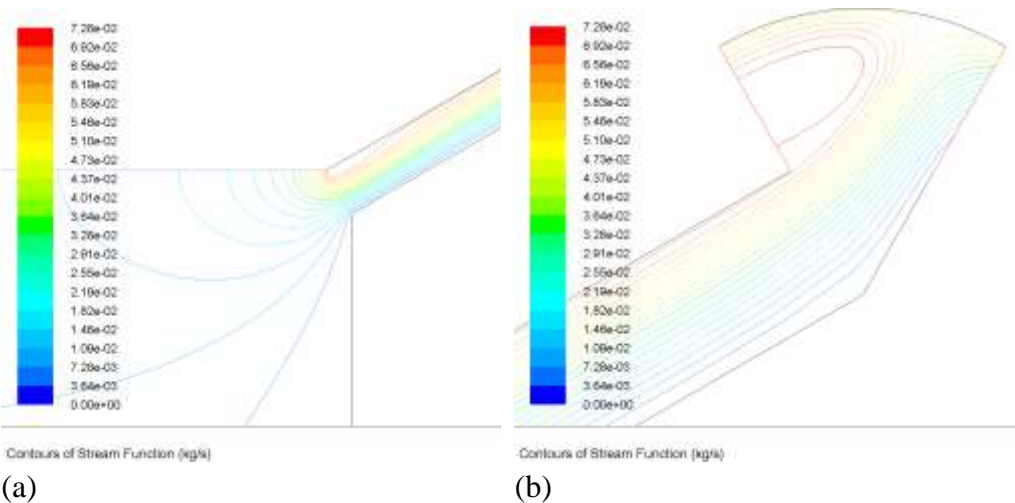


Figura 6.62: Linee di flusso della Velocità per il Caso 3: (a) Imbocco; (b) Coppo.

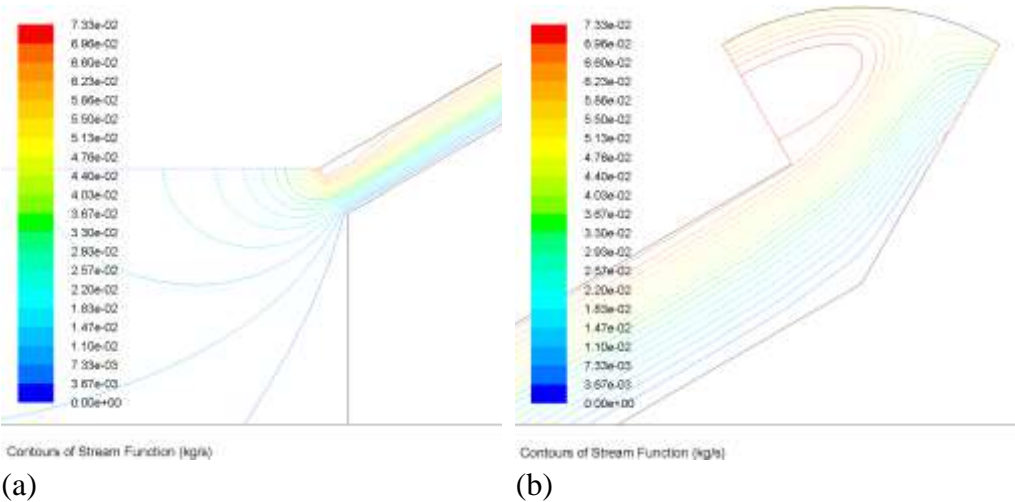
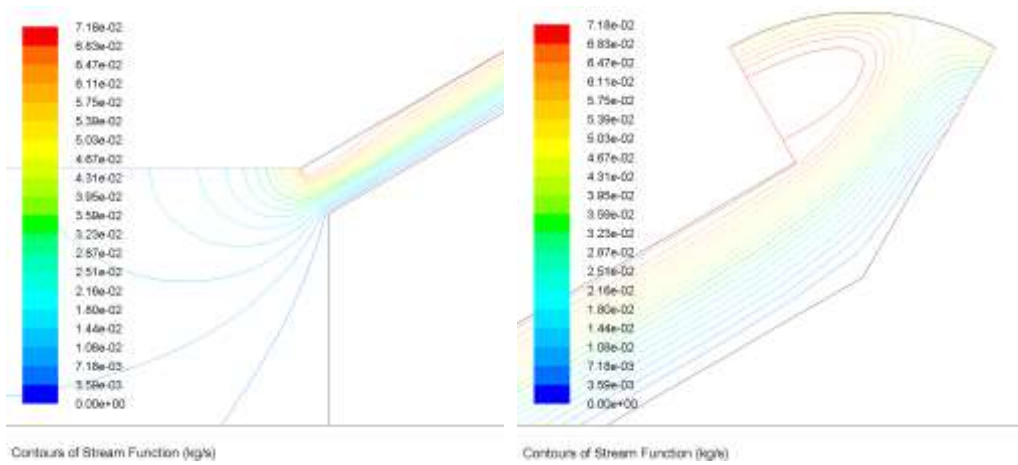
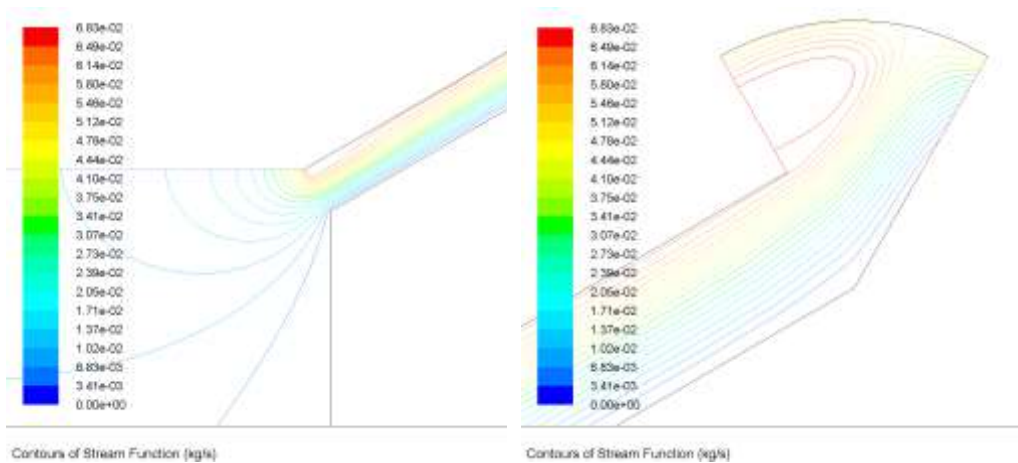


Figura 6.63: Linee di flusso della Velocità per il Caso 4: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a) (b)  
 Figura 6.64: Linee di flusso della Velocità per il Caso 5: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a) (b)  
 Figura 6.65: Linee di flusso della Velocità per il Caso 6: (a) Imbocco; (b) Coppo.

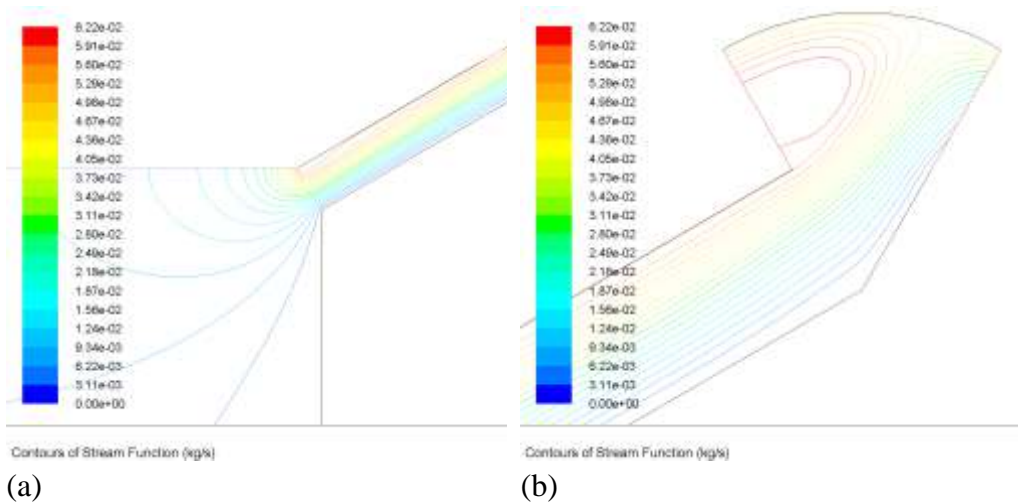


Figura 6.66: Linee di flusso della Velocità per il Caso 7: (a) Imbocco; (b) Coppo.

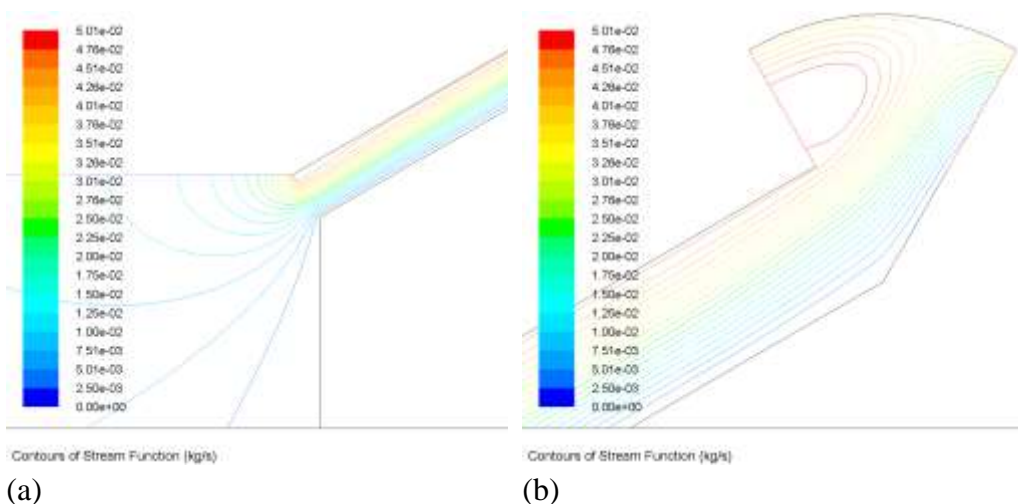


Figura 6.67: Linee di flusso della Velocità per il Caso 8: (a) Imbocco; (b) Coppo.

Osservando i grafici delle linee di flusso, è possibile individuare facilmente due vortici: uno all'imbocco del canale, dovuto alla geometria del sistema considerato; uno nel serbatoio di uscita. L'aria nel canale è più lenta nella parte inferiore e più veloce nella parte superiore. L'aria più lenta segue il profilo inferiore dell'intercapedine fino ad uscire dal canale dalla sezione di uscita

destra. L'aria più veloce e più calda si trova ad impattare contro il coppo, si crea così un vortice che porta l'aria alla sezione di uscita sinistra. I valori maggiori di flusso si hanno proprio in questa zona vorticoso e il massimo si ha nel Caso 4 (12:00).

### 6.4.7 Numero di Nusselt

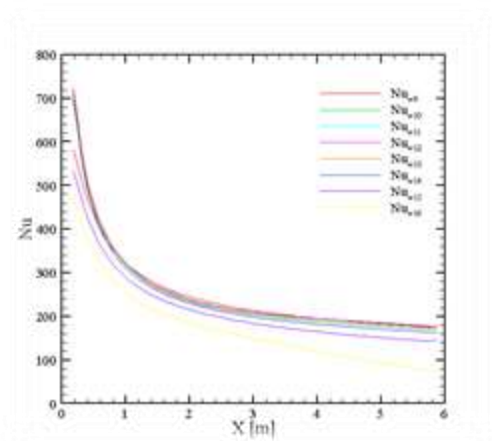


Figura 6.68: Numero di Nusselt per i Casi da 1 a 8.

Il numero di Nusselt, che rappresenta il rapporto tra il calore scambiato per convezione e il calore che la stessa superficie scambierebbe per conduzione, si presenta massimo all'imbocco dell'intercapedine e decresce in direzione dello sbocco. Il valore massimo del Numero di Nusselt si ha per il Caso 4 (12:00) ed è pari circa a 720. Le curve relative alle ore 15:00 e 16:00 si discostano dalle altre, che formano un fascio abbastanza compatto. Il valore minimo si ha alle ore 16:00 allo sbocco del canale, dove è pari a circa 80.

### 6.4.8 Pressione lungo la linea d'asse dell'intercapedine

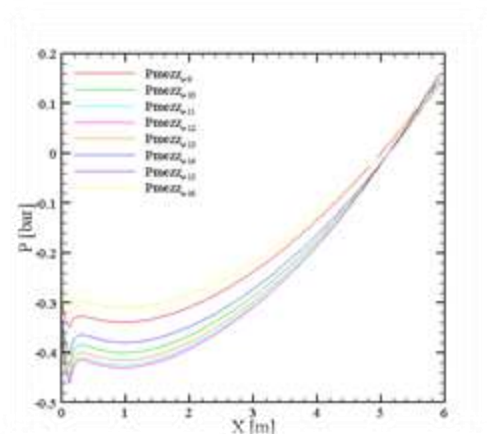


Figura 6.69: Pressione lungo la linea d'asse per i Casi da 1 a 8.

La depressione iniziale, che consente l'ingresso di aria nel canale, risulta massima alle ore 12:00 (Caso 4) e minima alle ore 16:00 (Caso 8). Si osserva in generale un aumento della pressione all'allontanarsi dalla sezione di imbocco fino ad assumere valori positivi all'avvicinarsi della sezione di sbocco.

6.4.9 Campo di pressione

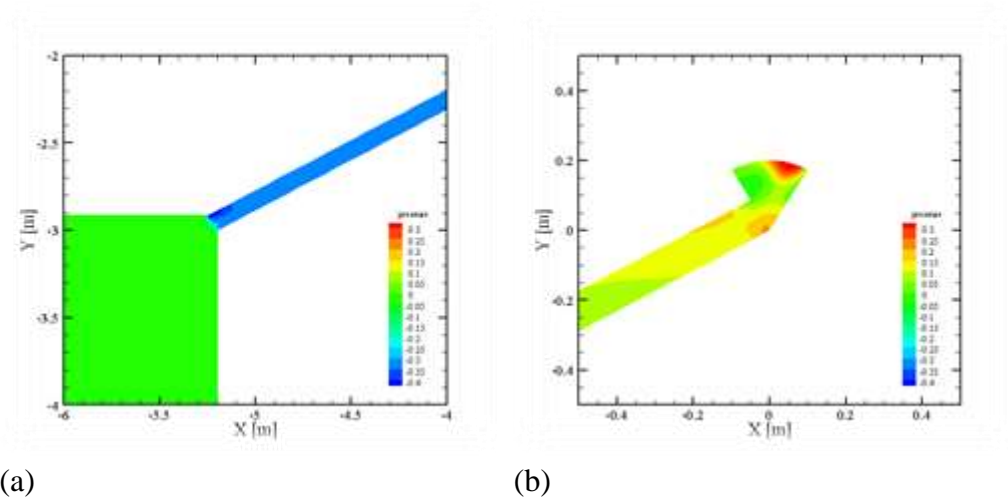


Figura 6.70: Campo di Pressione per il Caso 1: (a) Imbocco; (b) Coppo.

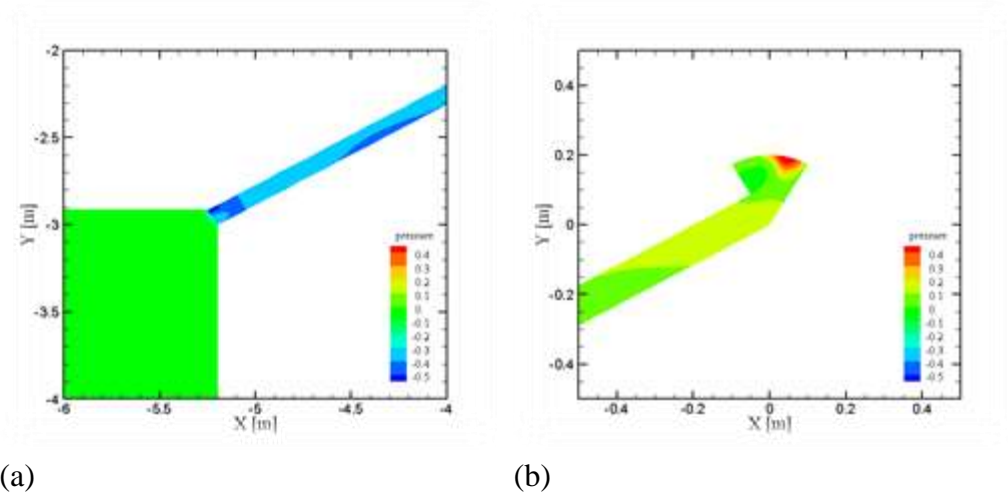
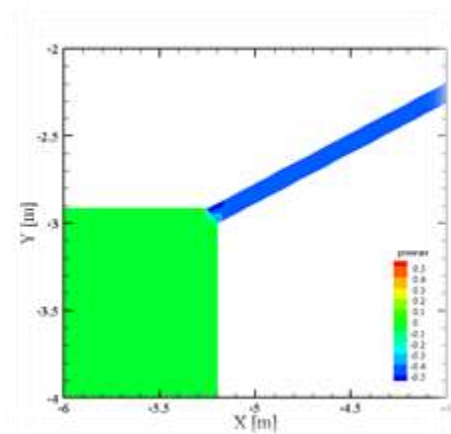
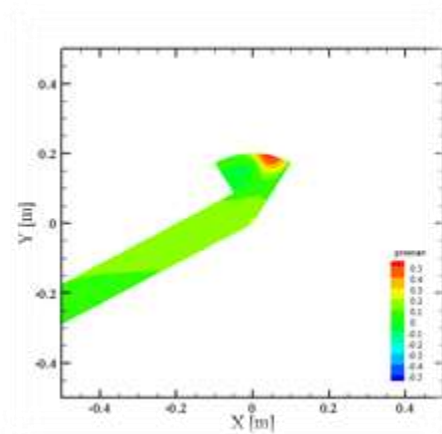


Figura 6.71: Campo di Pressione per il Caso 2: (a) Imbocco; (b) Coppo.



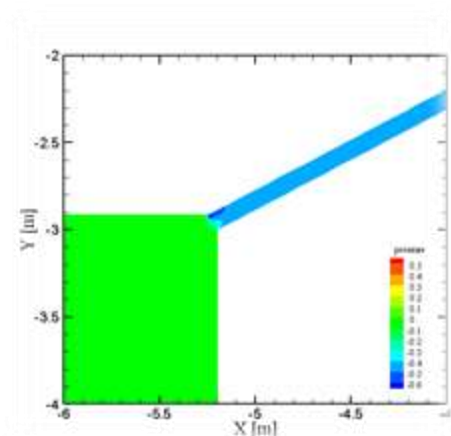


(a)

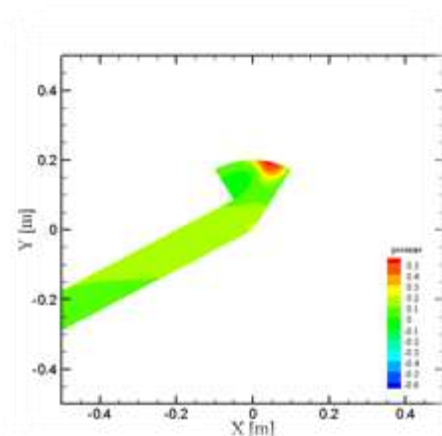


(b)

Figura 6.72: Campo di Pressione per il Caso 3: (a) Imbocco; (b) Coppo.

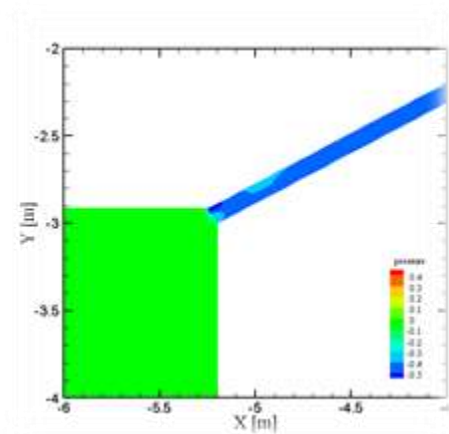


(a)

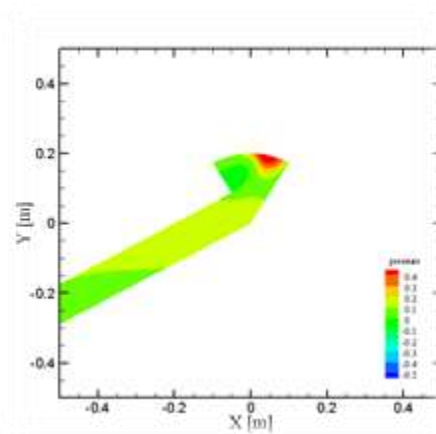


(b)

Figura 6.73: Campo di Pressione per il Caso 4: (a) Imbocco; (b) Coppo.

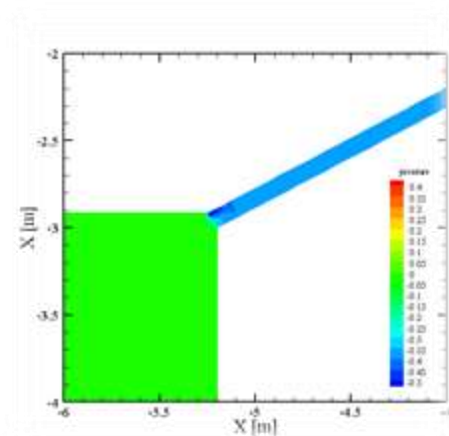


(a)

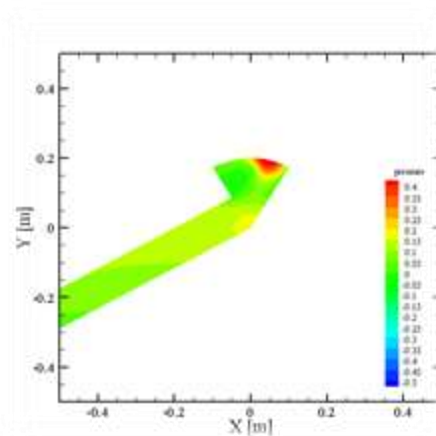


(b)

Figura 6.74: Campo di Pressione per il Caso 5: (a) Imbocco; (b) Coppo.

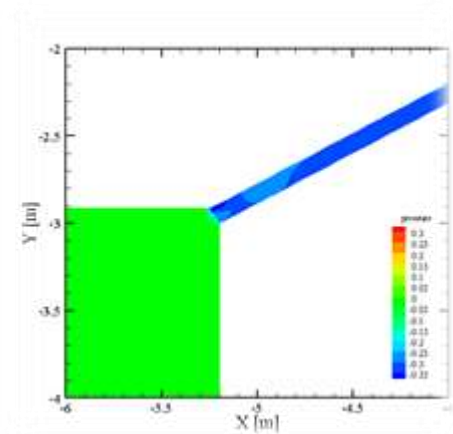


(a)

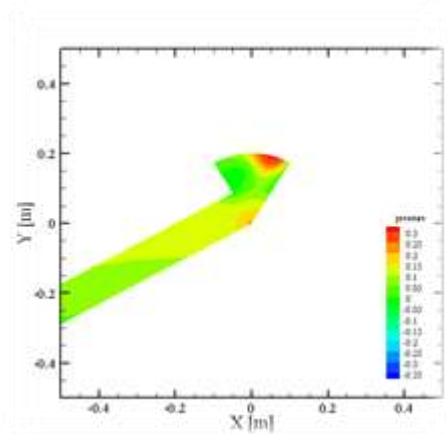


(b)

Figura 6.75: Campo di Pressione per il Caso 6: (a) Imbocco; (b) Coppo.

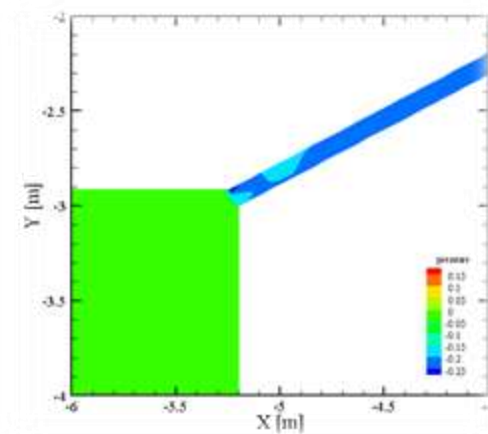


(a)

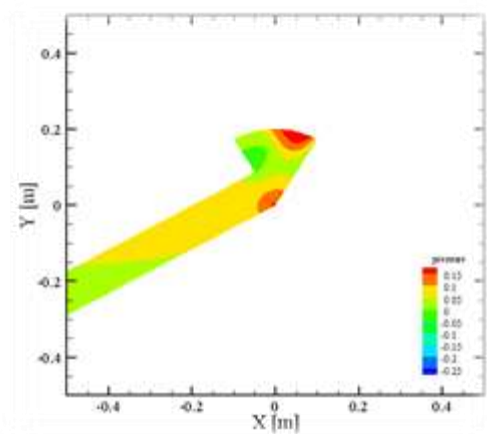


(b)

Figura 6.76: Campo di Pressione per il Caso 7: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a)



(b)

Figura 6.77: Campo di Pressione per il Caso 8: (a) Imbocco; (b) Coppo.

Quanto mostrato dai campi di pressione conferma ciò che è stato mostrato nel paragrafo precedente: all'imbocco del canale vi è una depressione, che causa il risucchio dell'aria nel canale. lungo l'intercapedine, la pressione cresce e raggiunge valori positivi. A causa della geometria del sistema, si hanno delle zone di impatto dell'aria, vicino allo sbocco e sul coppo, dove la pressione risulta più elevata. I valori massimi di pressione si hanno nel Caso 4, invece quelli minimi nel Caso 8.

## 6.5 Regime Estivo

Sono stati analizzati i seguenti casi:

- *Caso 1*: ore 9:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 667  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 2*: ore 10:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 782  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 3*: ore 11:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 849  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 4*: ore 12:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 862  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 5*: ore 13:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 822  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 6*: ore 14:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 730  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 7*: ore 15:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 593  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 8*: ore 16:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 422  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 9*: ore 17:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 236  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .
- *Caso 10*: ore 18:00, flusso di calore sulla superficie superiore pari a 85  $\text{W/m}^2$ , superficie inferiore posta a  $T_s=298 \text{ K}$ .

### 6.5.1 Temperatura lungo le sezioni longitudinali

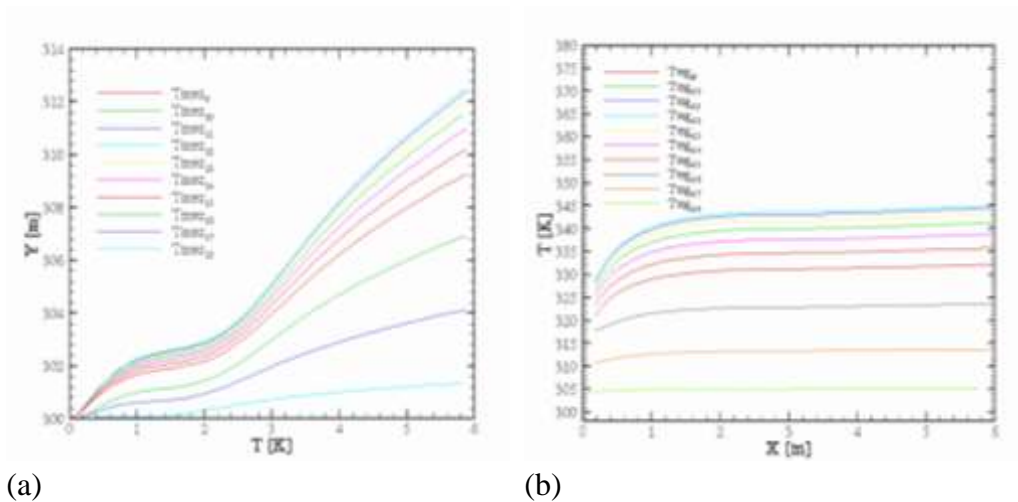
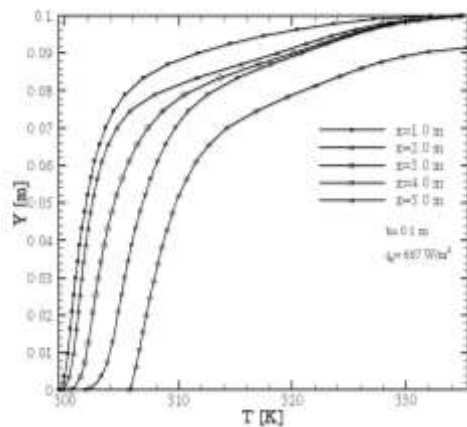


Figura 6.78: Temperatura lungo: (a) linea d'asse del canale; (b) superficie superiore del canale

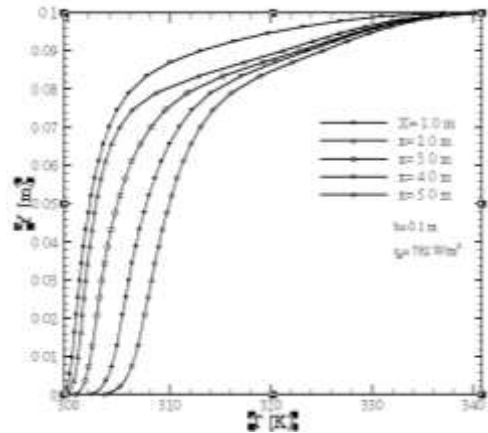
La temperatura lungo la linea d'asse aumenta con la distanza dalla sezione d'ingresso, l'incremento è abbastanza contenuto a causa del trasferimento di calore radiativo che riscalda anche la superficie inferiore dell'intercapedine, ma poi aumenta più velocemente verso lo sbocco. La temperatura è massima alle ore 12:00, pari a circa 312 K, e minima alle 18:00, pari a circa 302 K.

La temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine aumenta con la distanza dalla sezione d'ingresso del canale e l'incremento è tanto più elevato quanto maggiore è il flusso termico. L'incremento risulta più evidente nella zona del canale vicino all'imbocco, sulla restante parte della superficie il valore rimane pressoché costante. I maggiori valori di temperatura si riscontrano alle ore 12:00, con una temperatura vicino allo sbocco pari a 345 K.

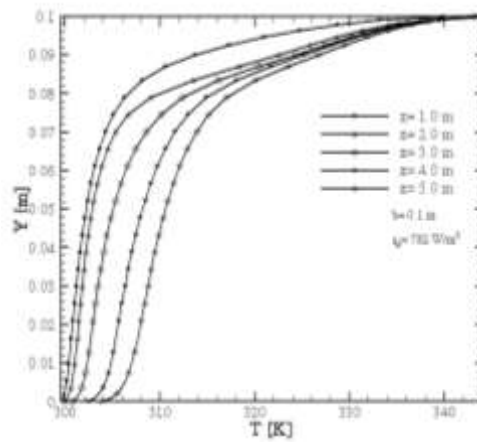
## 6.5.2 Temperatura lungo le superfici trasversali



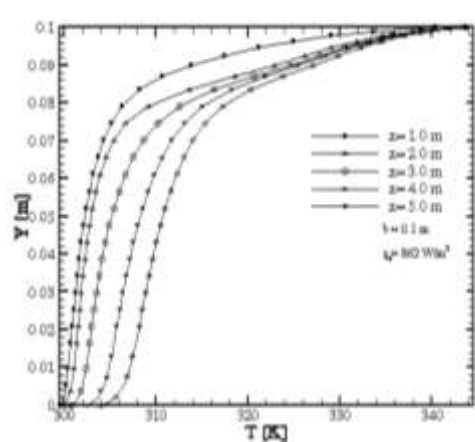
(a)



(b)

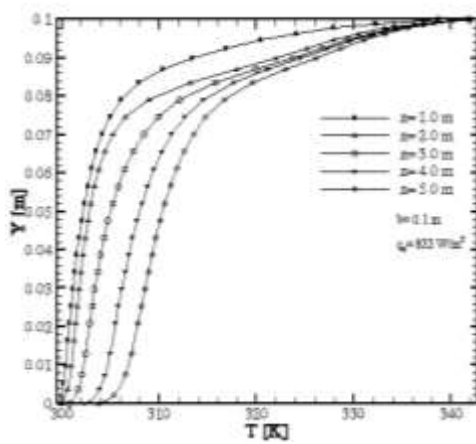


(c)

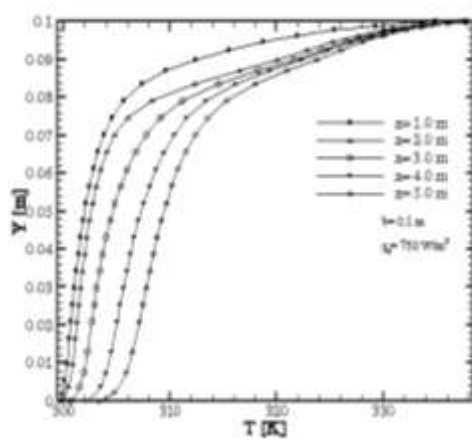


(d)

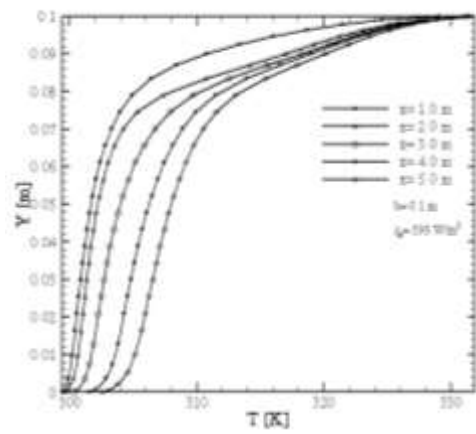
Figura 6.79: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.



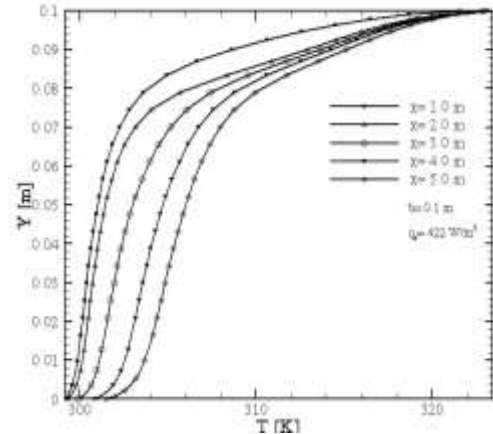
(a)



(b)

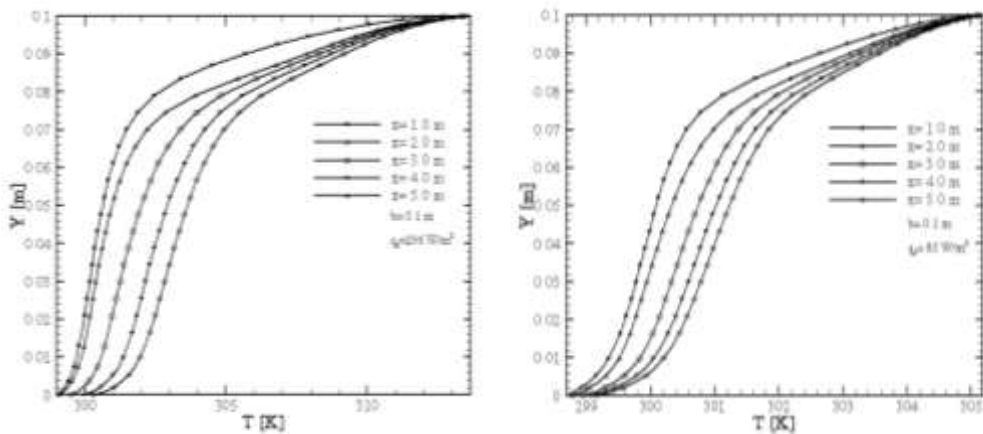


(c)



(d)

Figura 6.80: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 5; (b) Caso 6; (c) Caso 7; (d) Caso 8.



(a) (b)  
 Figura 6.81: Temperatura lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5: (a) Caso 9;  
 (b) Caso 10.

L'andamento della temperatura lungo le superfici trasversali è crescente; il valore minimo si ha in prossimità dello 0 di riferimento, posto nel punto di intersezione tra la superficie trasversale e la superficie inferiore dell'intercapedine, e il valore massimo si ha nel punto più elevato della sezione trasversale. Il valore minimo è influenzato sia dalla temperatura dell'aria all'imbocco, che dalla condizione della superficie inferiore e, all'interno del canale, i valori crescono. Per tutti i casi analizzati, i valori massimi di temperatura si riscontrano nell'ultima sezione (quella posta ad un'ascissa  $x$  pari a 5.0 m di distanza dall'imbocco dell'intercapedine) e l'andamento delle curve presenta una crescita repentina nell'ultimo tratto, in prossimità della superficie superiore. I valori di temperatura sono massimi per il Caso 4 (12:00) e minimi per il Caso 10 (18:00).



6.5.3 Campo di temperatura

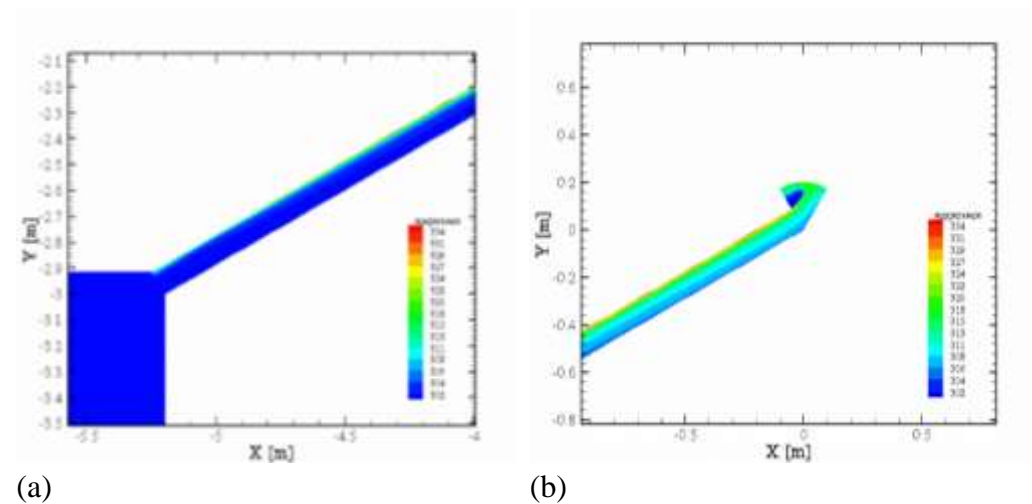


Figura 6.82: Campo di Temperatura per il Caso 1: (a) Imbocco; (b) Coppo.

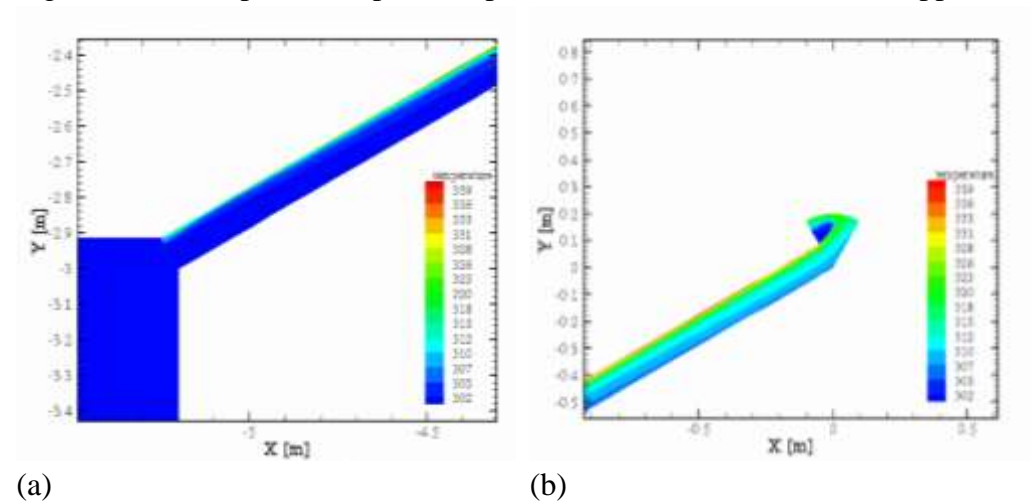
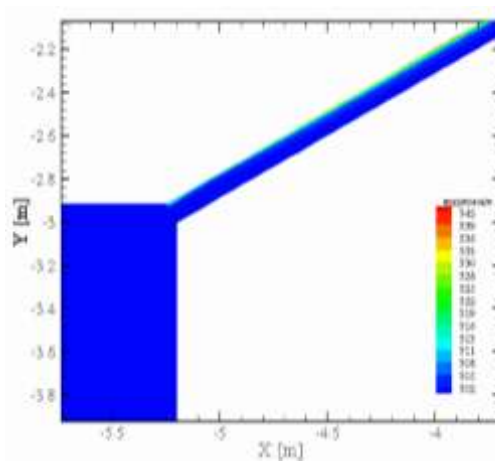
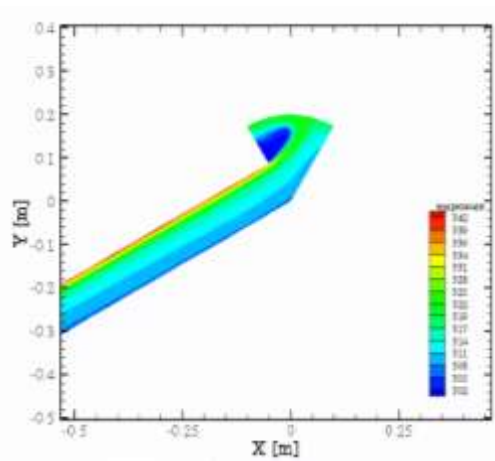


Figura 6.83: Campo di Temperatura per il Caso 2: (a) Imbocco; (b) Coppo.

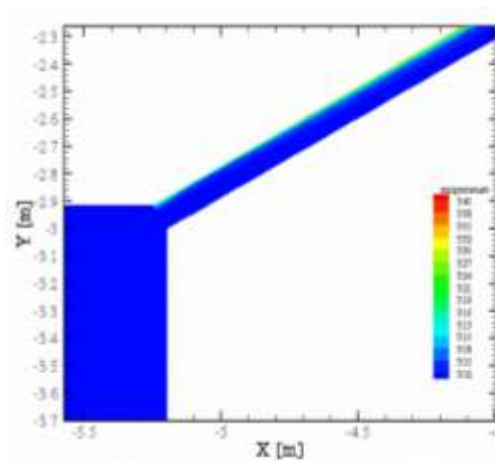


(a)

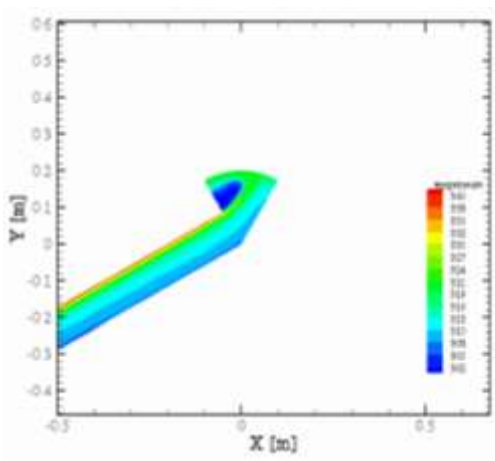


(b)

Figura 6.84: Campo di Temperatura per il Caso 3: (a) Imbocco; (b) Coppo.

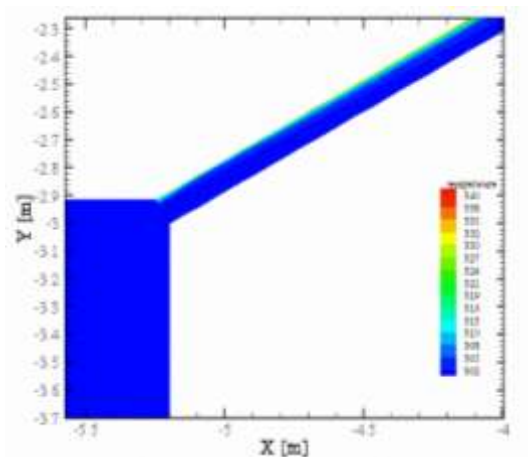


(a)

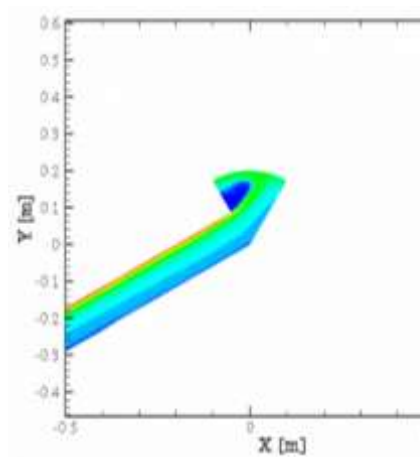


(b)

Figura 6.85: Campo di Temperatura per il Caso 4: (a) Imbocco; (b) Coppo.

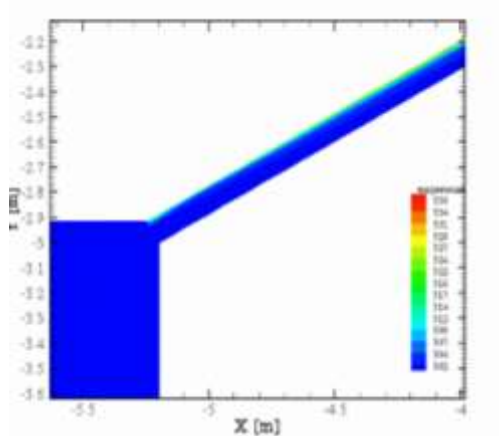


(a)

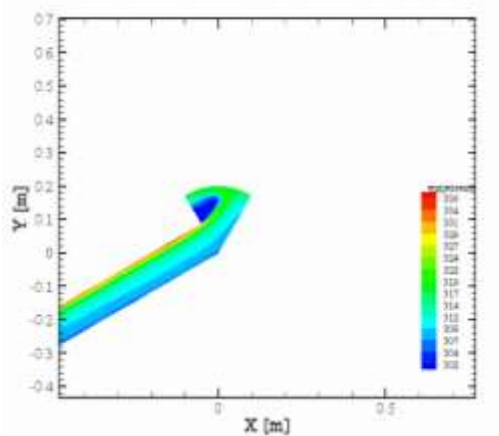


(b)

Figura 6.86: Campo di Temperatura per il Caso 5: (a) Imbocco; (b) Coppo.

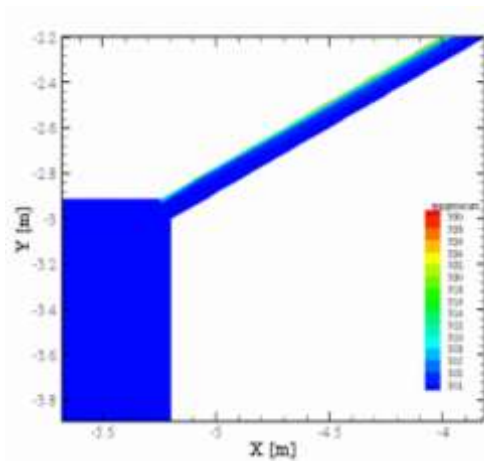


(a)

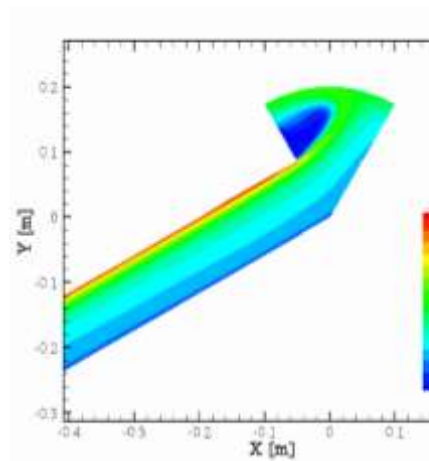


(b)

Figura 6.87: Campo di Temperatura per il Caso 6: (a) Imbocco; (b) Coppo.

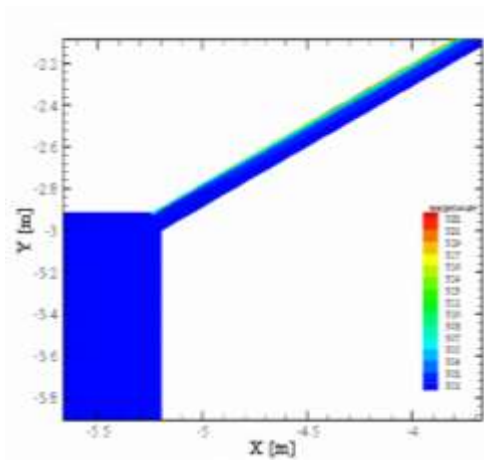


(a)

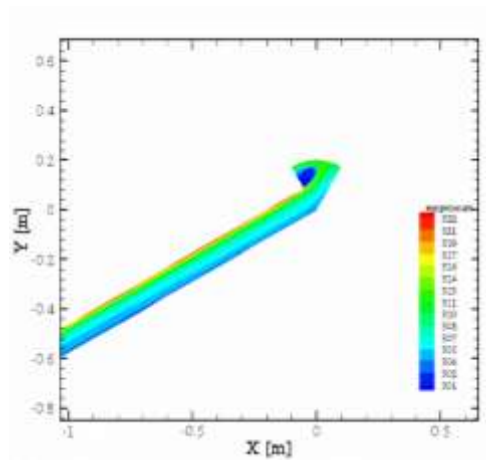


(b)

Figura 6.88: Campo di Temperatura per il Caso 7: (a) Imbocco; (b) Coppo.

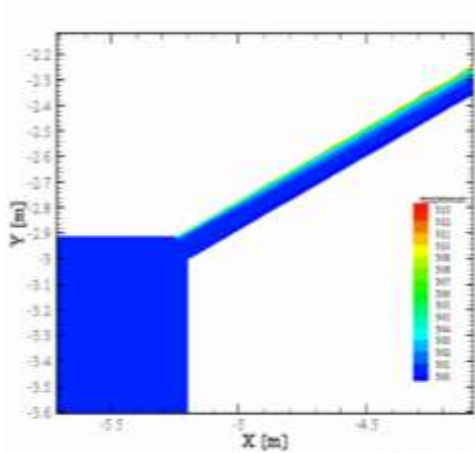


(a)

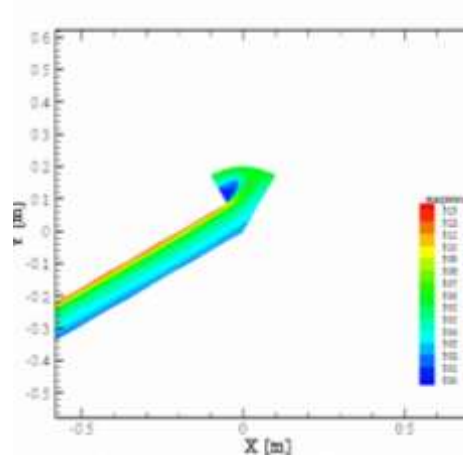


(b)

Figura 6.89: Campo di Temperatura per il Caso 8: (a) Imbocco; (b) Coppo.

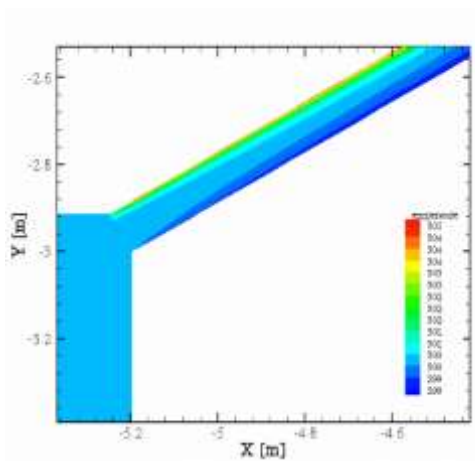


(a)

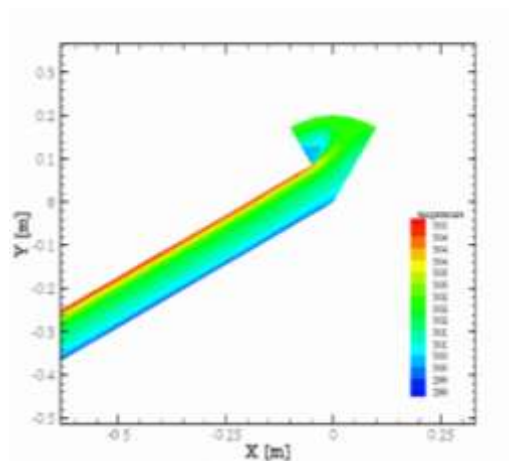


(b)

Figura 6.90: Campo di Temperatura per il Caso 9: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a)



(b)

Figura 6.91: Campo di Temperatura per il Caso 10: (a) Imbocco; (b) Coppo.

La temperatura lungo la superficie aumenta con la distanza dalla sezione d'ingresso del canale e l'incremento è tanto più elevato quanto maggiore è il flusso termico, infatti i maggiori valori di temperatura si riscontrano alle ore 12:00; inoltre osservando in particolare il coppo, si nota una diminuzione della temperatura, dovuto ad un ricircolo d'aria.

### 6.5.4 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine

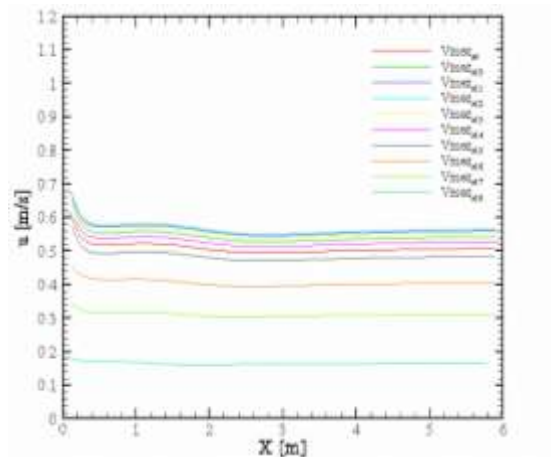


Figura 6.92: Velocità lungo la linea d'asse per i Casi da 1 a 10.

La velocità lungo la linea d'asse risulta maggiore all'imbocco, a causa dell'aspirazione d'aria dall'esterno. Ha poi un andamento discendente e cresce di nuovo verso lo sbocco, ma fino ad un valore che è comunque minore di quello iniziale. Il valore massimo si ha nel Caso 4 ( ore 12:00) ed è pari a 0.7 m/s. Nei Cari 8, 9 e 10, i valori della velocità diminuiscono e le curve si distanziano maggiormente dalle altre. Il valore più basso della velocità si ha nel Caso 10 (18:00), dove è sempre minore di 0.2 m/s.

### 6.5.5 Velocità lungo le superfici trasversali

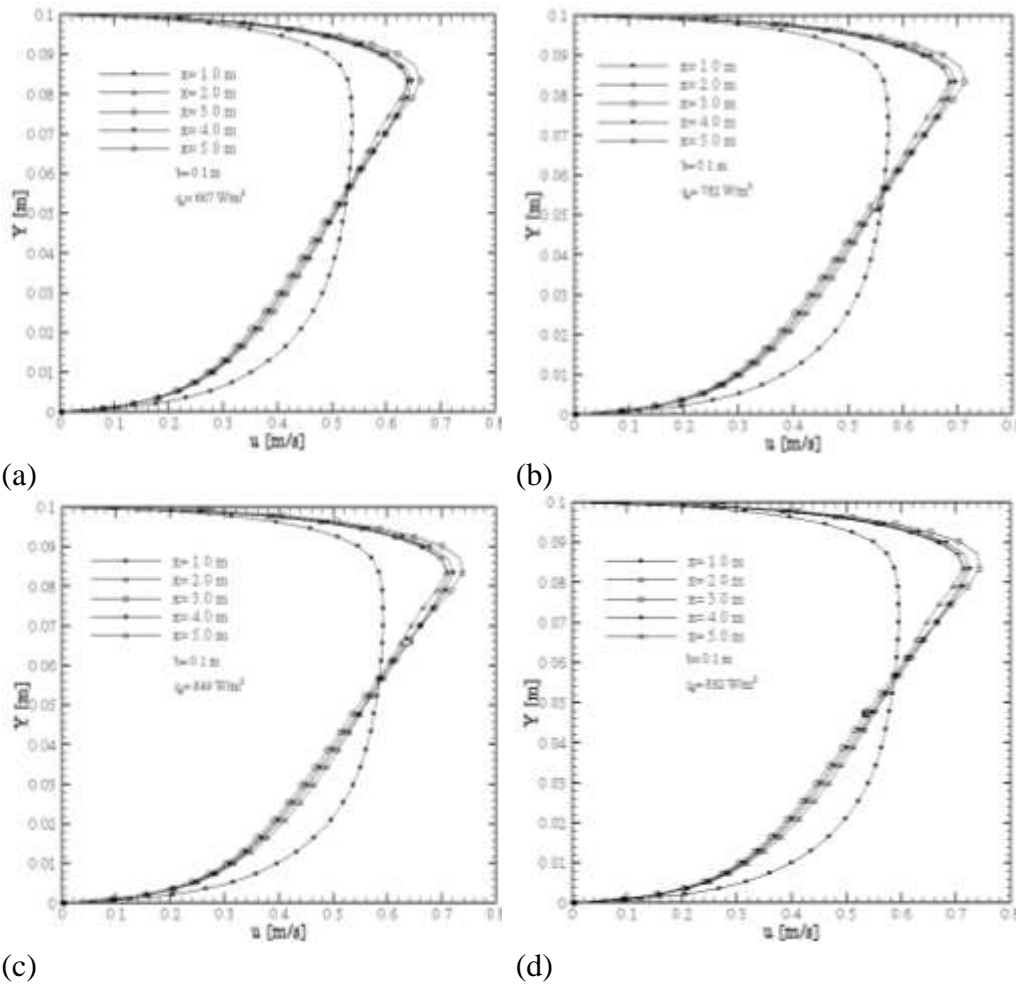
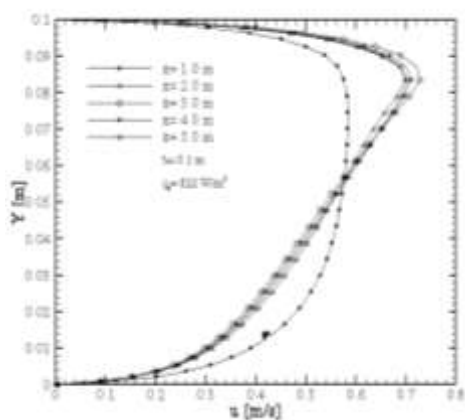
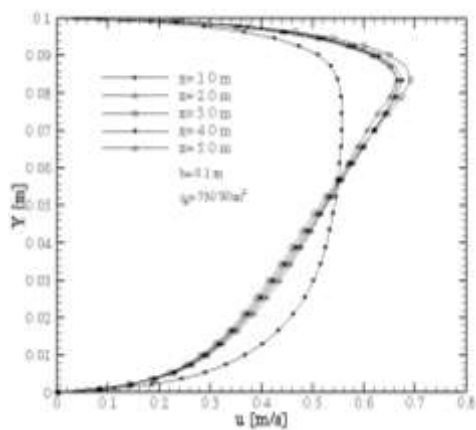


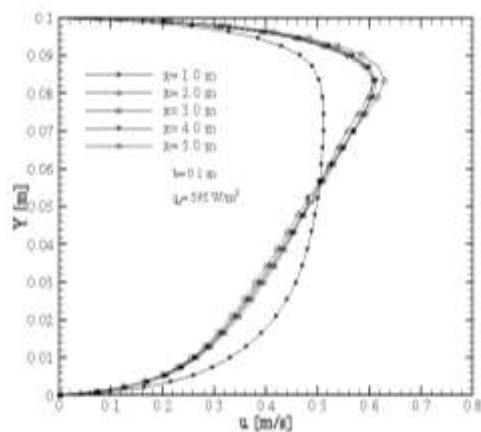
Figura 6.93: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.



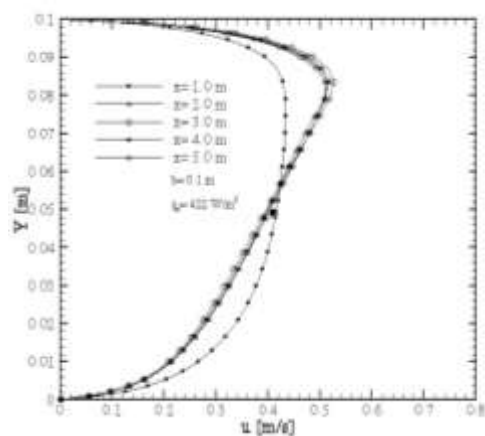
(a)



(b)

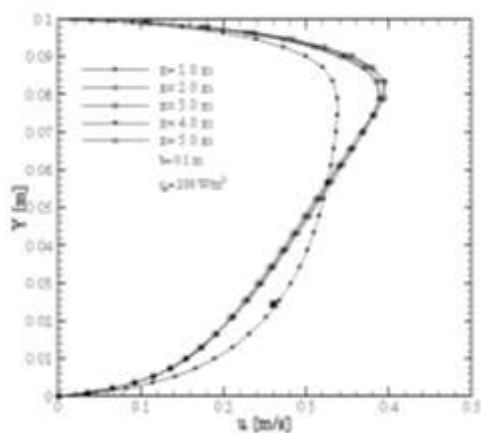


(c)

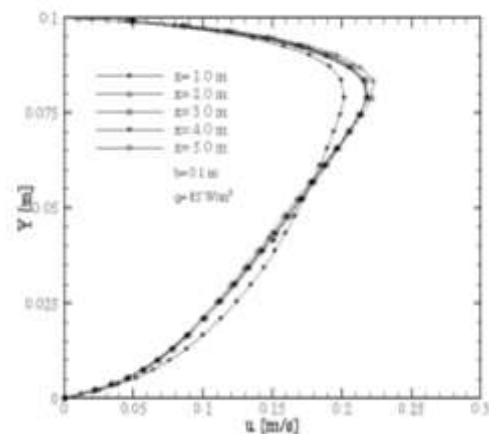


(d)

Figura 6.94: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 5; (b) Caso 6; (c) Caso 7; (d) Caso 8.



(a)



(b)



Figura 6.95: Velocità lungo le superfici trasversali 1, 2, 3, 4, 5 per: (a) Caso 9; (b) Caso 10.

La velocità nelle sezioni trasversali ha un andamento caratteristico: presenta i valori minimi nella zona di contatto con le pareti dell'intercapedine e un picco in prossimità della superficie superiore. Nel caso di flusso termico sufficientemente elevato, il profilo di velocità nella prima sezione si presenta pienamente sviluppato. In tutti i casi analizzati, la velocità presenta un picco meno evidente nella sezione posta ad 1.00 m dall'imbocco. Nel Caso 10, invece, tutte e 5 le curve presentano lo stesso andamento qualitativo, ma i valori sono i più bassi, restando sempre inferiori a 0.25 m/s.

## 6.5.6 Linee di flusso della velocità

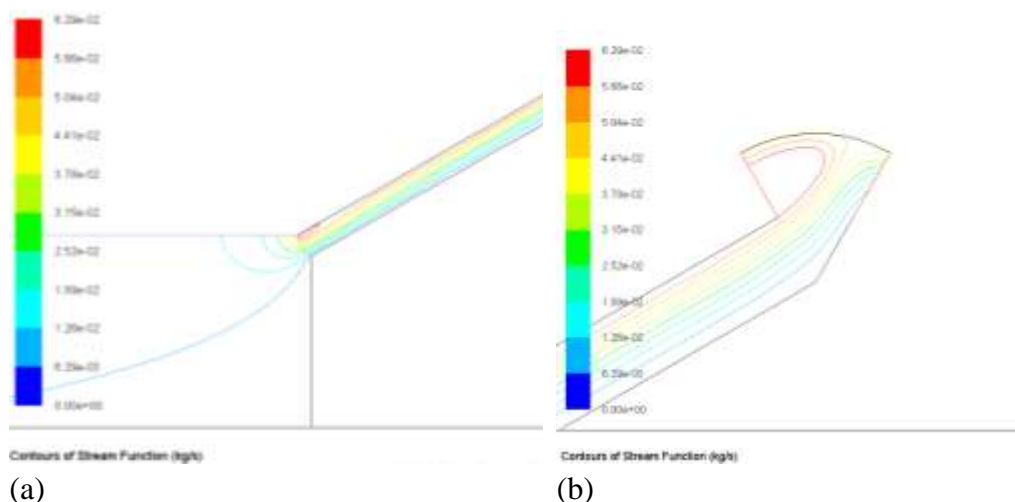


Figura 6.96: Linee di flusso della Velocità per il Caso 1: (a) Imbocco; (b) Coppo.

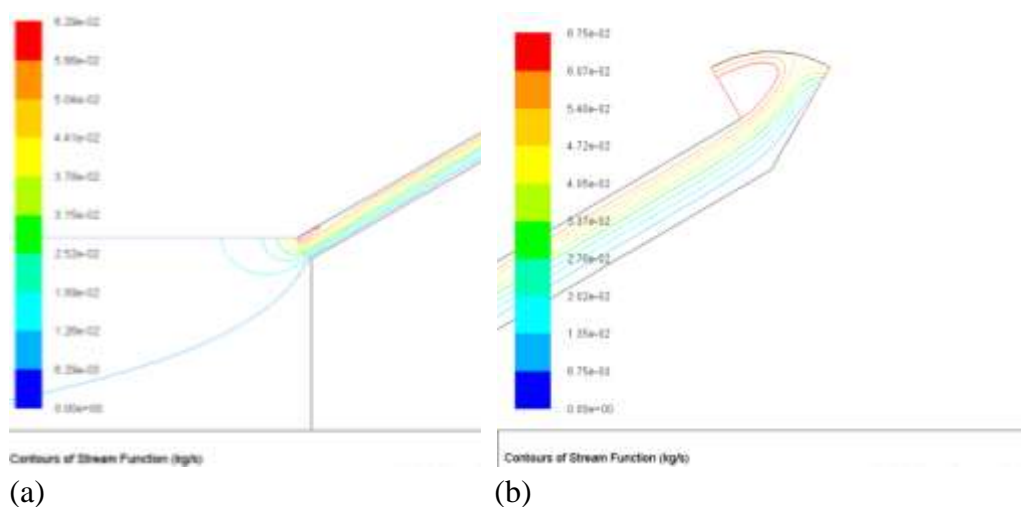


Figura 6.97: Linee di flusso della Velocità per il Caso 2: (a) Imbocco; (b) Coppo.

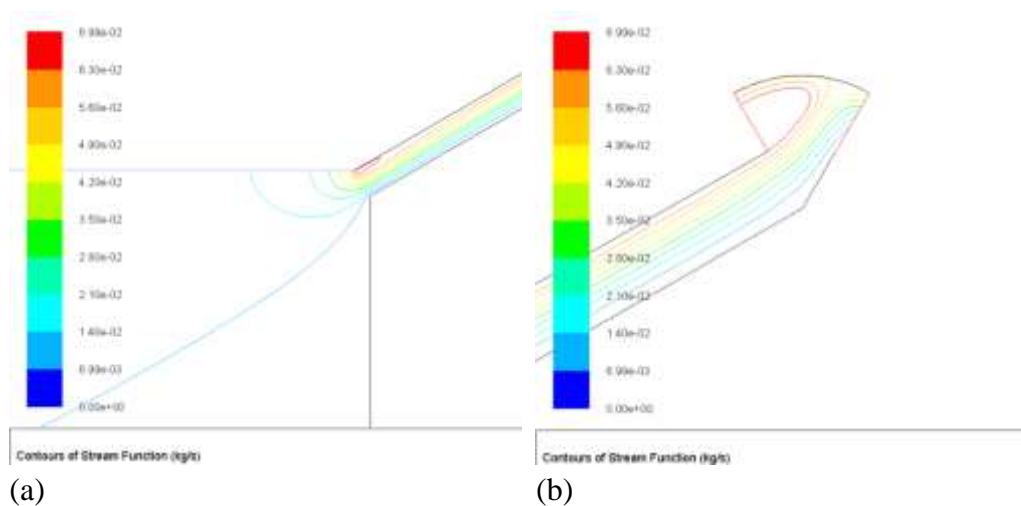
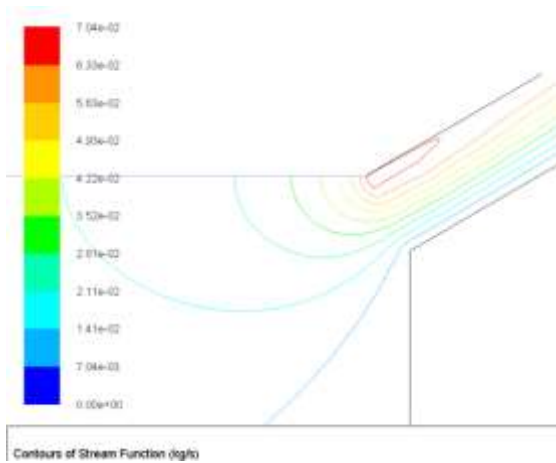
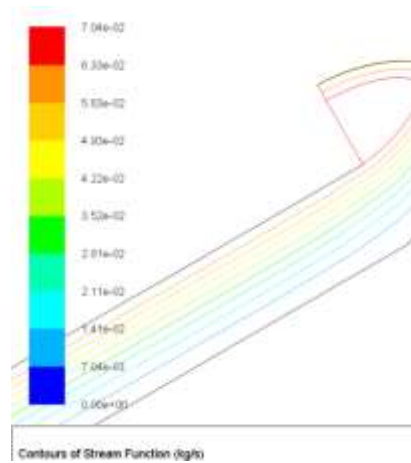


Figura 6.98: Linee di flusso della Velocità per il Caso 3: (a) Imbocco; (b) Coppo.

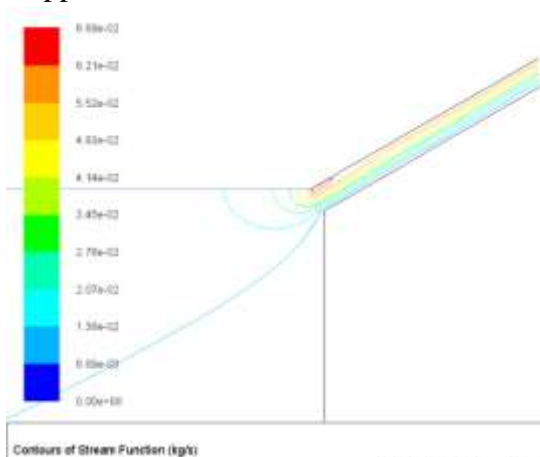


(a)

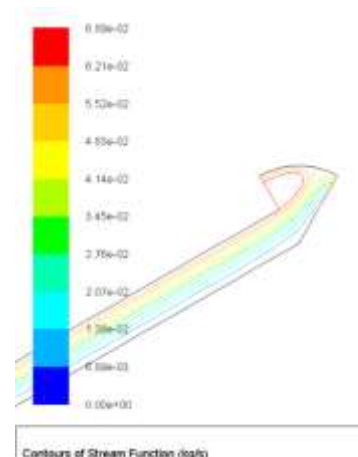


(b)

Figura 6.99: Linee di flusso della Velocità per il Caso 4: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a)



(b)

Figura 6.100: Linee di flusso della Velocità per il Caso 5: (a) Imbocco; (b) Coppo.

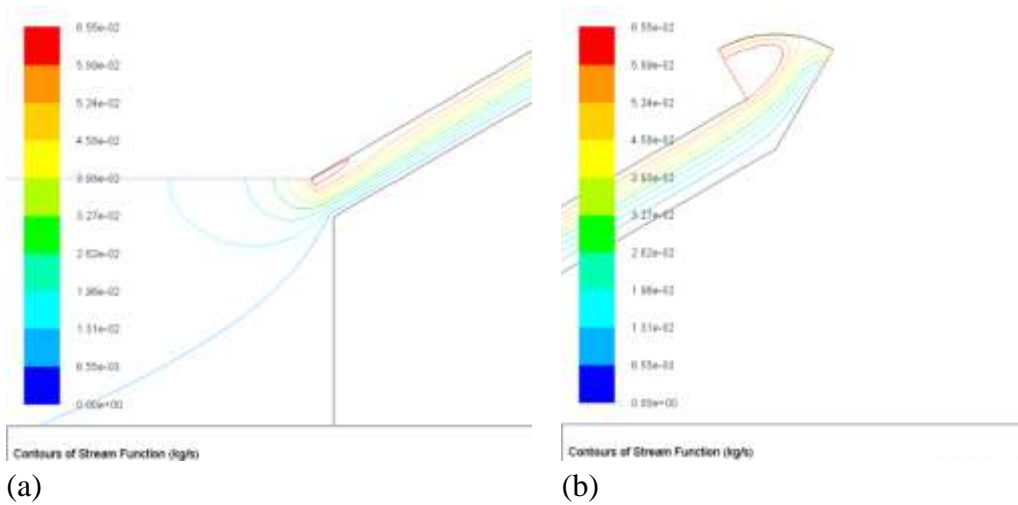


Figura 6.101: Linee di flusso della Velocità per il Caso 6: (a) Imbocco; (b) Coppo.

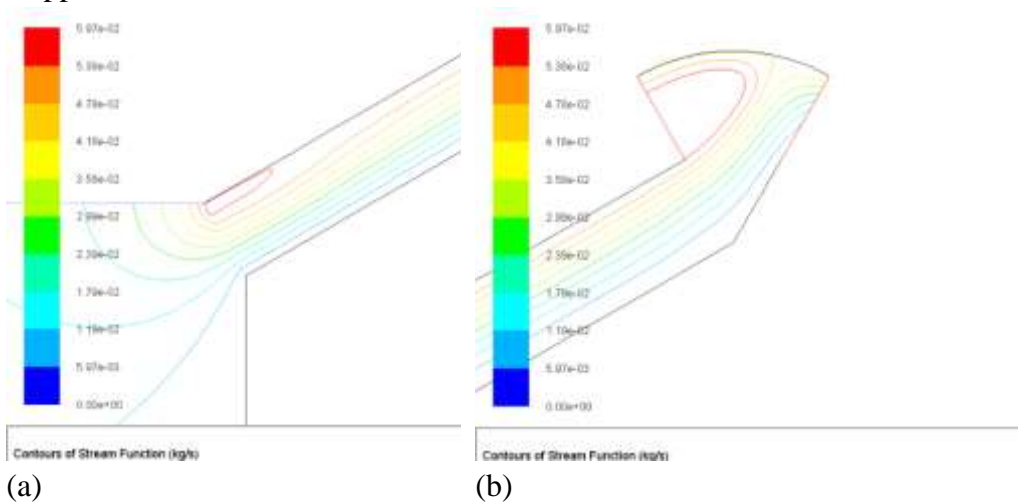


Figura 6.102: Linee di flusso della Velocità per il Caso 7: (a) Imbocco; (b) Coppo.

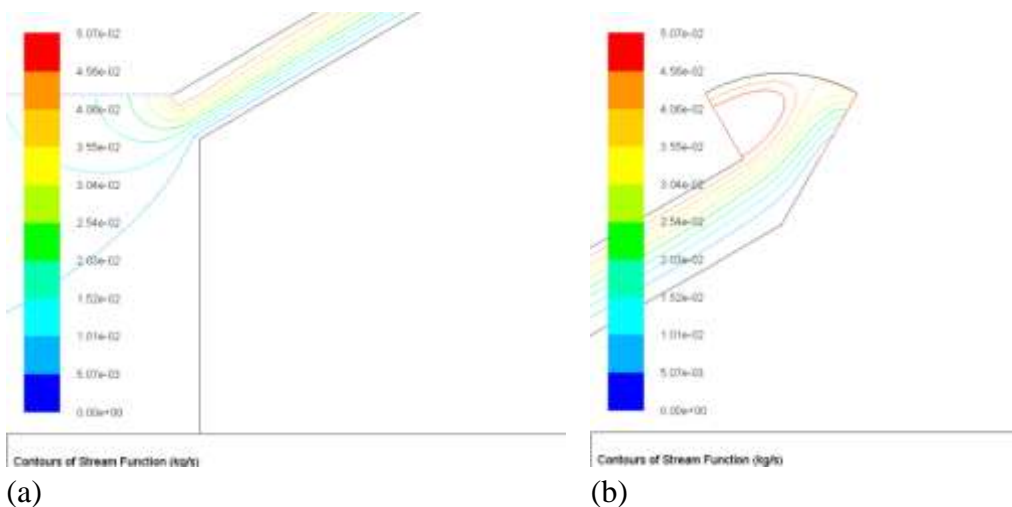


Figura 6.103: Linee di flusso della Velocità per il Caso 8: (a) Imbocco; (b) Coppo.

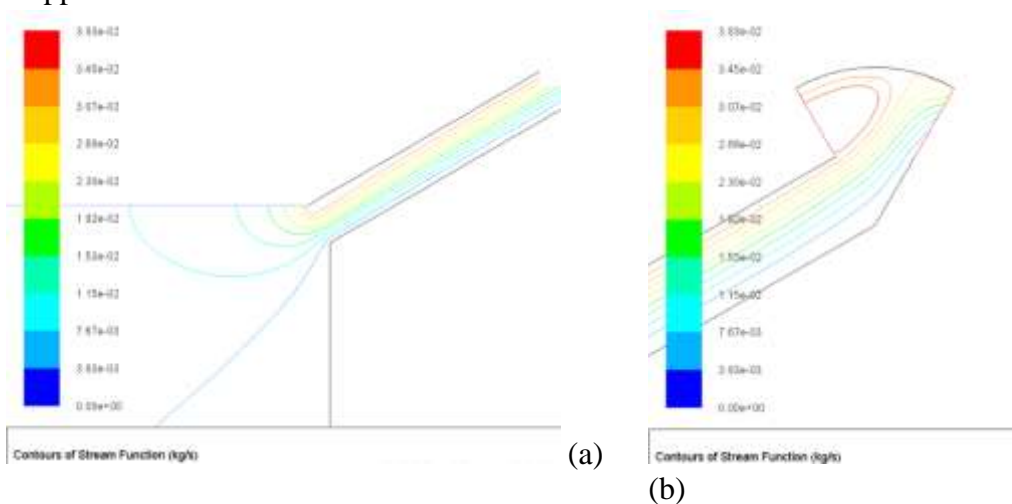


Figura 6.104: Linee di flusso della Velocità per il Caso 9: (a) Imbocco; (b) Coppo.

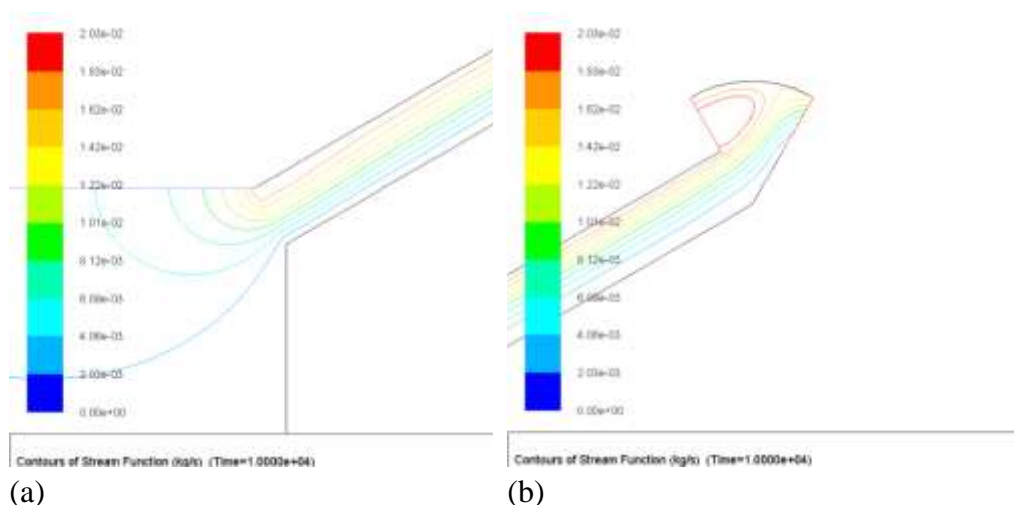


Figura 6.105: Linee di flusso della Velocità per il Caso 10: (a) Imbocco; (b) Coppo.

Osservando i grafici delle linee di flusso, è possibile individuare facilmente due vortici: uno all'imbocco del canale, dovuto alla geometria del sistema considerato; uno nel serbatoio di uscita. L'aria nel canale è più lenta nella parte inferiore e più veloce nella parte superiore. L'aria più lenta segue il profilo inferiore dell'intercapedine fino ad uscire dal canale dalla sezione di uscita destra. L'aria più veloce e più calda si trova ad impattare contro il coppo, si crea così un vortice che porta l'aria alla sezione di uscita sinistra. I valori maggiori di flusso si hanno proprio in questa zona vorticoso e il massimo si ha nel Caso 4 (12:00).

### 6.5.7 Numero di Nusselt

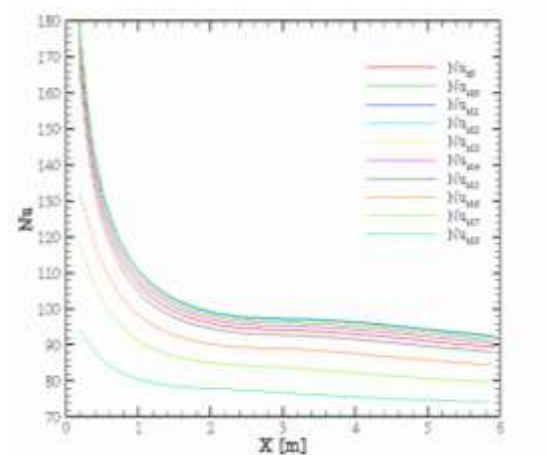


Figura 6.106: Numero di Nusselt per i Casi da 1 a 10.

Il numero di Nusselt, che rappresenta il rapporto tra il calore scambiato per convezione e il calore che la stessa superficie scambierebbe per conduzione, si presenta massimo all'imbocco dell'intercapedine e decresce in direzione dello sbocco. Il valore massimo del Numero di Nusselt si ha per il Caso 4 (12:00) ed è pari circa a 180. Le curve relative ai Casi 8, 9 e 10 si discostano dalle altre, che formano un fascio abbastanza compatto. Il valore minimo si ha alle ore 18:00 allo sbocco del canale, dove è pari a circa 75.

6.5.8 Campo di pressione

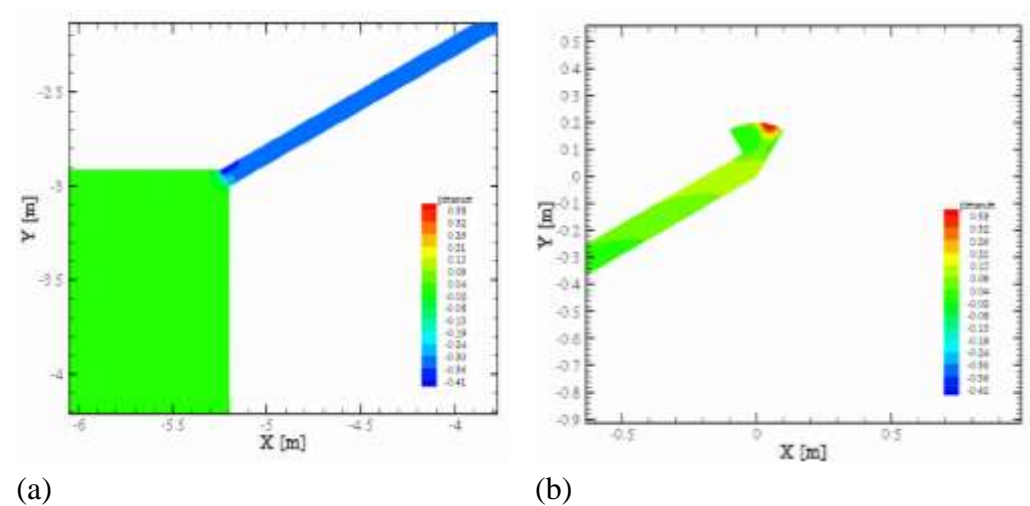


Figura 6.107: Campo di Pressione per il Caso 1: (a) Imbocco; (b) Coppo.

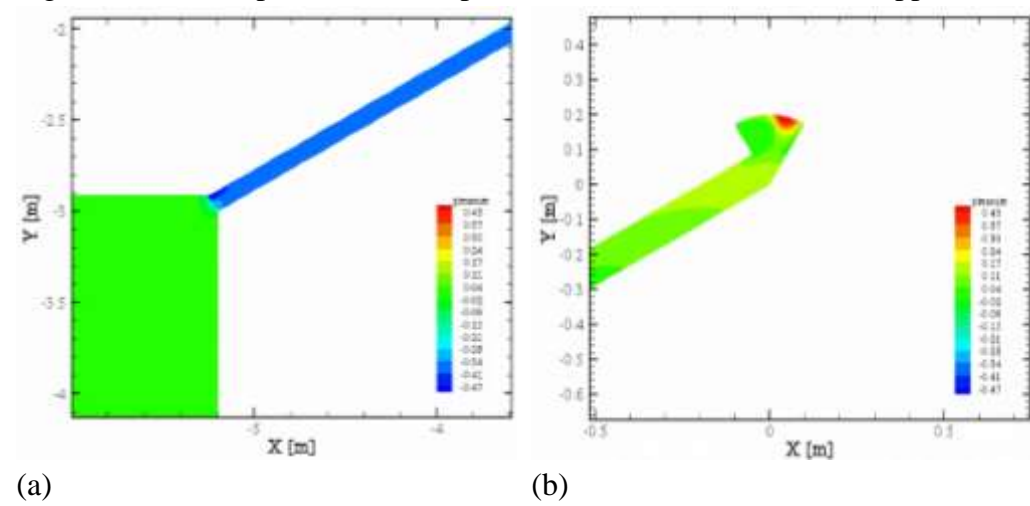
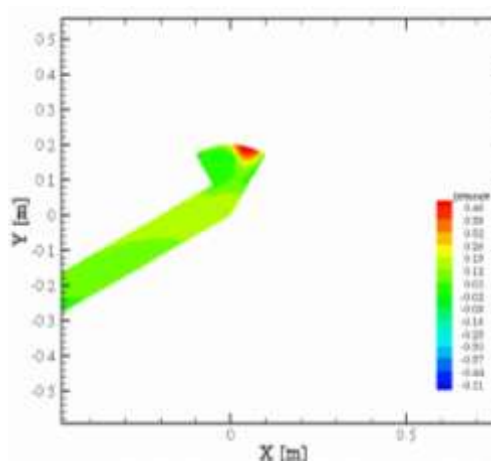
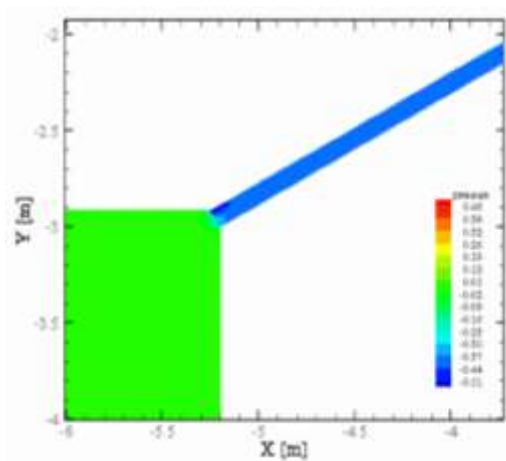
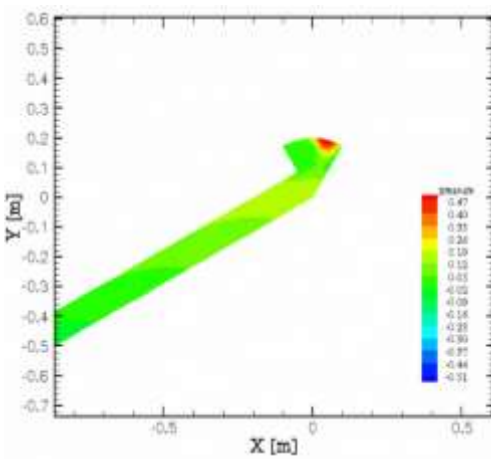
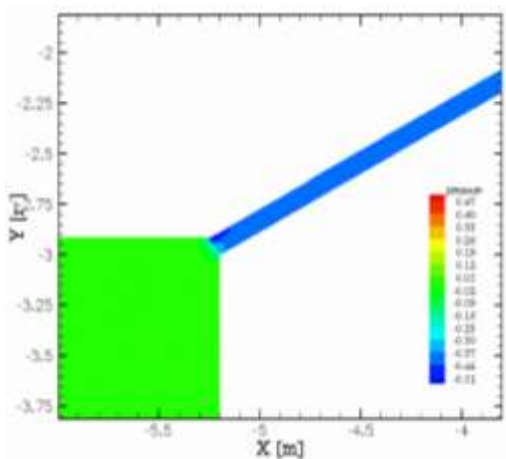


Figura 6.108: Campo di Pressione per il Caso 2: (a) Imbocco; (b) Coppo.

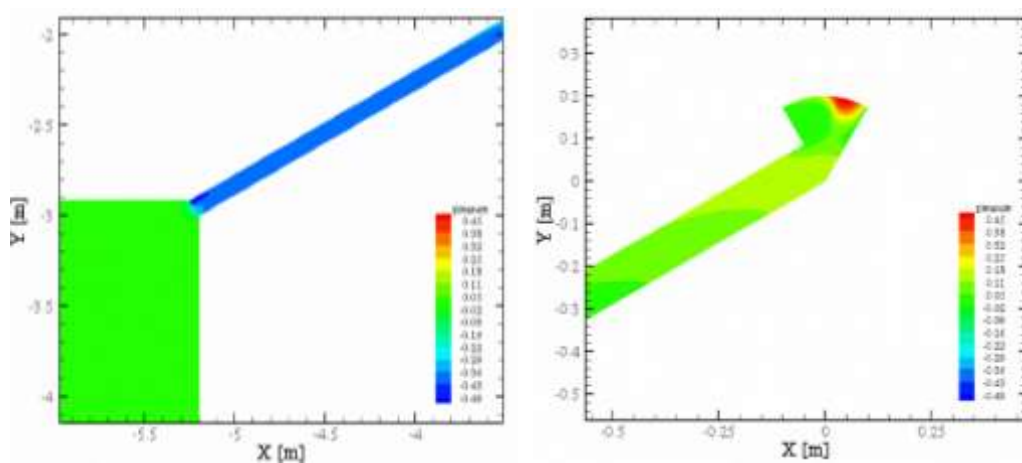




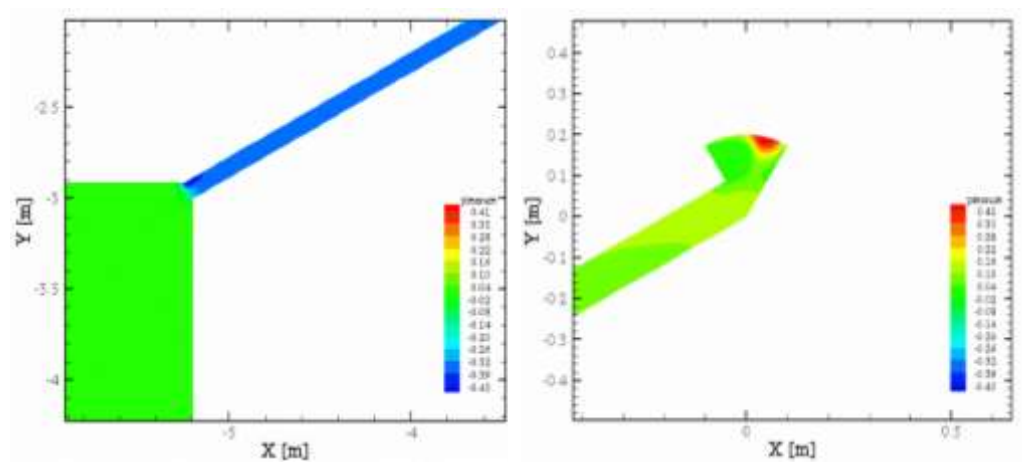
(a) (b)  
 Figura 6.109: Campo di Pressione per il Caso 3: (a) Imbocco; (b) Coppo.



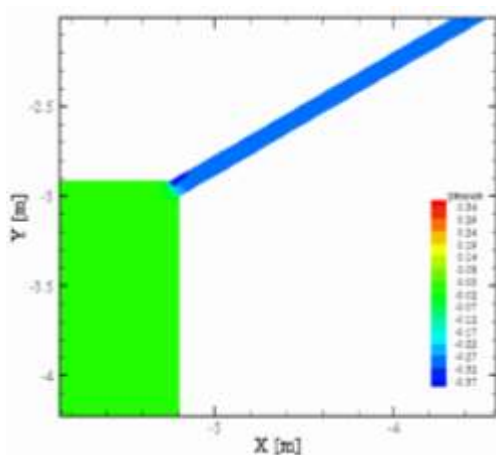
(a) (b)  
 Figura 6.110: Campo di Pressione per il Caso 4: (a) Imbocco; (b) Coppo.



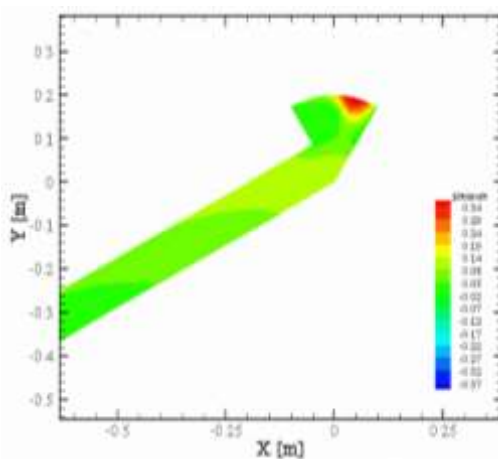
(a) (b)  
 Figura 6.111: Campo di Pressione per il Caso 5: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a) (b)  
 Figura 6.112: Campo di Pressione per il Caso 6: (a) Imbocco; (b) Coppo.

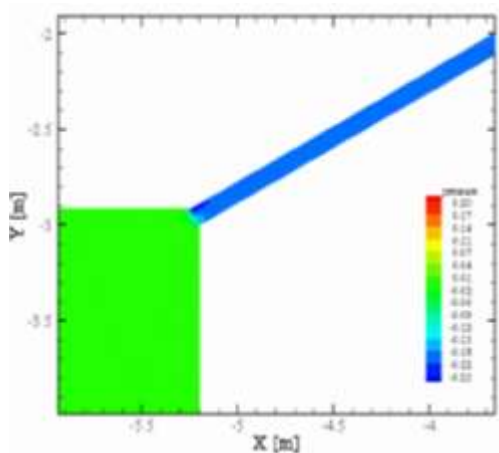


(a)

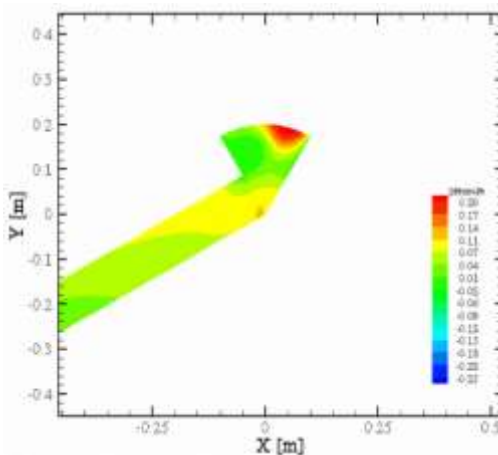


(b)

Figura 6.113: Campo di Pressione per il Caso 7: (a) Imbocco; (b) Coppo.

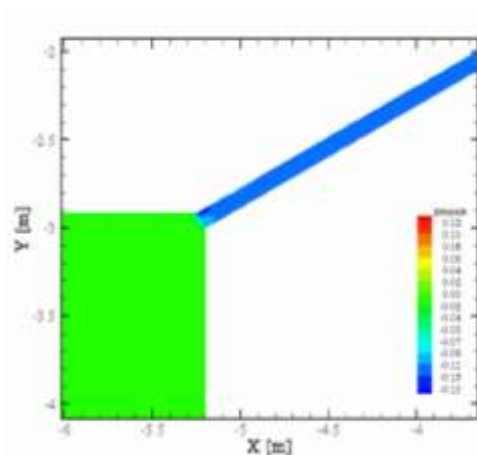


(a)

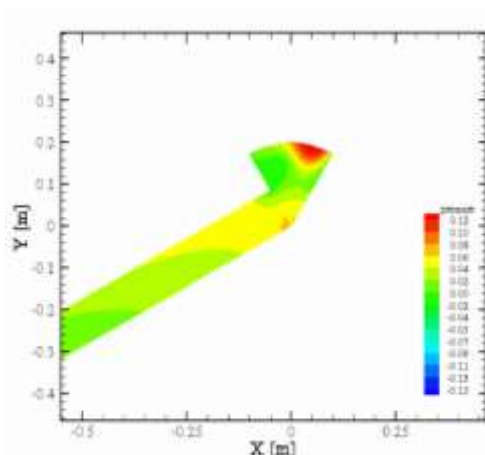


(b)

Figura 6.114: Campo di Pressione per il Caso 8: (a) Imbocco; (b) Coppo.

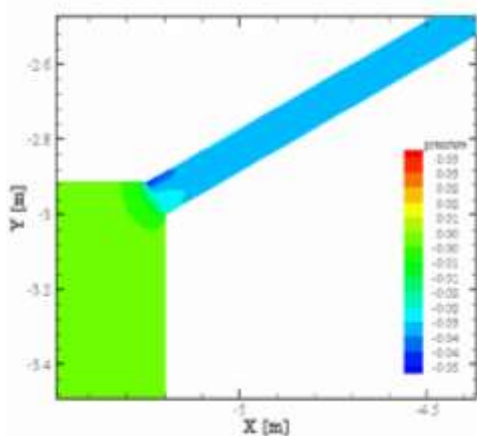


(a)

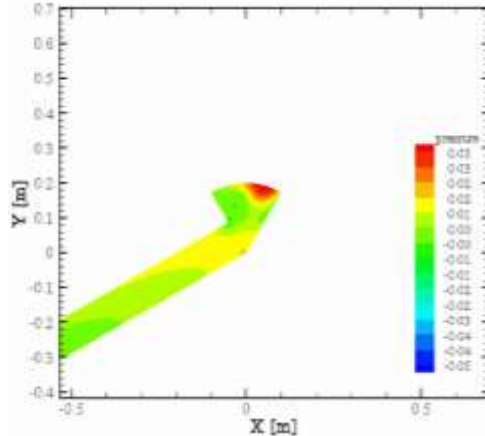


(b)

Figura 6.115: Campo di Pressione per il Caso 9: (a) Imbocco; (b) Coppo.



(a)



(b)

Figura 6.116: Campo di Pressione per il Caso 10: (a) Imbocco; (b) Coppo.

I campi di pressione mostrano che nel canale vi è una depressione, che causa il risucchio dell'aria nell'intercapedine. Lungo il canale, la pressione cresce e raggiunge valori positivi. A causa della geometria del sistema, si hanno delle zone di impatto dell'aria, vicino allo sbocco e sul coppo, dove la pressione risulta più elevata. I valori massimi di pressione si hanno nel Caso 4 e quelli minimi nel Caso 10.

## 6.6 Confronto tra il regime estivo ed invernale

Di seguito, si riporta un confronto tra i regimi estivo ed invernale, considerando in particolare le condizioni alle ore 12:00 [11].

### 6.6.1 Temperatura lungo la linea d'asse dell'intercapedine

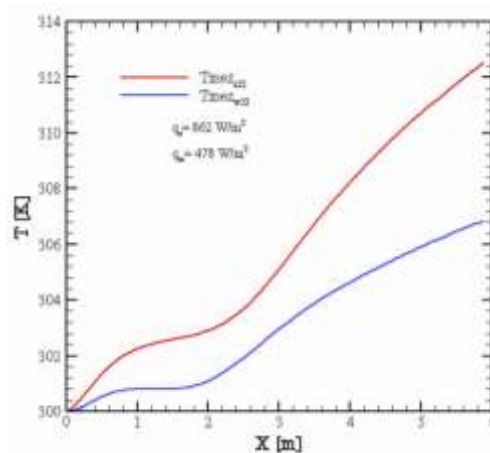


Figura 6.117: Temperatura lungo la linea d'asse in regime estivo ed invernale, ore 12:00.

Dal grafico si evince che per il regime estivo abbiamo valori della temperatura più elevati, inoltre la crescita è più repentina rispetto al regime invernale. In regime invernale l'intervallo di temperatura è pari a circa 6 K; in regime estivo l'intervallo di temperatura è pari a circa 12 K. All'imbocco del canale il valore della temperatura è lo stesso per entrambi i casi, mentre allo sbocco si riscontra un aumento della temperatura congruente ai valori di flusso termico.

### 6.6.2 Temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine

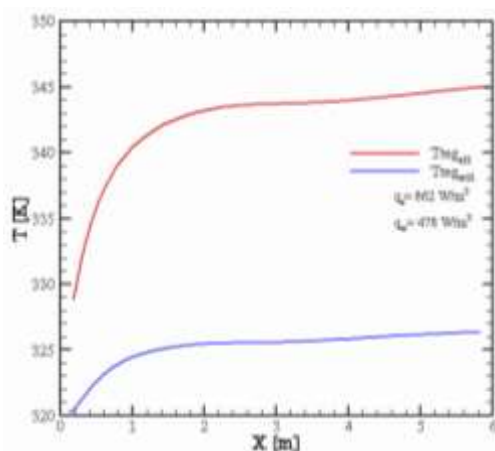
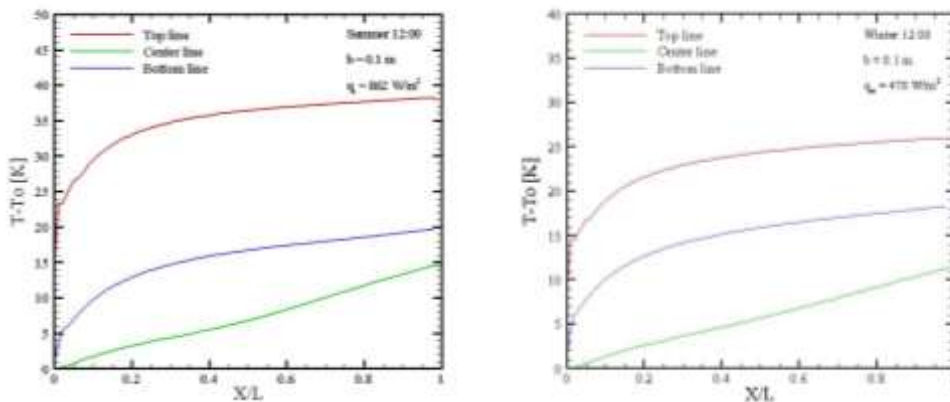


Figura 6.118: Temperatura lungo la superficie superiore dell'intercapedine in regime estivo ed invernale, ore 12:00.

Dal grafico si evince che per il regime estivo si hanno valori della temperatura più elevati, inoltre la crescita è più elevata rispetto al regime invernale. In regime invernale l'intervallo di temperatura è pari a circa 5 K; in regime estivo l'intervallo di temperatura è pari a circa 15 K. All'imbocco del canale la differenza di temperatura è di circa 10 K, mentre allo sbocco si riscontra una differenza di temperatura pari a circa 25 K.

### 6.6.3 Temperatura lungo le superfici longitudinali



(a)

(b)

Figura 6.119: Profili di temperatura dell'aria nelle sezioni longitudinali alle ore 12:00: Regime Estivo (a); Regime invernale (b).

Un ulteriore confronto della temperatura è stato effettuato considerando i valori alle ore 12:00, cioè quando il flusso termico applicato è massimo sia in estate che in inverno. È stato riportato l'andamento della temperatura lungo le tre linee in direzione longitudinale adimensionalizzata: la superficie superiore, la linea di mezzeria e la superficie inferiore dell'intercapedine. Il confronto è stato fatto in rapporto alla temperatura iniziale del sistema in condizione estiva ed invernale. L'andamento qualitativo è lo stesso: lungo la superficie inferiore, la crescita dei valori è lineare ed è dovuto al riscaldamento dell'intercapedine causato dalla presenza del flusso e dallo scambio termico nel canale aerato. Lungo la linea di mezzeria e la linea superiore si ha un aumento repentino all'inizio e poi una crescita lineare più dolce.

In estate, la differenza di temperatura tra la superficie inferiore e quella di mezzeria è pari a circa 5 K, la differenza di temperatura tra la superficie superiore e quella centrale è pari a circa 33 K, sulla linea superiore l'incremento di temperatura è circa 23 K vicino alla sezione di uscita. In inverno, la differenza di temperatura tra la superficie inferiore e quella di mezzeria è pari a circa 6 K, la differenza di temperatura tra la superficie superiore e quella centrale è pari a circa 15 K, sulla linea superiore l'incremento di temperatura è circa 16 K vicino alla sezione di uscita.

### 6.6.4 Temperatura lungo le superfici trasversali dell'intercapedine

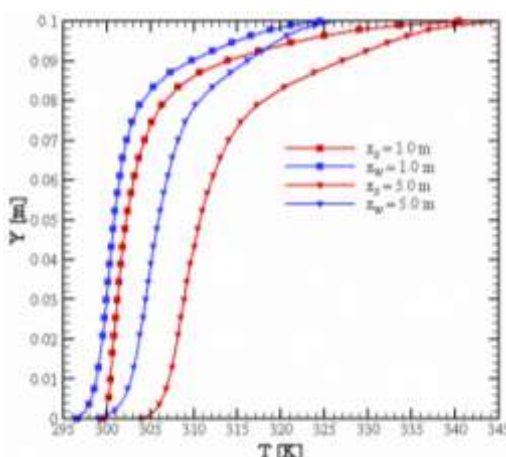


Figura 6.120: Temperatura lungo le superfici trasversali 1 e 5, in regime estivo ed invernale, ore 12:00.

I valori massimi di temperatura si riscontrano nell'ultima sezione (quella posta ad un'ascissa  $x$  pari a 5.0 m di distanza dall'imbocco dell'intercapedine) e l'andamento delle curve presenta valore minimo in prossimità dello 0 di riferimento, posto nel punto di intersezione tra la superficie trasversale e la superficie inferiore dell'intercapedine, e valore massimo nel punto più elevato della sezione trasversale. La differenza di temperatura tra il regime estivo ed invernale si riscontra maggiormente allo sbocco dell'intercapedine.

### 6.6.5 Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine

Dal grafico si evince che per il regime estivo si hanno valori della velocità più elevati. La velocità lungo la linea d'asse risulta maggiore all'imbocco, ha un andamento discendente e poi cresce di nuovo, ma fino ad un valore che è comunque minore di quello iniziale.



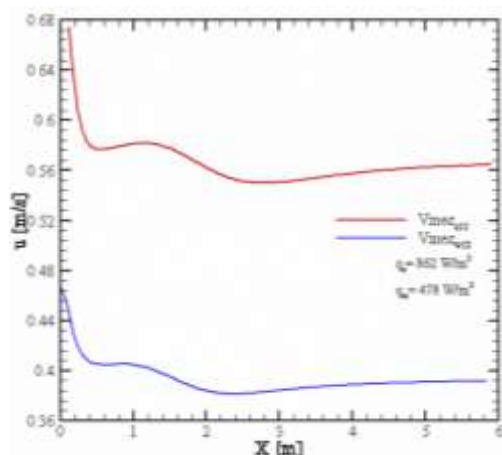


Figura 6.121: Velocità lungo la linea d'asse dell'intercapedine in regime estivo ed invernale, ore 12:00.

### 6.6.6 Velocità lungo le superfici trasversali dell'intercapedine

La velocità nelle sezioni trasversali ha un andamento caratteristico: presenta i valori minimi nella zona di contatto con le pareti dell'intercapedine e un picco in prossimità della superficie superiore. La differenza di velocità tra regime estivo ed invernale è pressoché la stessa per la sezione in ingresso che per la sezione in uscita dell'intercapedine.

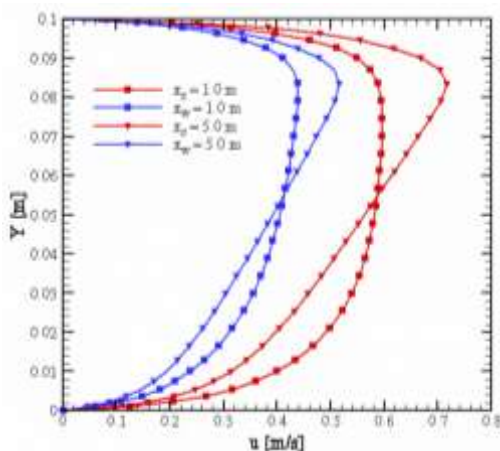


Figura 6.122: Velocità lungo le superfici trasversali 1 e 5, in regime estivo ed invernale, ore 12:00.

### 6.6.7 Vettori Velocità

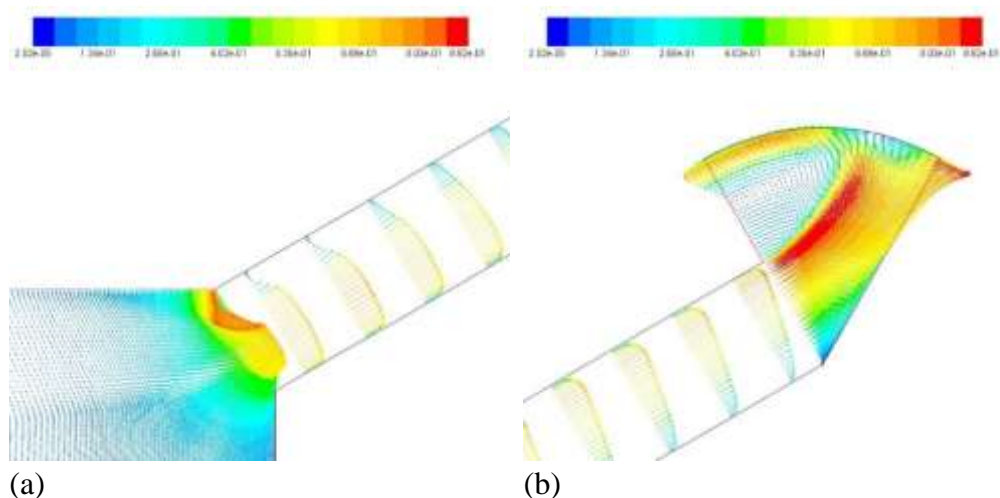


Figura 6.123: Andamento dei Vettori Velocità alle ore 12:00 in regime estivo nelle sezioni di Ingresso (a) e di Uscita (b) dell'intercapedine.

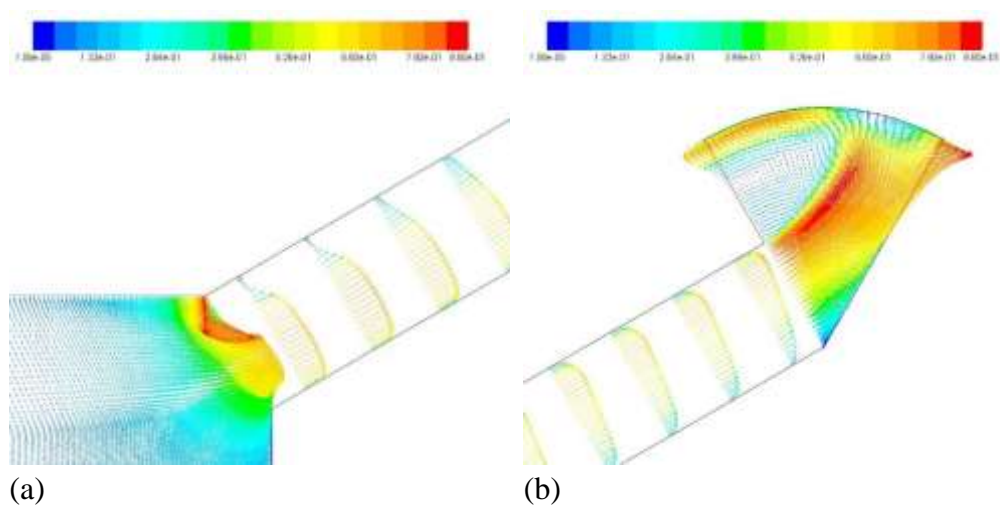


Figura 6.124: Andamento dei Vettori Velocità alle ore 12:00 in regime invernale nelle sezioni di Ingresso (a) e di Uscita (b) dell'intercapedine.

I grafici riportano l'andamento dei vettori velocità nelle sezioni di imbocco e sbocco dell'intercapedine alle ore 12:00 nei regimi estivo ed invernale, al fine di mostrare l'andamento della velocità nelle due zone più significative.

L'andamento qualitativo è lo stesso: all'imbocco del canale è presente un vortice, causato dall'aria che, entrando nel canale a causa dell'effetto di aspirazione, si trova in un restringimento dovuto alla geometria del sistema. I valori di velocità sono più alti vicino allo sbocco del canale, a causa del riscaldamento dell'aria. I vettori velocità evidenziano un vortice che fa aumentare i valori in prossimità del coppo nel serbatoio esterno. In estate, il valore massimo è pari a 0.891 m/s. in inverno, il valore massimo è pari a 0.880 m/s.

### 6.6.8 Numero di Nusselt

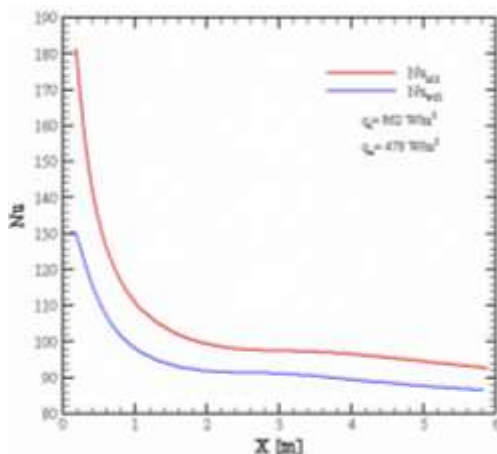


Figura 6.125: Numero di Nusselt in regime estivo ed invernale, ore 12:00.

Da questo grafico, si riscontra che i valori del Numero di Nusselt sono sempre maggiori per il regime estivo. Per entrambi si notano valori maggiori all'imbocco, in quanto il flusso termico scambiato per convezione prevale sul flusso termico scambiato per conduzione, ed inoltre entrambi tendono ad un valore asintotico allo sbocco.

### 6.6.9 Caratteristiche termofluidodinamiche

Time	qs	m	uavg	umax	Tavg	Thavg	Tmax
	W/m <sup>2</sup>	kg/s	m/s	m/s	K	K	K
09:00	667	0.057	0.51	0.66	311.5	333.7	335.9
10:00	782	0.061	0.55	0.72	313.1	338.9	341.3
11:00	849	0.063	0.56	0.74	314.0	341.8	344.5
12:00	862	0.064	0.57	0.75	314.2	342.3	345.1
13:00	822	0.062	0.56	0.73	313.6	340.6	343.2
14:00	730	0.059	0.53	0.70	312.4	336.6	338.9
15:00	593	0.054	0.49	0.64	310.4	330.4	332.3
16:00	422	0.045	0.41	0.53	307.8	322.5	323.6
17:00	236	0.034	0.31	0.40	304.5	313.2	313.8
18:00	85	0.018	0.17	0.22	310.4	305.1	305.2

Tabella 6.3: Caratteristiche termofluidodinamiche in condizioni estive.

Time	qw	m	uavg	umax	Tavg	Thavg	Tmax
	W/m <sup>2</sup>	kg/s	m/s	m/s	K	K	K
09:00	310	0.033	0.53	0.57	285.3	292.6	294.2
10:00	410	0.040	0.57	0.64	286.7	297.6	299.8
11:00	467	0.043	0.58	0.67	287.5	300.5	302.8
12:00	478	0.044	0.59	0.68	287.7	300.8	303.4
13:00	444	0.042	0.58	0.66	287.2	299.3	301.6
14:00	365	0.037	0.54	0.62	286.0	295.5	297.3
15:00	245	0.027	0.51	0.53	284.4	289.1	290.5
16:00	81	0.001	0.42	0.44	280.0	282.0	287.6

Tabella 6.4: Caratteristiche termofluidodinamiche in condizioni invernali.

In Tabella 6.3 e 6.4 sono riportate le caratteristiche termofluidodinamiche analizzate nei casi di studio [12]. Prima di tutto, sono riportati il flusso termico applicato e la temperatura della superficie inferiore del canale. La portata massica  $\dot{M}$  indica la massa d'aria che passa nel canale ventilato per unità di tempo.  $u_{avg}$  and  $u_{max}$  sono, rispettivamente, le velocità media e massima nel canale.  $T_{avg}$  è il valore medio della temperatura nella sezione di uscita del canale.  $T_{havg}$  è il valore medio della temperatura relativa alla superficie riscaldata del canale ventilato.  $T_{max}$  è il valore massimo della temperatura nel canale. Le Figure 6.126 (a) e 6.126

(b) mostrano l'andamento delle temperature media e massima nel canale. i valori sono relativi alla temperatura  $T_s$  in estate e  $T_w$  in inverno. I valori aumentano quando il flusso termico è più elevato e diminuiscono quando il flusso termico è minore. Sia in condizione estiva che invernale, il valore massimo è raggiunto alle 12:00. In Figura 6.127, la portata massica mostra lo stesso andamento qualitativo sia in estate che in inverno e il valore massimo si ha in corrispondenza del flusso termico più elevato.

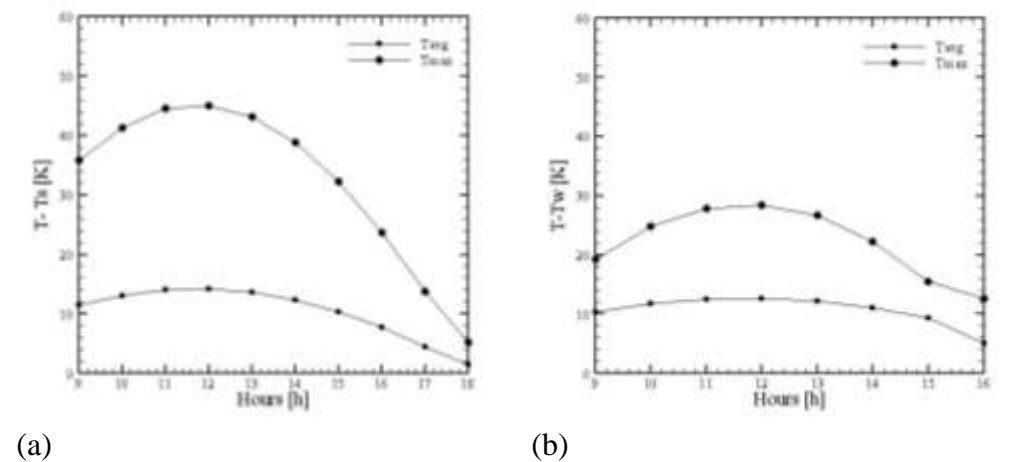


Figura 6.126: Profili di temperatura media e massima nel canale: (a) Configurazione Estiva; (b) Configurazione Invernale.

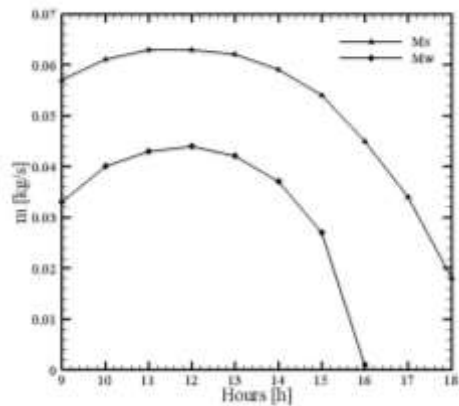


Figura 6.127: Portata massica in condizioni estive ed invernali.

## 6.7 Pubblicazione dei risultati

I risultati illustrati nel presente capitolo hanno portato alla realizzazione delle seguenti pubblicazioni:

- V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Numerical investigation on thermal and fluid dynamics behaviors of the exit section effect in inclined ventilated roofs, paper IMECE2016-67431 ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE) Nov 11-17 2016 Phoenix, Arizona, United States. [9]
- V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Thermal behavior evaluation of ventilated roof under variable solar radiation, paper 78, 1st AIGE-IIETA International Conference, Napoli, Italy, 9-10 June, 2016. International Journal of Heat and Technology, Vol. 34, Special Issue 2, October 2016, pp. S346-S350, DOI: 10.18280/ijht.34S222. [10]
- V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Radiation Effect on Transient Natural Convection in Ventilated Roofs, Proceedings of CHT-17 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, pp. 803-823, 28 May - 1 June 2017 Napoli, Italy. ISBN:978-1-56700-461-828. [11]
- V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Thermal Behavior Evaluation of Ventilated Roof under Summer and Winter Conditions, 2nd AIGE/IIETA 2017 International Conference and 11th AIGE 2017 National Conference, Genoa (Italy), June 12 – 13, 2017, International Journal of Heat and Technology, Vol. 35, Special Issue 2, September 2017, pp. S353-S360, DOI: 10.18280/ijht.35Sp0148. [12]

## Bibliografia

- [1] F.White, “Fluid Mechanics. Fourth edition”, McGraw-Hill, (1999)
- [2] Y.Jaluria, K.Torrance “Computational Heat Transfer”, Talylor&Francis, 2nd Edition, (2003)
- [3] Alessandro Livotto, “Analisi termica delle coperture ventilare”, Dipartimento di tecnica e gestione dei sistemi industriali, Università degli Studi di Padova, (2012-2013)
- [4] A. Stanzi, M. D’Orazio, C. Di Perna, A. Carbonari, “Le coperture ventilate: da una sperimentazione criteri per il dimensionamento”, Dipartimento di Architettura, Costruzioni, Strutture, Università Politecnica delle Marche
- [5] H.Versteeg, V. Malalasekera “An Introduction to Computational Fluid Dynamics, the Finite Volume Method”, Longman, (1996)
- [6] FLUENT 15.0, user’s guide
- [7] O.Manca, V.Naso “Complementi di Trasmissione del Calore”, E.DI.SU. NA, (1994)
- [8] [http://efficienzaenergetica.acs.enea.it/doc/dlgs\\_192-05.pdf](http://efficienzaenergetica.acs.enea.it/doc/dlgs_192-05.pdf)
- [9] V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Numerical investigation on thermal and fluid dynamics behaviors of the exit section effect in inclined ventilated roofs, paper IMECE2016-67431 ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE) Nov 11-17 2016 Phoenix, Arizona, United States.
- [10] V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Thermal behavior evaluation of ventilated roof under variable solar radiation, paper 78, 1st AIGE-IIETA International Conference, Napoli, Italy, 9-10 June, 2016. International Journal of Heat and Technology, Vol. 34, Special Issue 2, October 2016, pp. S346-S350, DOI: 10.18280/ijht.34S222.
- [11] V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Radiation Effect on Transient Natural Convection in Ventilated Roofs, Proceedings of CHT-17 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, pp. 803-823, 28 May - 1 June 2017 Napoli, Italy. ISBN:978-1-56700-461-828.
- [12] V. Bianco, A. Diana, O. Manca, S. Nardini, Thermal Behavior Evaluation of Ventilated Roof under Summer and Winter Conditions, 2nd AIGE/IIETA 2017 International Conference and 11th AIGE 2017 National Conference, Genoa (Italy), June 12 – 13, 2017, International Journal of Heat and

Technology, Vol. 35, Special Issue 2, September 2017, pp. S353-S360, DOI:  
10.18280/ijht.35Sp0148.



# **CAPITOLO 7**

## **CONCLUSIONI**

## 7.1 Conclusioni

Nei capitoli precedenti, sono state analizzate molteplici caratteristiche dei tetti ventilati. Dal punto di vista strutturale, si sono analizzate le forme e le relative prestazioni del coppo del tetto. Una sezione di uscita ristretta del canale di ventilazione e, quindi, un coppo tagliato in mezzeria o comunque una strozzatura, presenta i valori più alti di temperatura e i più bassi di velocità nel canale. Inoltre, la forma geometrica del serbatoio di uscita implica lo sviluppo di un vortice quando il coppo è tagliato in mezzeria e un effetto camino quando il serbatoio di uscita ha dimensioni maggiori. La presenza di due sezioni di uscita (o di una sezione più ampia) favorisce il flusso di aria calda, avendo i valori più alti di velocità nel canale. La variazione nell'apertura del canale cambia il comportamento dinamico del fluido. La forma del coppo e le dimensioni del serbatoio esterno non influenzano il comportamento della cavità di ventilazione: il restringimento della sezione di uscita caratterizza sia i valori di temperatura che di velocità nel canale. Il restringimento del canale causa un aumento della temperatura e una diminuzione della velocità nel canale. La presenza del coppo influenza la temperatura e la velocità nella sezione di uscita, ma il confronto dello studio del coppo intero e quello di una sezione di uscita più ampia ha mostrato che il coppo non influenza ciò che accade nel canale. Comunque, il coppo è un elemento architettonico molto importante, soprattutto per proteggere il canale dalle intemperie e dai corpi estranei.

In seguito, è stato analizzato il comportamento del tetto ad una sola falda, con coppo tagliato in mezzeria e coppo intero, e del tetto a doppia falda, considerando diverse condizioni della superficie inferiore dell'intercapedine e con diversi valori del carico termico. In relazione alla geometria del sistema, si osserva che la configurazione col coppo tagliato in mezzeria presenta il maggior innalzamento di pressione e temperatura e la portata d'aria è la minore. La struttura a coppo intero presenta minori valori di temperatura e pressione; la portata d'aria è superiore al caso in cui si consideri il coppo tagliato in mezzeria. Se si considera un tetto a doppia falda, i valori di velocità, pressione e temperatura sono più contenuti e il sistema risponde al meglio alle sollecitazioni a cui è sottoposto in condizioni adiabatiche, ma risulta più carente in regime estivo ed invernale. Se invece si considera un sistema il cui carico termico agisce soltanto su un lato del tetto, i valori di efficienza in condizioni adiabatiche, estive ed invernali sono confrontabili.

È stato verificato che la configurazione ottimale del serbatoio di uscita è quella che presenta il coppo intero ed è stato analizzato il comportamento del tetto ventilato, ponendo particolare attenzione alle diverse sollecitazioni stagionali in regime estivo ed invernale. La temperatura aumenta nel canale con la distanza dalla sezione di ingresso a causa dell'effetto sullo scambio termico e del flusso d'aria nel canale. Il valore massimo è raggiunto sulla superficie superiore del canale, dove l'effetto della radiazione solare è più marcato. Lungo il canale, il profilo di temperatura cresce sia in condizioni estive che invernali, ma i valori sono maggiori in estate, quando l'azione della radiazione solare è più marcata, grazie all'effetto convettivo nel canale. In inverno, l'effetto del canale ventilato è molto importante per raggiungere condizioni termiche ed igrometriche ottimali. L'andamento della velocità lungo l'asse del canale, sia in condizioni estive che invernali, mostra che i valori prima diminuiscono nella sezione di ingresso, poi risalgono, ma fino ad un valore comunque inferiore di quello iniziale, nella sezione di uscita. In regime estivo, i valori sono più alti quando la radiazione solare è massima. In regime invernale, i valori sono minimi quando la radiazione solare è minima. Quando il flusso termico è inferiore, le oscillazioni dei valori sono meno evidenti. La velocità aumenta nel canale a causa del riscaldamento dell'aria, perciò risulta più elevata in estate. I valori massimi si riscontrano nel serbatoio di uscita, dove si ha un vortice in prossimità del coppo. Considerando cinque sezioni trasversali nel canale, l'andamento qualitativo della temperatura è lo stesso, ma i valori più alti si hanno in prossimità dell'uscita. In estate, i valori aumentano nel canale; in inverno, a causa delle condizioni imposte sulla superficie inferiore del canale, i valori prima diminuiscono, poi aumentano fino al valore massimo sulla superficie superiore dell'intercapedine. Lungo le sezioni trasversali, la velocità ha andamento caratteristico del moto turbolento in un canale, mostrando valori nulli in prossimità delle pareti a causa degli effetti di bordo e il valore massimo si riscontra vicino superficie superiore del canale. I valori più alti sono raggiunti nella sezione più prossima all'uscita dell'intercapedine, sia in condizioni estive che invernali.

I valori del Numero di Nusselt locale sono massimi all'imbocco, dove cioè il flusso termico scambiato per convezione prevale sul flusso termico scambiato per conduzione.

La depressione iniziale, che consente l'ingresso di aria nel canale, risulta massima quando si ha il maggior flusso termico e minima quando il flusso è minore. Si osserva in generale un aumento della pressione all'allontanarsi dalla

sezione di imbocco fino ad assumere valori positivi all'avvicinarsi della sezione di sbocco.

Nelle ore diurne, l'irraggiamento sulle falde del tetto provoca un moto ascensionale di aria nell'intercapedine di ventilazione, che asporta calore dalla struttura. Questo aspetto sembrerebbe influenzare in maniera negativa le performance termiche della copertura in regime invernale ma, in realtà, la perdita che comporta risulta essere di lieve entità, soprattutto se si pensa di predisporre un opportuno strato di isolamento tra l'intercapedine e l'abitazione.

Una ricerca nella letteratura tecnica ha poi evidenziato che il relativo peggioramento delle prestazioni è compensato nelle ore notturne quando, a causa del flusso radiativo verso la volta celeste che raffredda la copertura, si instaura un flusso di aria discendente che "riscalda" la struttura. Inoltre se da una parte il moto convettivo di aria, che si instaura nell'intercapedine, asporta una quota del calore dovuto all'irraggiamento sul manto di copertura, dall'altra questa stessa circolazione d'aria consente lo smaltimento del vapore d'acqua proveniente dagli ambienti sottostanti prima che se ne verifichi la condensazione. Tale condensa sull'intradosso freddo del manto di copertura andrebbe a deteriorare il materiale isolante e gli altri elementi costitutivi della copertura. Si è visto, inoltre, che la ventilazione limita le escursioni termiche tra la superficie superiore e quella inferiore dello strato di copertura al di sotto dell'intercapedine. Questa minore escursione consente di raggiungere più facilmente le condizioni di confort termico ed inoltre contribuisce ad aumentare la vita utile del tetto mantenendo i materiali in condizioni di esercizio ottimale.